INFORME REVISIÓN DE TEXTOS DE MATEMÁTICAS
MODELOS FLEXIBLES
PROYECTO DE EDUCACIÓN RURAL

Patricio Herbst[1] y Sandra Crespo[2]

Ministerio de Educación Nacional
Colombia
2013

[1] University of Michigan, 610 East University Ave. #4119, Ann Arbor, MI 48109-1259. pgherbst@umich.edu
[2] Michigan State University, 116P Erickson Hall, East Lansing, MI 48824-1034. crespo@msu.edu

Introducción

El presente reporte da cuenta de la evaluación de los textos de matemáticas de los modelos flexibles Escuela Nueva, Aceleración del aprendizaje, Posprimaria y Media rural del Proyecto de Educación Rural del Ministerio de Educación Nacional de Colombia. La evaluación tuvo por objetivo proveer una descripción y una apreciación generales basadas en un examen de una muestra de los materiales que representara la totalidad del programa.

Tres criterios complementarios se usaron en este trabajo. Por una parte, atentos a las expectativas del Ministerio, procedimos a adaptar la rúbrica de codificación para los materiales de ciencias propuesta por Ruiz Primo (2013), lo que resultó en una rúbrica para la codificación de los materiales de matemáticas. La adaptación e interpretación de tal rúbrica ha seguido pautas generales para la descripción del currículo provistas por Mesa, Gómez, y Cheah (2013), quienes, elaborando sobre la teorización del currículo propuesta por Rico (1997), dan cuenta del currículo en términos conceptuales, cognitivos, formativos, y sociales. Así nuestra codificación estuvo atenta a cuestiones conceptuales (la calidad de presentación de los saberes), cognitivas (la calidad de las actividades asignadas a los estudiantes), formativas (la calidad de la enseñanza inscripta en los textos), y sociales (la calidad de las conexiones al contexto social de los estudiantes inscriptas en los textos). Esta codificación incluyó tanto elementos descriptivos así como evaluativos. La inclusión de elementos de evaluación nos permitió ofrecer algunas de las apreciaciones requeridas. Hemos considerado esencial, sin embargo, incluir una descripción de los materiales que permitiera compararlas de manera más analítica, ahora o en el futuro, con normas o criterios derivados de otros materiales o con revisiones de los mismos materiales que pudieran hacerse más adelante. A los efectos de ilustrar tales usos de la descripción obtenida, dos criterios adicionales se han utilizado.

Como segundo criterio hemos prestado atención a los estándares curriculares de matemáticas para Colombia. Los estándares se tuvieron en cuenta en la descripción de la muestra en dos aspectos importantes. Por una parte, los cinco tipos de pensamiento matemático (numérico, geométrico, métrico, probabilístico, y variacional; véase Ministerio de Educación Nacional, 2006) incluidos en los estándares de Colombia fueron usados en la codificación para estimar su incidencia en las guías de estudio de los materiales analizados. Por otra parte, los cinco tipos de procesos matemáticos (formular y resolver problemas; modelar; comunicar; razonar; y formular, comparar, y usar procedimientos) recomendados por los estándares fueron utilizados en la codificación para estimar su incidencia en los problemas y actividades asignadas a los alumnos. Tal información fue luego comparada con los estándares mismos, utilizándose la proporción de los tipos de pensamiento y de procesos anunciados en los estándares como un criterio para juzgar la completitud y el balance conceptual de los materiales elaborados.

Como tercer criterio hemos prestado atención a los resultados de comparaciones internacionales de currículo obtenidos por TIMSS (Mullis, Martin, Foy, & Arora, 2011). Los resultados de TIMSS han servido para ilustrar una segunda manera de utilizar los datos descriptivos en la evaluación: mediante una comparación con la norma establecida por las tendencias internacionales. Estos tres criterios: descripción usando la agenda de codificación, comparación con los estándares, y comparación con TIMSS constituyen una primera aproximación a la evaluación de los materiales. Esta aproximación provee un vistazo amplio y por ende bastante general. Pensamos que el rol de esta primera aproximación es de sugerir como encarar la búsqueda de detalles, hasta como dirigir recursos para mejorar los materiales. Con tal meta en mente hemos decidido incluir una segunda mirada, más en detalle a algunos de los materiales.

Para complementar la descripción y evaluación de la muestra con consideraciones más detalladas, hemos enfocado nuestra atención en como se presentan las matemáticas en tres lugares del currículum. Hemos utilizado esta selección para mostrar más detalles en los cuales los materiales se destacan. Hemos utilizado esta selección asimismo para proveer críticas puntuales que podrán ser usadas para dirigir el proceso de revisión y edición que suponemos se encuentra en un futuro cercano.

Las Muestras

Dada la heterogeneidad y el volumen de los materiales, el muestreo ha utilizado dos perspectivas complementarias: Hablamos de una primera muestra, aleatoria, y una segunda muestra, de conveniencia. Cabe notar aquí que estructuralmente, los materiales de escuela nueva y post-primaria se dividen en grados, los grados en módulos, y los módulos en guías (con el agregado de autoevaluaciones al final de cada módulo, con cuestiones concernientes a todas las guías del módulo). Los materiales de Escuela Media no son similares estructuralmente a los de Escuela Nueva y Posprimaria: En lugar de módulos y guías, estos materiales se dividen en "momentos" y cada volumen incluye momentos de distintas disciplinas; sin embargo los momentos son conmensurables a las guías. En vista de aquello y para realizar el análisis global de los materiales se consideró a la guía como unidad de análisis. Se obtuvo una muestra aleatoria equivalente al 30% de las guías de estudio para los grados 1-11 (véase Tabla 1). Para obtener la muestra se listaron todas las guías de cada grado, se asignaron números al azar a cada una de la guías de cada grado, y se eligieron aquellas guías cuyos números fueran menores o iguales a 0.3 (lo que explica porque la cantidad de guías elegidas por cada grado varía; véase Tabla 1).

