

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
LABORATORIO DE MATEMÁTICAS

Por: Jorge Arce
Prof. Área de Educación Matemática

Presentación

El uso del material manipulativo, juega un papel fundamental en el aprendizaje de las Matemáticas. Su correcta utilización constituye una importante base de adquisición de conceptos, relaciones y métodos matemáticos que posibilita un aprendizaje activo de *acuerdo* a la evolución intelectual del participante.

Bajo el reconocimiento de la importancia del uso de los materiales manipulativos en los procesos de construcción y *desarrollo* del pensamiento matemático para los diferentes niveles de la educación, se propone el **Laboratorio de Matemáticas como una estrategia pedagógica de utilización de materiales.**

Este proyecto parte desde el planteamiento que hace referencia a que el conocimiento es producto de una continua, paulatina y progresiva construcción y que la **actividad** de quien asume el aprendizaje, es la parte sustancial del proceso constructivo; es decir, el constructor es el participante y la actividad es el medio que permite la construcción. Mantener en continua "actividad" al participante es uno de los retos didácticos más acuciantes, retos que se asumen en esta propuesta educativa.

El Laboratorio de Matemáticas establece una relación dialéctica entre materiales manipulativos y actividad matemática. La utilización de los materiales produce una actividad manipulativa en quienes los usan y, a su vez, se convierten en elementos generadores de actividad mental, dinámicas que se contraponen con la pasividad externa que manifiestan los estudiantes que escuchan la explicación de un profesor.

Definición

El Laboratorio de Matemáticas es una estrategia pedagógica de utilización del material, en la que se encuentra un conjunto de actividades matemáticas para ser desarrolladas autónomamente por los participantes a través del uso de variados materiales, proceso que proporciona un ambiente de aprendizaje en el que se genera la relación entre actividad matemática y material manipulativo, relación que contribuye a la construcción y fundamentación de pensamiento matemático.

Las consideraciones que asume la definición propuesta, se centran en proporcionar a los participantes autónomos un espacio para desarrollar sus propios procesos de aprendizaje en el *marco* de un ambiente lúdico y de creatividad, elementos que facilitan y contribuyen a la construcción de distintas formas de pensamiento matemático.

Las actividades matemáticas que se desarrollan en el Laboratorio de Matemáticas tienen un *carácter* experimental, recreativo y lúdico y se desarrollan con el apoyo de materiales manipulativos. La relación entre actividades matemáticas y materiales manipulativos crea un ambiente para "Hacer Matemáticas". Por ello, se proponen actividades matemáticas que permiten asumir una actitud de investigación, abordar la formulación y resolución de problemas, realizar procesos *de* experimentación y asumir *procesos de* colaboración y de socialización; todas estas actividades como formas de producción de pensamiento matemático.

Así, más que la idea de un espacio donde se hacen diversos procedimientos y pasos *para* llegar a un resultado, se plantean actividades de Laboratorio que ponen énfasis en el hecho que quien participa lo hace de manera activa al construir sus propios conocimientos.

El Laboratorio de Matemáticas lo que pone de manifiesto es la necesidad de un empleo habitual de los materiales para favorecer, facilitar y estimular el pensamiento matemático. Además, crear soportes que doten de sentido a la abstracción y a la generalización que son las piedras angulares de las Matemáticas. Es equívoco, para el aprendizaje de las Matemáticas, la utilización esporádica de materiales como fuente extraordinaria de motivación.

Elementos fundamentales

La relación que se desarrolla en el Laboratorio de Matemáticas de manera dinámica entre las actividades matemáticas y los materiales, contribuye a la formación del pensamiento matemático, de una manera más rápida y sólida que a través del sólo uso del papel y lápiz. Las afirmaciones de Piaget, J. (1982) son contundentes en este sentido, por ejemplo cuando afirma que: **“Un niño familiarizado con el plegado y desplegado de formas de papel durante su labor escolar está dos o tres años adelantado con respecto a los niños que carecen de esta experiencia”**¹

