

Circunferencias y ángulos

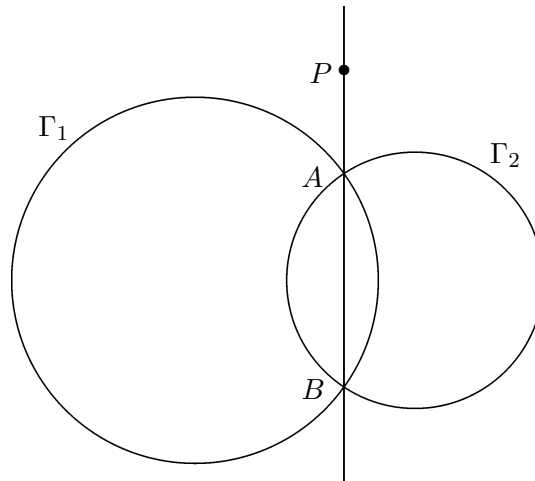
Segunda entrega

Olimpiadas Colombianas de Matemáticas*
para www.colombiaaprende.edu.co

2005

1. Dos circunferencias Γ_1 y Γ_2 se intersectan en dos puntos A y B . Sea P un punto de la recta AB . Demuestre que la potencia de P respecto a Γ_1 es igual a la potencia de P respecto a Γ_2 , sin importar en qué posición de la recta AB se encuentre P .

Solución. Considérese la figura a continuación, que representa las condiciones del problema.



Según la definición de potencia de puntos, la potencia del punto P a la circunferencia Γ_1 se puede calcular a partir de cualquier secante, por lo que en particular se puede calcular a partir de la misma línea AB . Así, la potencia de puntos del punto P respecto a la circunferencia Γ_1 se puede expresar como $PA \cdot PB$. En la misma forma, es posible expresar la potencia de puntos del punto P respecto a la circunferencia Γ_2 también se puede expresar como $PA \cdot PB$. Así, la potencia de puntos del punto P respecto a las dos circunferencias es la misma, por ser igual a $PA \cdot PB$, como se quería demostrar.

Aunque no se probará en este artículo, es posible demostrar que para cualquier par de circunferencias no concéntricas (es decir, de centros diferentes) existe una recta tal que

*Preparado por Oscar Bernal, miembro del comité organizador de las [Olimpiadas Colombianas de Matemáticas](http://www.colombiaaprende.edu.co), para el portal www.colombiaaprende.edu.co

todos los puntos de esa recta tienen la misma potencia respecto a las dos circunferencias, denominada *eje radical*. Más aún, esta recta es perpendicular a la recta que une los centros de las circunferencias.