Esta primera muestra fue sujeta a la codificación general adaptada del documento de Ruiz Primo (2013), a la que aludimos más arriba y describimos en detalle más abajo. La codificación sirvió para proveer una descripción general de los materiales desde una perspectiva inter-grado. Dado que este análisis utilizó la misma rúbrica de codificación a través de materiales de distintos niveles, el reporte más adelante incluye observaciones de la totalidad de la muestra y observaciones para cada uno de los niveles. La muestra aleatoria provee información global, descriptiva y evaluativa. Con el propósito de proveer información más detallada y de producir comentarios sobre el programa de aceleración procedimos además a tomar una muestra de conveniencia.

Tabla 1: Composición de la Muestra aleatoria				
Nivel	Grado	Total guías por grado	Total guías muestreadas	Guías muestreadas
Escuela Nueva	1	17	4	1, 6, 8, 9, 10
	2	16	7	3,5,7,8,10,12,16
	3	17	4	5,10,14,15
	4	21	5	1,5,7,11,15
	5	17	5	1,6,11,15,16
Posprimaria	R	13	5	4,5,6,10,12
	6	24	9	2,4,11,15,16,18,19,20,21
	7	23	9	3,6,13,14,16,17,19,21,22
	8	23	7	5,7,9,10,12,15,17
	9	19	5	3,13,15,16,17
Media	10	4	1	Trigonometría 2
	11	2	1	Números Reales

La segunda muestra fue una muestra de conveniencia. Para el estudio más detallado se eligieron tres grados, uno en escuela nueva (Grado 4), uno en Post-primaria (Grado 7), y un módulo en aceleración de los aprendizajes (Módulo 6). Cuarto y séptimo grado se eligieron en virtud de la importancia conceptual de los contenidos cubiertos. La elección del Módulo 6 de Aceleración fue aleatoria.

El estudio de la muestra de conveniencia se puede describir como un estudio de casos en el cuál investigamos en mayor detalle aspectos de secuenciación, continuidades y discontinuidades, en la presentación de los contenidos y hacer comentarios más específicos sobre aspectos en los que los materiales curriculares se destacan o, en su defecto, requieren revisión. En su totalidad los materiales examinados cubren más del 40% de los materiales producidos por el proyecto.

Análisis de la Muestra Aleatoria: Descripción y Evaluación Global de los Materiales Escuela Nueva, Post-Primaria, y Media

Esta sección da cuenta de como se realizó la codificación de la muestra aleatoria, describe los datos recabados mediante tal codificación, agregados asimismo como separados en los tres niveles de escolaridad incluidos. Estos datos se usan más adelante para generar observaciones que permiten dar una apreciación general de los materiales educativos.

El esquema de codificación

De acuerdo con las estipulaciones del contrato se partió de la rúbrica de codificación de ciencias elaborada por Ruiz Primo (2013) y que nos fuera comunicada por el Dr. Ismael Duque en comunicación electrónica de Octubre 12, 2013. Con base en tal rúbrica, en nuestra lectura de los estándares de matemáticas de Colombia, y en el marco teórico de Rico, desarrollamos un esquema de codificación que preserva el nivel de detalle sugerido por el esquema de Ruiz Primo y atiende a características matemáticas de las guías. Se obtuvo así una esquema de codificación propuesto para matemáticas, descripto en lo que sigue.

La unidad y sub-unidades de análisis

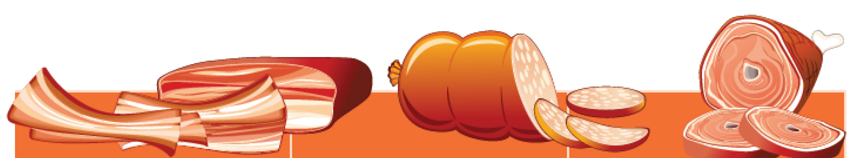
Tal como se indicó más arriba, considerando que los materiales curriculares para primaria y post-primaria se articulan en grados, capítulos (o módulos), y secciones de aquéllos llamadas "guías", hemos tomado como unidad de análisis cada una de tales guías. En una inspección inicial, se observó que cada una de las guías incluye tanto material de lectura para el estudiante (e.g., definiciones, explicaciones, ilustraciones, conexiones históricas) como actividades de trabajo para el estudiante (e.g., actividades, problemas, exploraciones, ejercicios). Nos pareció importante prestar atención a cada una de ellas para poder describir no solamente la cobertura de los conocimientos sino también la división del trabajo académico. Estimamos importante codificar por separado los pasajes de texto donde la tarea del estudiante es solamente leer y los pasajes de texto donde se requiere que el estudiante haga algo más que leer. Ello requirió ignorar algunas de las diferencias entre tales objetos para concentrarnos de manera mas confiable en sus semejanzas. Nuestras definiciones de explicación y problema provistas más abajo intentan dar cuenta de aquella distinción fundamental. Se espera que el lector acepte tales definiciones como convenciones en este reporte a pesar de que las palabras explicación y problema tengan significados más específicos en otra literatura.

Hemos definido como **explicación** cualquier texto autocontenido cuyo uso por el estudiante se limita a la lectura y la comprensión: Explicaciones por tanto incluyen definiciones, ejemplos, ilustraciones. Hemos definido como **problema** cualquier texto cuyo uso por el estudiante requiere la ejecución de actividades no contenidas completamente en el texto. Problemas por tanto incluyen preguntas hechas al alumno donde se espera que piensen y produzcan una respuesta así esta sea una opinión, ejercicios numerados, actividades en grupo, proyectos manuales, etc. Notamos que nuestra definición de problema ignora debates académicos sobre las diferencias entre problemas y ejercicios y hace tal cosa en virtud de necesidades metodológica y prácticas. Nuestra decisión se inspira en otros estudios donde el contenido a cubrir fuera similarmente amplio y el análisis similarmente sinóptico (véase Hiebert, 2003, donde se reporta el estudio de lecciones de TIMSS en 1999 donde **problema** se utilizó de manera similar a la nuestra para identificar segmentos de interacción en clase.