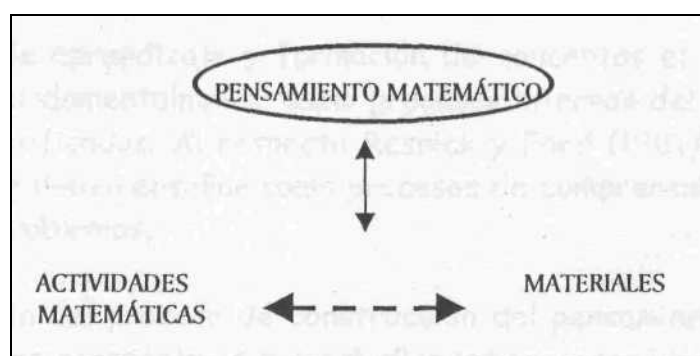


Figura N° 1
Elementos Fundamentales

Con la relación dialéctica entre actividades matemáticas y materiales, se logra un acercamiento, fundamentación, aprehensión o construcción de pensamiento matemático desde una visión diferente a la tradicional, en cuanto se tiene la opción de manipular materiales, hacer experimentos, enfrentarse a actividades recreativas, utilizar herramientas y resolver problemas en un ambiente flexible, agradable y ameno donde se toman por parte de los participantes distintos caminos para resolver las actividades planteadas, al asumir el proceso de aprendizaje como propio.

Estructura básica del laboratorio de matemáticas

La estructura del Laboratorio de Matemáticas se encuentra compuesta por **Mesas de Trabajo** y, las relaciones entre dos o más mesas de trabajo, constituyen una **Sección**.

De manera esquemática se muestra en la figura N° 2 la estructura básica de un Laboratorio de Matemáticas, que está conformado por

¹ HOLLOWAY, G. E. (1982). Concepción del espacio en el niño según Piaget. Paidós. Barcelona.

las mesas M_1 a M_8 y a su vez están relacionadas de la siguiente manera: M_1 , M_2 , M_7 ; M_5 y M_6 ; M_3 y M_4 , relaciones que dan como resultado las secciones S_1 , S_2 y S_3 respectivamente. Todo ello se puede representar así:

$$M_1 + M_2 + M_7 = S_1$$

$$M_5 + M_6 = S_2$$

$$M_3 + M_4 = S_3$$

(+ Simboliza la relación entre las mesas).

Estructura del Laboratorio de Matemáticas

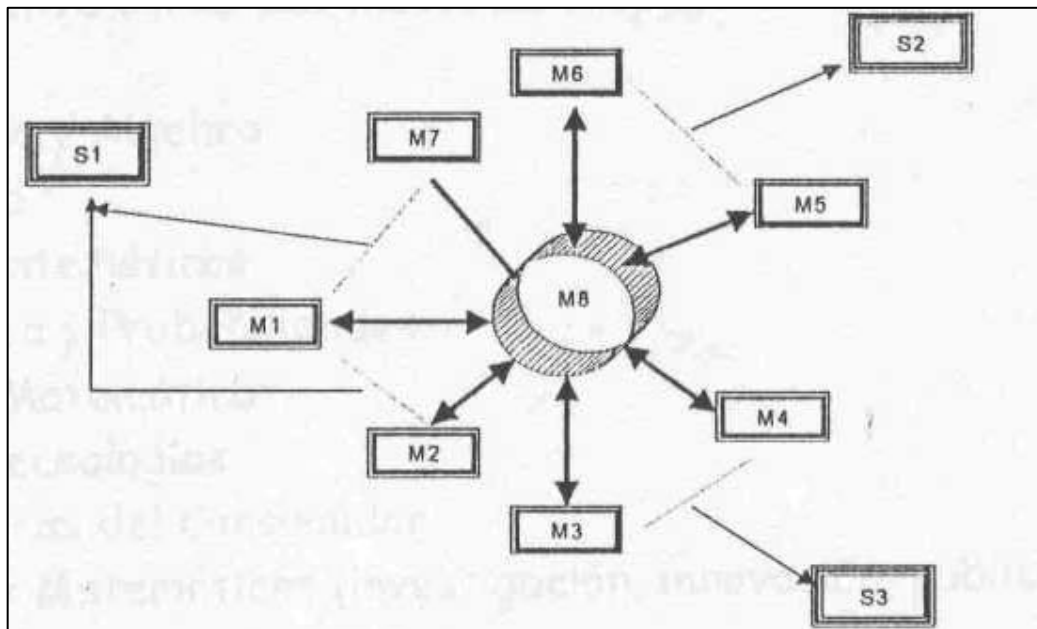


Figura N° 2

Las Mesas de trabajo

Las mesas de trabajo son consideradas como un espacio fijo o móvil, donde se proponen y desarrollan las actividades matemáticas del Laboratorio. Comprenden un conjunto de materiales, como elementos concretos, juegos, acertijos y montajes, que generan desde lo concreto un desarrollo gradual de la construcción de conceptos y habilidades para el planteamiento y resolución de problemas, desarrollo de intuiciones matemáticas y exploración de concepciones creativas frente a problemas. Estas actividades y materiales constituyen aspectos importantes en la formación de pensamiento matemático.

Una mesa puede integrar varios manuales (documentos de trabajo para los participantes) y materiales de diversa índole.