Explicaciones y Problemas definidos de acuerdo al párrafo anterior constituyen nuestras sub-unidades de análisis. Para cada una de las guías de la muestra aleatoria, la codificación de la guía incluyó dividirla en explicaciones y problemas. Luego se tomaron muestras aleatorias consistentes en 40% de las explicaciones y 40% de los problemas de cada guía. Tales muestras de explicaciones y problemas fueron sujetas a la codificación que se describe más abajo.

La segmentación de una guía en explicaciones y problemas se realizó atendiendo a los siguientes criterios. Se identificó primeramente los problemas, mediante buscar enunciados interrogativos que requirieran una respuesta (e.g., "¿Qué cantidad de helados de cada precio, puede comprar Mariela con el total de dinero que tiene?", p. 128, Grado 7), o enunciados imperativos dirigidos solamente a los alumnos (e.g., " Analicen las siguientes situaciones:" (p. 109, Grado 7), donde el imperativo requiriera que los estudiantes hagan algo en particular. Una vez identificados esos enunciados en el texto, se buscó para cada uno de ellos un entorno temático autocontenido que contuviera al enunciado al cuál consideramos un problema. Como resultado, usualmente un problema contendría una o más preguntas. Véase por ejemplo las Figura 1a y 1b: El enunciado imperativo "contesta" está seguido de varias preguntas las cuales requieren la información contenida en la tabla de carnes frías. Dado que todas ellas se refieren al mismo contexto, consideramos todas estas preguntas parte del mismo problema.

Cantidad de carnes frías



	De cerdo	De pollo	De pavo
Jamón	8	4	2
Mortadela	3	6	7

Figura 1a. Contexto del problema "carnes frías". Reproducido de p. 102, Grado 7

Contesta:

- ¿Qué razón expresa el número de bloques de jamón de cerdo y la cantidad de bloques de jamón de pollo?
- ¿Cuál es la razón entre el número de bloques de mortadela de cerdo y los bloques de mortadela de pollo?
- ¿Cuál es la razón entre el número de bloques de jamón de cerdo y los bloques de jamón de pavo?
- Por cada bloque de jamón de cerdo, ¿cuántos bloques de jamón de pollo hay?
- Por cada bloque de mortadela de cerdo, ¿cuántos bloques de mortadela de pollo hay?

Figura 1b. Preguntas para el estudiante en el problema "carnes frías" (Reproducido de p. 103, Grado 7)

Una vez que los problemas de una guía fueron determinados, se procedió a identificar las explicaciones. Para ello, se consideró que ejemplos, definiciones, convenciones, y notas históricas o culturales constituirían explicaciones distintas. Como norma se tomó que una explicación cubriría un párrafo de texto, lo cual aplicó en particular a comentarios sobre definiciones y notas históricas o culturales. Sin embargo se reconocieron excepciones en el caso de los ejemplos y en éste caso se contó a cada ejemplo completo como una explicación, sin importar su longitud. Un ejemplo completo podría tomar una página entera y aun más y ser codificado como una única explicación. Por ejemplo, en página 52 y 53 del libro de séptimo grado hay un ejemplo de adición de fracciones que ocupa partes de dos páginas. Cabe aclarar finalmente que sin incluir los estándares enunciados al inicio de cada guía, cada guía se dividió en su totalidad en explicaciones y problemas.

Definiciones de los códigos utilizados

Los indicadores propuestos más abajo surgen de la intención de proveer información descriptiva asimismo que evaluativa, y de coordinar tal evaluación no solamente con el documento de ciencias sino también con las características de las disciplinas matemáticas y en particular los estándares de Colombia.

En la siguientes tablas detallamos como organizamos nuestra actividad de codificación. Tabla 2 describe la codificación de las guías. Tabla 3 describe la codificación de las explicaciones y Tabla 4 describe la codificación de los problemas. Los códigos asignados describen y evalúan la cantidad, calidad, y alineamiento de estos elementos con relación a los documentos de estándares para el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas en Colombia. Más adelante en este documento, se utiliza la información recabada con esta codificación para producir una evaluación de los documentos.

En el caso de las guías de estudio, la codificación tuvo por objetivo recabar información general sobre la cantidad y la calidad de la cobertura de los conocimientos, la división del trabajo académico entre el libro y el estudiante, la calidad del trabajo pedagógico demostrado en los materiales, y el ajuste de los materiales al contexto de educación rural que se tiene por objetivo. La rúbrica de codificación abunda en códigos descriptivos que más adelante son usados para generar información con la cual establecer juicios sobre esas observaciones. Para el caso de la codificación de las guías, el codificador leyó la guía en su totalidad, dividió la guía entre explicaciones y problemas. Luego asignó los códigos que se describen en la Tabla 2 que aplican a toda la guía.

Tabla 2: Códigos asignados a cada guía

Variable	Tipo	Valores	Definición
RID	Logística	1,2,3,4, 5,R,6,7, 8,9,10,11	Nombre del grado al que corresponde la guía
CID	Logística	1,...,6	Número que los autores del libro asignaron al capítulo o módulo del libro en el que se encuentra la guía
GID	Logística	1,..., 23	Número que los autores del libro asignaron a la guía
GPENM-N	Descriptiva	1,0	Describe si la guía trabaja aspectos del pensamiento numérico (1) o si no los trabaja (0)
GPENM-G	Descriptiva	1,0	Describe si la guía trabaja aspectos del pensamiento geométrico (1) o si no (0)
GPENM-M	Descriptiva	1,0	Describe si la guía trabaja aspectos del pensamiento métrico (1) o si no (0)
GPENM-P	Descriptiva	1,0	Describe si la guía trabaja aspectos del pensamiento probabilístico (1) o si no (0)
GPENM-V	Descriptiva	1,0	Describe si la guía trabaja aspectos del pensamiento variacional (1) o si no (0)
GLT	Descriptiva	{1,...}	Cantidad de páginas dedicadas a la guía
GNP	Descriptiva	{1,...}	Cantidad de problemas o actividades autónomas diseñadas para el trabajo activo del estudiante
GNE	Descriptiva	{1,...}	Cantidad total de explicaciones, ejemplos, y demostraciones diseñadas para la lectura del estudiante
GPROF	Evaluativa	{1,2,3}	Evalúa el nivel de profundidad con el que se tratan los conceptos incluidos en la guía 1. Bajo (menciona define); 2. Medio (ejemplifica, explica, contrasta/compara, explica relevancia); 3. Alto (relaciona, resume, analiza, evalúa conocimiento actual sobre el tema, argumenta)