Inicialmente se han propuesto ocho mesas de trabajo. Siete de ellas, se considera, cubren en su mayor parte los lineamientos y contenidos básicos propuestos para el área de Matemáticas de la Educación Básica y Media; al tener que ver con procesos específicos que desarrollan el pensamiento matemático y con sistemas propios de las Matemáticas. Estos procesos específicos se relacionan con el desarrollo del pensamiento numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional, entre otros. Las mesas de trabajo en referencia son:

- A. Juegos matemáticos**
- B. Aritmética y álgebra**
- C. Geometría**
- D. Estadística y probabilidades**
- E. Prensa y matemáticas**
- F. Matemáticas y Nuevas tecnologías**
- G. Matemáticas del consumidor**
- H. Furgón de matemáticas (investigación, innovación, publicaciones, etcétera.)**

De otra parte, para estructurar completamente el Laboratorio se dispone de una Mesa (**H**) organizada y equipada, denominada **Furgón de Matemáticas**, cuya función es coordinar las mesas restantes para darles soportes investigativos, facilitar la innovación y divulgar sus logros y desarrollos. Es el asiento natural de los investigadores.

Secciones

Las secciones son las relaciones entre dos o más mesas de trabajo. Relaciones que son posibles a través del planteamiento de una o varias actividades matemáticas.

En el Anexo A pueden mirarse ejemplos de algunas de las actividades que se ponen en juego en las diferentes mesas y secciones del Laboratorio de Matemáticas.

JUEGO DE MANKALA

SISTEMAS AXIOMÁTICOS

MANKALA (*)

- ¡Desde los faraones hasta hoy ... el mas apasionante juego de astucia!
- Pueden jugarlo niños de 10 años y por supuesto, adultos.
- Número de jugadores: dos o dos equipos.

MANKALA: La palabra MANKALA proviene del Árabe *mankala*, derivada del verbo *mankala* (mover). Es uno de los juegos de estrategia mas antiguos del mundo. Desde hace 3500 años ha sido pasatiempo de Egipcios, Asirios, Africanos e Indios y actualmente se ha expandido por occidente. Este juego es mas de destreza y habilidad mental que de suerte. Su sencilla mecánica de juego es un reto tanto para niños como para adultos.

PREPARACIÓN

El tablero se coloca entre los jugadores de tal forma que cada jugador tenga frente a sí, 6 cavidades circulares. En cada una de ellas se colocan 6 fichas para iniciar el juego. Las cavidades ovaladas que están a los dos lados del tablero, serán la "casa" de cada jugador. A cada uno de los jugadores le pertenece la "casa" a su derecha, así como las 6 cavidades circulares que están frente a él.

EL JUEGO

El objetivo del juego es reunir el mayor número de fichas en la "casa" de cada jugador. Para poder lograrlo hay que seguir las siguientes indicaciones:

- Por mutuo acuerdo, se define el jugador a quien le toca empezar. Este comenzará tomando todas las fichas de cualquiera de las 6 cavidades que le corresponden a él y las irá repartiendo en orden, una por una, empezando en la cavidad siguiente de donde se sacaron, (en dirección contraria a como se mueven las manecillas de un reloj), tanto en sus propias cavidades como en las del contrario; inclusive coloca también en su propia "casa", mas NO en la del contrario. Así se juega en forma alterna.



- Como se trata de colocar el mayor número de fichas, cada jugador debe tener en cuenta estrategias para poder lograrlo:
 - **JUGADA DE CAPTURA:** Si la última de las fichas que está repartiendo cae en una cavidad propia que esté vacía (o sea que quede en su lado), este jugador recoge todas las fichas que encuentre en la cavidad que esté exactamente al frente de la suya (las del oponente) y las coloca en su "casa", terminando así su turno.
 - **LA JUGADA ADICIONAL:** Consiste en que la última de las fichas repartidas cae en su propia "casa" y así el jugador puede repetir su turno. Esto podrá hacerlo cuantas veces se le presente esta opción.
 - **FIN DEL JUEGO:** El juego termina cuando un jugador queda sin fichas en sus seis cavidades.
 - **EL GANADOR:** Es el jugador que obtenga el mayor número de fichas en su "casa".
 - **REGLAS:**
 - Los jugadores sólo pueden tocar las fichas en su turno, ya sea para contarlas o para moverlas.
 - Las fichas sólo pueden moverse en el sentido contrario al giro de las manecillas del reloj.
 - Sólo puede colocarse una ficha en cada cavidad
 - Los jugadores pueden colocar fichas en su "casa", pero no en la del contendor.