Tabla 2 (continuación)			
Variable	Tipo	Valores	Definición
GCAV	Descriptiva	{0,1}	Describe si la guía contiene elementos para que el estudiante controle sus aprendizajes y su progreso (e.g., criterios para la corrección del trabajo en los problemas). Asigna 1 en caso favorable y 0 en caso contrario.
GRM	Descriptiva	{0,1,2}	Indica qué rol explícito le cabe al maestro. Asigna 0 si la guía no contiene indicaciones explícitas del rol del maestro, asigna 1 si las indicaciones sobre el rol del maestro son puramente genéricas (organizar la estructura, tiempo, o materiales de la lección), y asigna 2 si las indicaciones sobre el rol del maestro conciernen los contenidos de instrucción
GMC	Descriptiva	{0,1}	Indica si la guía contiene apoyos metacognitivos. Asigna 1 en caso favorable y asigna 0 en caso contrario.
GRH	Evaluativa	{0,1}	Indica si las relaciones humanas (estudiante-profesor, estudiante-estudiante, o estudiante-comunidad) que se describen en la guía parecen ser ajenas a las de la comunidad del estudiante. Asigna 1 si son ajenas y 0 si no lo son.
GI	Descriptiva	{0,1}	Determina si la guía contiene ilustraciones relacionadas con el concepto a aprender. Asigna 1 en caso que las contenga y 0 si no contiene.
GSTD	Evaluativa	{0,1}	Determina si se observan problemas en como la guía cubre los estándares y objetivos que se propone cubrir. Asigna 1 si se observan problemas en tal cobertura. Asigna 0 si no se observan problemas (cada uno de los estándares mencionados en la guía se cubre razonablemente).
COG	Descriptiva	{0,1}	Describe si la guía hace referencias explícitas a conocimientos aprendidos en grados anteriores. Asigna 1 si hay referencias explícitas, y asigna 0 si no hay referencias explícitas a conocimientos aprendidos en otros grados.
CMG	Descriptiva	{0,1}	Describe si la guía hace referencias explícitas a conocimientos aprendidos en guías anteriores del mismo grado. Asigna 1 si hay referencias explícitas, y asigna 0 si no hay referencias explícitas a conocimientos aprendidos en otros grados.

Una vez que la guía fuera codificada, el codificador procedió a construir las muestras aleatorias de explicaciones y problemas. Para cada elemento de cada una de esas muestras el codificador aplicó nuevos códigos. En el caso de las explicaciones, el codificador aplicó los códigos detallados en la Tabla 3.

Tabla 3: Códigos asignados a cada explicación

Variable	Tipo	Valores	Definición
EID	Logística		4-upla ordenada que identifica a la explicación por sus coordenadas (grado, módulo, guía, E#), donde # es el número de identificación de la explicación dentro de la guía.
ECM	Evaluativa	{0,1,2}	Determina, en el caso de que haya errores, la gravedad de los mismos. Asigna un 0 si la explicación no contiene errores, asigna un 1 si la explicación contiene a lo sumo errores terminológicos, tipográficos, o notacionales, asigna un 2 si la explicación contiene errores conceptuales.
ELA	Evaluativa	{0,1}	Determina si hay errores de lenguaje o complejidades lingüísticas (gramaticales, lexicales) que se juzgan inapropiadas para el nivel de escolaridad al que pertenece la guía.
ECA	Evaluativa	{0,1}	Determina si el uso del lenguaje o las conexiones culturales de la explicación podrían menoscabar la participación de estudiantes rurales, de menores recursos económicos, o miembros de minorías étnicas o lingüísticas. Asigna un 1 en caso que se anticipe tal cosa, y asigna un 0 si no se espera que ellas ocurran.
EAG	Descriptiva	{0,1,2,3}	Determina el tipo de indicadores gráficos presentes. Asigna 1 si hay indicadores en el texto (negritas y/o itálicas y/o bullets), asigna un 2 si hay indicadores al margen del texto (recuadros o márgenes), y asigna un 3 si hay ambos tipos de indicadores. Asigna un 0 si el texto no tiene ninguno de tales indicadores.
EI	Evaluativa	{0,1}	Determina si hay relación entre la explicación y los problemas que el estudiante resolverá en la guía. Asigna un 1 en caso afirmativo y un 0 en caso negativo.

Luego de codificar las explicaciones muestreadas en una guía, se procedió a codificar los problemas muestreados de la guía. Para ello se utilizaron los códigos definidos en la Tabla 4.

Tabla 4: Códigos asignados a cada problema			
PID	Logística		4-Upla ordenada (Grado, Módulo, Guía, P#), donde # es el número del problema para el alumno dentro de la guía
PProM-f	Descriptiva	{0,1}	Describe si el problema se presta al ejercicio del proceso matemático que los estándares llaman **formular y resolver problemas.** Asigna 1 en caso afirmativo y 0 en caso negativo.
PProM-m	Descriptiva	{0,1}	Describe si el problema se presta al ejercicio del proceso matemático que los estándares llaman **modelar.** Asigna 1 en caso afirmativo y 0 en caso negativo.
PProM-c	Descriptiva	{0,1}	Describe si el problema se presta al ejercicio del proceso matemático que los estándares llaman **comunicar.** Asigna 1 en caso afirmativo y 0 en caso negativo.
PProM-r	Descriptiva	{0,1}	Describe si el problema se presta al ejercicio del proceso matemático que los estándares llaman **razonar.** Asigna 1 en caso afirmativo y 0 en caso negativo.
PProM-p	Descriptiva	{0,1}	Describe si el problema se presta al ejercicio del proceso matemático que los estándares llaman **formular, comparar, y usar procedimientos.** Asigna 1 en caso afirmativo y 0 en caso negativo.
PSoc	Descriptiva	{0,1}	Da cuenta de si la prosecución del problema requiere el ejercicio de la interacción social, sea con compañeros de clase o miembros de la comunidad. En tal caso asigna un 1 y en caso contrario asigna un 0.
PCul	Descriptiva	{0,1}	Da cuenta de si el problema requiere el uso de conocimientos o prácticas particulares de las comunidades de donde se espera que vengan los estudiantes. Asigna un 1 en caso afirmativo y un 0 en caso negativo.
PProd	Descriptiva	{1,2,3,4}	Describe el tipo de producción esperada del alumno: 1-selección dada una lista de posibilidades; 2-respuesta corta (dar un número o una sentencia breve; 3-respuesta elaborada (dar un argumento, texto, gráfica, o construcción); 4-actividad (la respuesta se extiende más allá del papel, e. g., proyecto)