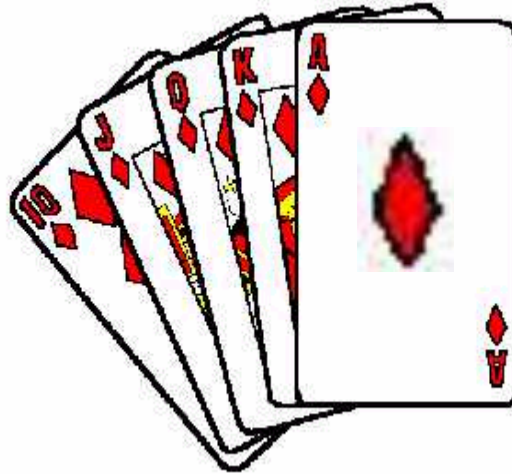
(*) Descripción tomada del empaque de un juego comercial.

JUEGO DE CARTAS

TEORÍA DE CONJUNTOS

Un muchacho, delante de su amigo, cogió un juego de cartas de Póquer y tomó de ella todos los diamantes, o sea, todas las cartas que tenían la figura del diamante y los números y letras A, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K.

Ordenó las cartas, de forma tal, que teniéndolas bocabajo tomaba una y la volteaba sobre la mesa, la carta siguiente la ponía debajo del "mazo", la siguiente la volteaba sobre la mesa, la otra la ponía debajo del "mazo" y así sucesivamente. Las cartas salían de modo tal que quedaban ordenadas: A, 2, 3, ..., K.



¿Cuál fue el orden inicial que le dio a las cartas?

JUEGO DE CANJES

ECUACIONES DIOFÁNTICAS

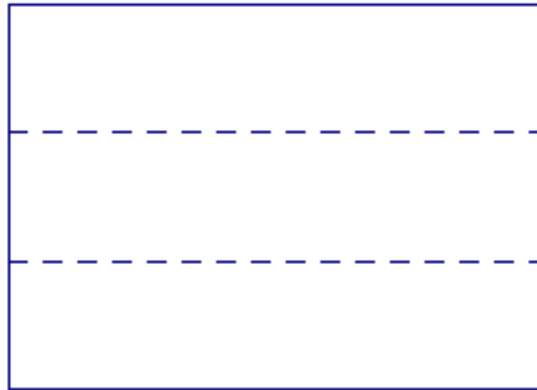
En una tribu consideraban que 2 lanzas valían 3 varas de pescar y 1 cuchillo. También daban 25 cocos por 3 lanzas, 2 cuchillos y 1 vara de pescar. ¿Cuántos cocos daban por cada objeto por separado?



DIVISIÓN DE UN "RECTÁNGULO" EN TRES PARTES CONGRUENTES

Geometría Origámica

Divide un "rectángulo" en tres partes congruentes únicamente doblando el papel que se te ha dado.



Sugerencia

Solicita al encargado de la mesa una hoja rectangular. Si lo deseas puedes hacer uso de los siguientes axiomas:

1. Dados dos puntos P_1 y P_2 podemos hacer un doblado que los conecte.
2. Dados dos puntos P_1 y P_2 , podemos hacer un doblado que superponga P_1 sobre P_2 .
3. Dadas dos líneas L_1 y L_2 , podemos hacer un doblado que superponga L_1 sobre L_2 .
4. Dada una línea L_1 y un punto P_1 exterior a ella, podemos hacer un doblado perpendicular a L_1 que pase por P_1 .
5. Dados dos puntos P_1 y P_2 y una línea L_1 , podemos hacer un doblado que envíe P_1 sobre L_1 y pase por P_2 .
6. Dados dos puntos P_1 y P_2 y dos líneas L_1 y L_2 , podemos hacer un doblado que envíe P_1 sobre L_1 y P_2 sobre L_2 .

CARRERA DE CABALLOS

Combinatoria

En una carrera de caballos, existen 15 caballos en las "gateras", de los cuales todos llegarán a la meta.

¿De cuántas maneras se puede representar el orden de llegada de los caballos? O sea, ¿Cuántos son los órdenes de llegada posibles?



* Tomado de: CAMOUS, H. Problemas y Juegos con la Matemática. Ed. Gedisa, 2da. Edición, Barcelona, 1995, p.74.

COMPETENCIA DE CICLAS

Matemáticas y Prensa

En un recorte irregular del diario de mi pueblo, "El Hoción", apareció en la sección de deportes una noticia ciclista legible solo en los siguientes párrafos:

"El "ñato" González avanzó al segundo de la competencia de ruta"

¿En qué puesto quedó?

"El "pato" Pérez avanzó al último de la competencia"

¿En qué puesto quedó?



LAS LIBRERÍAS

PORCENTAJES

Ana Amaya, por ser la clienta 1.000.000 de la Librería Internacional, se ganó la oportunidad de comprar todos los libros que quisiera con un descuento del 50%. Pero tuvo un conflicto cuando el vendedor le dijo lo siguiente:

Tengo dos maneras de liquidar la factura de compra:

1. Le aplico el IVA (16%) antes del descuento.
2. Le aplico el IVA (16%) después del descuento.



¿Qué prefiere?

¡Por favor ayúdale a Ana! ¿Cuál alternativa debe escoger?

INGENUIDAD X-TREME

INTERÉS Y DESCUENTOS

Alan Anaya, el X-treme de la ingenuidad, después de un razonamiento que le significó dos semanas y media de traspaso, escogió una de las tres propuestas financieras que le hicieron dos bancos y un prestamista.

Oferta del Banco de la Calamidad (B&C):

- Cualquier cantidad al 1.5% mensual anticipado y con descuento de la primera cuota.

Oferta del Banco del Colmo Social (B&C&S):

- Cualquier cantidad al 1.5% mensual vencido, sin descuento de la primera cuota y la obligatoriedad de comprar un bono equivalente al 4% del valor total del préstamo para la beneficencia local.

Oferta del prestamista japonés LESAKO LAPLATA (L²):

- "Mi presta al 1%. Yo dar un billete de \$50.000 y Ud. devolver mi billete y uno y solo uno adicional de los mismos. No importar la cantidad de billetes que requiera".

Alan, después de la decisión, caminaba erguido, sonriente y se desplazaba con movimientos sinusoidales. Se movía con una gran perfección en su ritmo corporal. Ana, su vecina, le dijo: "¿A vos que te pasa?". Alan le contó que había dejado con los crespos hechos a esos dos bancos agiotistas de la ciudad.

Ana, todavía, no se ha repuesto del patatús que le dió al oír la decisión tomada por su admirado X-treme.



* Preparado por: Jorge Arce

CONTEO DE HUEVOS

Estimación y Sentido Numérico

Un marciano al ver una docena de huevos dijo: "Aquí hay 2 KRAMAS, es decir 4 KRITOS". ¿Cuántos huevos tiene un KRAMA? ¿Cuántos huevos tiene un KRITO?

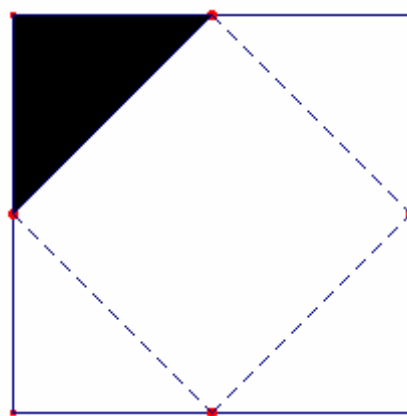


* Preparado por: Jorge Arce

ÁREA DEL CUADRADO

Áreas de Figuras Geométricas

Los vértices del cuadrado punteado descansan sobre los puntos medios del otro cuadrado. ¿Cuál es el área del cuadrado punteado si sólo dispones como unidad de medida la región triangular sombreada?



* Preparado por: Jorge Arce

CONSTRUYENDO CIRCUNFERENCIAS TANGENTES

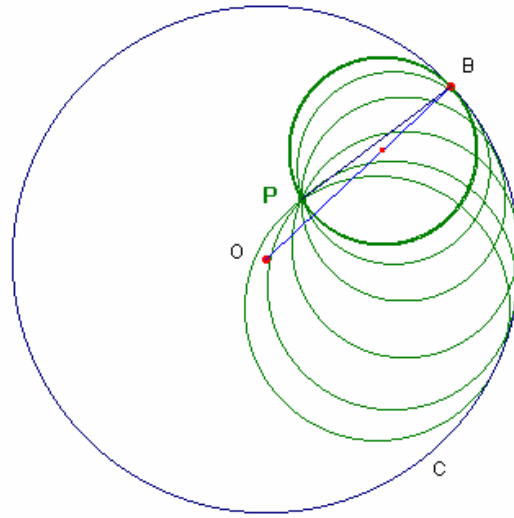
LUGARES GEOMÉTRICOS

Toma una circunferencia C con centro en O y radio de cualquier longitud y un punto interior P distinto del centro O .

Considera ahora todas las circunferencias tangentes a la primera que pasan por P .

Pregunta:

¿Cuál es el lugar geométrico que describen sus centros?



Preparado por: Edinsson Fernández M.