PReg	Descriptiva	(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) donde x_k puede ser 1 o 0	8-upla ordenada que describe los registros semióticos esperados en la respuesta del estudiante: donde las componentes corresponden a 1-numerico, 2-grafico, 3-diagramático, 4-simbólico, 5-lenguaje (oral), 6-lenguaje escrito, 7-manipulación de objetos (e.g., simulación), 8-(embodiment) acción (movimiento, postura). Se asigna un 1 si el registro es requerido y 0 si no es requerido.
PInst	Evaluativa	{0,1}	Determina si las instrucciones dadas al alumno presentan dificultades debidas a vago uso del lenguaje, insuficiencia o contradicción en los datos matemáticos, etc. Asigna un 1 en caso que tales dificultades existan y un 0 si no las hay.
PProp	Evaluativa	{0,1}	Determina si el problema se alinea con propósitos u objetivos indicados en la guía. Asigna un 1 en caso favorable y un 0 en caso contrario.
PCD	Evaluativa	{1,2,3}	Determina el nivel de la demanda cognitiva del estudiante en la tarea? Asigna 1 si la demanda es Baja (Reconocer, Recordar, Identificar, Ejemplificar, Aplicar de forma algorítmica, Clasificar usando una tabla, Explicar reformulando). Asigna un 2 si la demanda es Media (Interpretar, Desarrollar criterios de clasificación Resumir, Inferir, Comparar, Explicar, Implementar, aplicar procedimientos, Diferenciar). Y asigna un 3 si la demanda es Alta (Organizar, Atribuir (e.g, dar puntos de vista), Chequear/monitorear, Criticar, argumentar. Generar, Planear, Producir, Diseñar, Elaborar explicaciones)

Examen de la Muestra Aleatoria

La sección presente describe los datos de la muestra utilizando elementos de estadística descriptiva y para cada elemento de la codificación. Comenzamos con una descripción muy general de la muestra. Luego procesamos los datos recabados para dar cuenta de la naturaleza y la calidad de este currículo utilizando las categorías propuestas por Rico (1997): Conceptual, cognitiva, formativa, y social.

Características conceptuales del currículo

Los aspectos conceptuales del currículo, que conciernen la calidad de presentación de los contenidos matemáticos, se examinaron tanto a nivel de las guías como al nivel de las explicaciones y problemas. En el caso de las guías, se atendió a la codificación basada en los tipos de pensamiento matemático y la profundidad con la que se abordaron los conocimientos.

Cantidad y Frecuencia de los Tipos de pensamiento matemático a lo largo de los grados

Los estándares de Matemáticas de Colombia enfatizan cinco tipos de pensamiento matemático: Numérico, Geométrico, Métrico, Aleatorio, y Variacional. Los cinco tipos de pensamiento se hallan presentes en las guías examinadas y fueron codificados a nivel de la guía: La pregunta operativa fue si, dada una guía y un tipo de pensamiento definido en los estándares de Colombia, la guía cubre de alguna manera características de ese tipo de pensamiento. Como era de esperarse, la presencia de los distintos tipos de pensamiento no es uniforme. Se observa, por ejemplo que si bien el 73% de las guías se ocupa del pensamiento numérico, solamente el 11% se ocupa del pensamiento probabilístico.

Para dar una opinión sobre lo apropiado de tales disparidades, hemos investigado separadamente la incidencia de cada tipo de pensamiento en los estándares mismos. La Tabla 5 muestra como inciden cada uno de los tipos de pensamiento matemático en los Estándares, sobre un total de 172 estándares, la tabla muestra el porcentaje del total que se clasifican bajo cada uno de los tipos de pensamiento. La Tabla 6 descompone esos 172 estándares en grupos de grados y muestra la distribución esperada de los estándares para cada tipo de pensamiento matemático. Esta distribución resulta del conteo de estándares por tipo de pensamiento enunciados en el documento del Ministerio de Educación Nacional (2006). Con esto en mente, examinamos luego los estándares declarados en los módulos para grados 1-9 (sin incluir "Recordando mi Primaria") y encontramos que los énfasis de los materiales son ligeramente distintos de lo esperado por los estándares. La Tabla 7 muestra los porcentajes para cada grupo de grados (se contaron todas las veces que un estándar de cada tipo de pensamiento se menciona en cada una de las guías en los grados del grupo, dividido por el número total de estándares mencionados en el grupo de grados).

Tabla 5: Incidencia de los distintos tipos de pensamiento matemático en los Estándares de Colombia

Numérico	26.74%
Espacial	19.77%
Métrico	13.95%
Aleatorio	23.84%
Variacional	15.70%

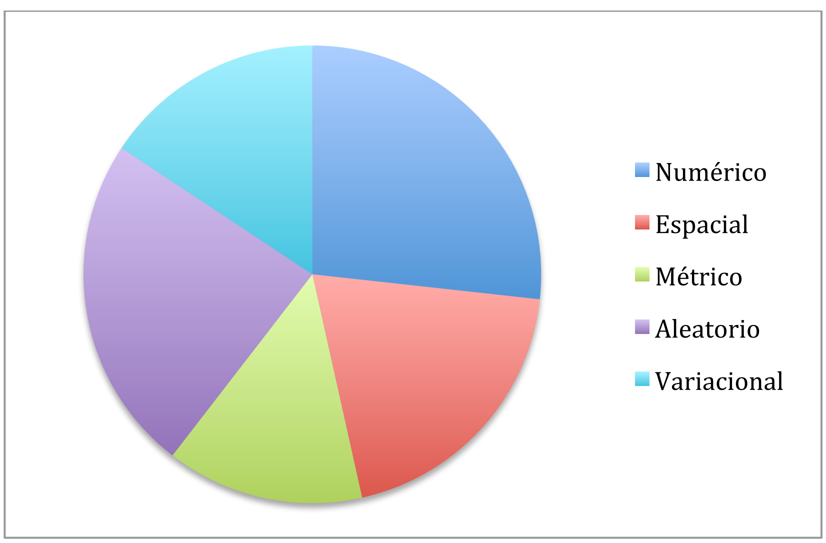


Figura 2. Incidencia de los distintos tipos de pensamiento

Tabla 6. Distribución esperada de los estándares para grupos de grados

	Primero a Tercero	Cuarto y Quinto	Sexto y Septimo	Octavo y Noveno	Decimo y Undecimo
Numérico	30.77%	30.77%	34.21%	13.79%	18.52%
Espacial	23.08%	20.51%	18.42%	13.79%	22.22%
Métrico	15.38%	17.95%	13.16%	10.34%	11.11%
Aleatorio	20.51%	17.95%	21.05%	31.03%	33.33%
Variacional	10.26%	12.82%	13.16%	31.03%	14.81%
n	39	39	38	29	27

Tabla 7. Menciones encontradas a estándares de cada tipo de pensamiento en cada uno de los módulos de los materiales de escuela nueva y postprimaria

	Grados 1-3	Grados 4 y 5	Grados 6 y 7	Grados 8 y 9
Numérico	52.70%	44.94%	44.80%	25.61%
Espacial	13.28%	16.29%	12.00%	13.41%
Métrico	14.94%	17.42%	14.40%	3.66%
Aleatorio	12.45%	7.30%	8.80%	9.76%
Variacional	6.64%	14.04%	20.00%	47.56%

La Tabla 8 presenta los tipos de pensamiento observados en las guías de la muestra. En cada caso, los indicadores provienen de las variables dicotómicas usadas para determinar si una guía se ocupaba de cada tipo de pensamiento. Los porcentajes se obtuvieron dividiendo el número de guías observadas en las que se presentaba un tipo de pensamiento en particular por la cantidad total de guías en la muestra. (Nótese aquí que es frecuente en los materiales que una misma guía aborde varios estándares y que en algunos casos ellos incluyen aspectos relacionados con distintos tipos de pensamiento matemático.)

Tabla 8. Porcentajes de tipos de pensamiento observados en las guías de la muestra

	Numérico	Espacial	Métrico	Aleatorio	Variacional
Grados 1-9 (n=56)	73.02%	38.10%	39.68%	11.11%	25.40%
Grados 1-3 (n=16)	81.25%	37.50%	31.25%	0.00%	0.00%
Grados 4-5 (n=10)	90.00%	30.00%	70.00%	20.00%	40.00%
Grados 6-7 (n=18)	61.11%	50.00%	50.00%	11.11%	27.78%
Grados 8-9 (n=12)	50.00%	33.33%	0.00%	25.00%	41.67%

Otra manera de leer la misma información presentada en las tablas anteriores es por tipos de pensamiento. La Tabla 9 compara, para el caso del pensamiento numérico, el porcentaje de las guías de la muestra en las que se observó trabajo en pensamiento numérico y el porcentaje de las guías en las que los autores declaran trabajar el pensamiento numérico, con el porcentaje de los estándares dedicados al pensamiento numérico. La Tabla 10 hace lo propio con el pensamiento aleatorio.
Nos parece oportuno moderar la lectura de estos porcentajes. Los porcentajes de incidencia de los distintos tipos de pensamiento en los Estándares consideran estándares distintos y en efecto indican los distintos aspectos de cada tipo de pensamiento que deben de cubrirse en cada grupo de grados. Los porcentajes de incidencia de los distintos tipos de pensamiento en los materiales analizados, por el contrario, agregan no solamente distintos aspectos de cada tipo de pensamiento matemático, sino además la frecuencia con la que ocurren, en cada grupo de grados, estándares para cada uno de los tipos de pensamiento. La recurrencia del mismo estándar en varias guías del mismo grupo de grados puede explicar el hecho de que estándares de un tipo de pensamiento particular (e.g., numérico) se cubran en tantas guías. La comparación con los estándares se provee, por lo tanto, a modo de orientación a lo que se espera en términos de la cobertura de estos tipos de pensamiento.

Tabla 9. Cobertura del Pensamiento Numérico en Grados 1-9

Pensamiento Numérico	Observado en Muestra	Declarado en módulos	Esperado en Estándares
1 to 3	81.25%	52.70%	30.77%
4 to 5	90.00%	44.94%	30.77%
6 to 7	61.11%	44.94%	34.21%
8 to 9	50.00%	44.94%	13.79%

Tabla 10. Cobertura del Pensamiento Numérico en Grados 1-9

Pensamiento Aleatorio	Observado en Muestra	Declarado en módulos	Esperado en Estándares
1 to 3	0.00%	12.45%	20.51%
4 to 5	20.00%	7.30%	17.95%
6 to 7	11.11%	8.80%	21.05%
8 to 9	25.00%	9.76%	31.03%

Nuestro análisis complementario de los estándares declarados en los materiales nos permitió observar que todos los aspectos de los cinco tipos de pensamiento se cubren en los materiales de escuela nueva: Cada uno de los estándares se menciona al menos una vez en los grados 1-5, aún si la incidencia de algunos (e.g., el pensamiento numérico) es mucho mayor que la de otros (e.g., el pensamiento aleatorio). Sin embargo, tal cobertura de los estándares no se observó en los materiales de post primaria: 11 estándares para grados 6 y 7, y 10 estándares para grados 8 y 9 no se observaron cubiertos en los materiales. En particular, 9 de los 17 estándares del pensamiento aleatorio no se cubren en los materiales. En el análisis de la muestra, se contrastaron asimismo los objetivos declarados al inicio de las guías con el contenido observado en las mismas y se notó que solamente un 8% de las guías muestran problemas en la cobertura de los estándares: Una guía en escuela nueva, una en media, y tres en postprimaria no cubren objetivos declarados.

El marco teórico de TIMSS 2011 (Trends in Mathematics and Science Study; Mullis et al., 2011) prescribe que las evaluaciones para matemáticas en grados 4 y 8 estén compuestas por items clasificados en distintas áreas de matemáticas, similares a los tipos de pensamiento de los estándares de Colombia. Así en grado 4, se espera que los instrumentos de evaluación contengan un 50% sobre "Number" (que juzgamos equivalente al pensamiento numérico de los estándares de Colombia), un 35% sobre "Geometric Shapes and Measures" (que juzgamos compatible con los pensamientos espacial y métrico de los estándares de Colombia), y un 15% sobre "Data Display" (que juzgamos compatible con el pensamiento aleatorio de los estándares de Colombia). En grado 8, se espeta que los instrumentos de evaluación contengan un 30% sobre "Number", un 30% sobre "Algebra" (que incluye el pensamiento variacional de los estándares de Colombia), un 20% sobre "Geometry" (pensamiento espacial), y un 20% "Data and Chance" (que lo incluimos en el pensamiento aleatorio). Estos porcentajes dan una idea del balance que se espera en los tipos de pensamiento a nivel internacional, y nuevamente permiten mirar a los materiales evaluados desde cierta perspectiva.

A juzgar por estos indicadores, nos parece que si bien los módulos trabajan los pensamientos numérico, espacial, métrico, y variacional de manera aceptable, el trabajo sobre el pensamiento aleatorio es considerablemente menor de lo esperado tanto por los estándares de Colombia como por el marco teórico de TIMSS, particularmente en el nivel postprimario. Dado que el programa se orienta a las escuelas rurales, donde el cálculo y la estimación de probabilidades aplicadas al clima, las cosechas, la reproducción animal, etc. son importantes para los estudiantes. La ausencia de más trabajo con el pensamiento probabilístico es lamentable y debe recibir mas atención en las próximas ediciones de los libros.

Nivel de profundidad de los contenidos cubiertos en las guías

El nivel de profundidad de los contenidos de las guías fue evaluado en una escala de 3 valores, y dio como resultado un promedio de 1.84 y una mediana de 2, es decir que juzgamos que los contenidos son expuestos a un nivel medio de profundidad. Lo mismo se observó al considerar escuela nueva (promedio 1.69, mediana 2) y postprimaria (promedio y mediana iguales a 2) por separado. Las dos unidades observadas para escuela media, sin embargo, se juzgaron trabajadas con baja profundidad. Detalles particulares sobre la profundidad y la corrección de los conocimientos abordados se proveen más adelante, en el análisis de las explicaciones y problemas y en las consideraciones de los casos particulares en 4to y 7mo grado.

Calidad de las explicaciones

Las explicaciones tienden a ser correctas la mayor parte del tiempo. Solamente un 6.66% de las explicaciones contienen solamente errores tipográficos o de notación, mientras que otro 6.66% de las explicaciones contiene errores conceptuales. Bajo la suposición de que estos materiales aún tienen que ser revisados y editados, juzgamos que los porcentajes de errores son menores y que la mayor parte de los materiales contiene matemáticas correctamente presentada. Muchos de los errores encontrados en la muestra, sin embargo, se ubican en las dos unidades examinadas de escuela media (una unidad de trigonometría en grado 10 y la unidad de números reales en grado 11), las cuales fueron asimismo

juzgadas de baja profundidad. Damos por lo tanto algunos ejemplos de contenidos incorrectos o errores tipográficos.
En grado 10, se analizó la segunda unidad de trigonometría, enfocada en identidades trigonométricas (pp. 194-199) y en ella se examinaron 8 de las 18 explicaciones encontradas. Se notaron errores tipográficos en los enunciados de las identidades de la suma de ángulos (p. 195) donde en lugar del signo "±" aparece un "4". Otras explicaciones que no fueran parte de la muestra de explicaciones también mostraron errores tipográficos a simple vista: Por ejemplo en página 196 cuando se enuncia las identidades del producto de funciones, si bien los productos se definen para productos de senos y cosenos con las variables x e y, las definiciones incluyen una variable "b" en donde debería decir y. Más adelante, al definir las funciones trigonométricas inversas se lee "La función $y = sen^{-1}(x)$=*ar* cos *enx*..." donde los espacios entre letras y el uso selectivo de itálicas da lugar a una lectura no ortodoxa; debería de decir *arco sen*(*x*), ya que ni "ar" ni "enx" tienen ningún sentido.
Se observaron también errores conceptuales. Por ejemplo en la explicación de las identidades de los ángulos dobles hay un error conceptual en la tangente del ángulo doble, donde el numerador contiene el doble del cuadrado de la tangente del ángulo ($2\tan^2 x$) pero debería de ser el doble de la tangente del ángulo (2tanx). Otro ejemplo de error conceptual se encontró en el ejemplo dado en p. 196 donde se intenta hallar el valor de la cosecante de un ángulo dado el valor del seno del ángulo. El ejemplo no está terminado: Se plantea que la cosecante es la inversa del seno pero falta aún calcular (o simplificar) el valor de $\frac{1}{\frac{-\sqrt{3}}{2}}$; lo esperado sería que se obtenga el valor de $\frac{-2\sqrt{3}}{3}$. En el caso de esos dos errores conceptuales se podría esperar que el maestro lo corrija en un caso y lo complete en el otro, pero en el ejemplo dado en p. 198 sobre "ecuaciones trigonométricas" se indica que la ecuación tan x = 1 es una ecuación lineal, lo que directamente no se atiene a lo que son las ecuaciones lineales en matemáticas.
En la unidad de números reales en grado 11 se observaron también errores tipográficos, por ejemplo en p. 227 donde se explica la función lineal se alude a una ecuación (presumiblemente y = mx+b) pero la ecuación no está a la vista. Luego en p. 231 donde se define la función "parte entera" se dice que la parte entera "[x]= al mayor entero igual o al menor entero que x" lo que gramaticalmente no tiene sentido. Debería de decir en todo caso "[x]=al mayor entero menor o igual que x."
Errores conceptuales en explicaciones incluidas en la muestra se observaron, por ejemplo, en p. 223 donde al definir la diferenciación se estipula que la función a diferenciar debe estar dada por una fórmula, lo cuál no es necesario. Similarmente en el ejemplo de dominio y rango de una función en p. 226 se indica que el dominio de la función excluye solamente el valor de x = 3, pero aquel también excluye el valor de x = -2 (la cancelación de 2+x en numerador y denominador de la expresión racional está basada en la hipótesis de que x es distinto de -2).
Como se podrá advertir al mirar estos ejemplos, algunos errores parecen procedimentales y podrán remediarse con revisión y edición; otros errores son propiamente conceptuales y requieren agregar consideraciones de conocimientos.

Nuestra apreciación general sobre la calidad conceptual de los materiales es que ellos son aceptables. Los materiales de escuela nueva y posprimaria tienden a presentar los saberes correcta y elegantemente en la gran mayoría de los casos. Sin embargo, en los materiales de la escuela media, además de la alta cantidad de errores se advierte poca profundidad, abstracción excesiva, y poca motivación intelectual.

Características cognitivas del currículo

Para evaluar las características cognitivas del currículo hemos considerado elementos del análisis de las guías así como elementos del análisis de los problemas y explicaciones. A nivel de las guías se examinó la presencia de elementos metacognitivos, ilustraciones, y conexiones explícitas con otras guías y otros grados.

Se observaron indicaciones de elementos metacognitivos en solamente 15 de las 63 guías de la muestra. En particular hacia grados más avanzados sería importante incrementar el uso de apoyos metacognitivos para el estudio. Estos podrían incluir sugerencias para apoyar la lectura destacando palabras claves, invitando a reformular lo que se lee en las palabras del estudiante, distinguiendo palabras técnicas de sus homófonas, o conectándolas con su significado, etc.

Se examinó si las guías hacen referencias explícitas a conocimientos adquiridos en otros grados o en otras guías del mismo grado. Ambos hechos fueron poco frecuentes, observándose que un 14% de las guías de la muestra hacen referencias explícitas a conocimientos adquiridos en grados anteriores, y un 30% de las guías hacen referencias explícitas a conocimientos adquiridos en otras guías del mismo grado. Si bien hay algunas discontinuidades y faltas de conexiones posibles con conocimientos, por lo general se observa continuidad en el desarrollo de los conocimientos. Las continuidades podrían ser mejor marcadas, por ejemplo mediante indicar explícitamente en qué página del libro los estudiantes han visto anteriormente los conceptos que luego se dan por conocidos.

Un aspecto destacado de los materiales es el uso de ilustraciones. Cincuenta y nueve de las 63 guías de la muestra cuentan con ilustraciones que en su mayoría contribuyen a comprender mejor los conocimientos presentados. Al mirar las explicaciones se notó además la existencia de indicadores gráficos para el estudio. La mayoría de las explicaciones contiene tales apoyos gráficos sea en la tipografía (negritas o itálicas, 22%), en el diseño gráfico (recuadros, notas al margen, 21%), o en ambos (20%), mientras que un 38% de las explicaciones analizadas no tenían tales indicadores gráficos. Estos apoyos facilitan la lectura y la comprensión del contenido.

Las características cognitivas del currículo pueden advertirse también en las tareas asignadas a los estudiantes. Como se indica más arriba, se codificó cada problema en términos de la oportunidad que presentara el problema para la aplicación de cada uno de los 5 procesos matemáticos incluidos en los estándares de Colombia: formular y resolver problemas, modelar, comunicar, razonar, y usar procedimientos. Se observó que de los 248 problemas en la muestra un 87.5% involucraron usar procedimientos, un 36% involucró comunicar, un 27% involucró modelar, un 23% involucró razonar, y un 9% involucró formular y resolver problemas. Cabe aclarar aquí que los problemas podrían tener una o más de estas características y si bien una gran cantidad de ellos se clasificaron bajo más de una característica, los problemas que solamente involucran el uso de procedimientos han predominado. Cabe aclarar también que al codificar "formular y resolver problemas" hemos seguido una definición más estricta de "problema" que la usada en la subdvisión de las guías: Un problema presenta la oportunidad de "formular y resolver problemas" cuando requiere una respuesta precisa pero no indica un procedimiento preferido para obtener una respuesta. No nos ha parecido que la atención a la fluidez en el uso de procedimientos sea excesiva. Sí nos ha parecido que la incidencia de la formulación y resolución de problemas podría ser mayor.

Los problemas se evaluaron en una escala de 3 puntos de acuerdo con sus demandas cognitivas. Se encontró que, en general, la evaluación mediana de los problemas es de baja demanda cognitiva: Un 67% de los problemas se categorizaron como de baja demanda cognitiva, un 26% de demanda media, y un 7% de demanda alta. Estimamos que el porcentaje de problemas de dificultad media debería de ser mayor. Al examinar por separado escuela nueva y postprimaria se observan características ligeramente distintas, con un incremento en la proporción de problemas de demanda alta y una disminución en la proporción de problemas de demanda baja en postprimaria . La Tabla 11 muestra las proporciones de problemas de distintos niveles de demanda cognitiva en escuela nueva y postprimaria (sin incluir "Recordando mi primaria").

Tabla 11: Demanda cognitiva en los problemas de Escuela Nueva (n=127) y Postprimaria (n=101)

	Escuela Nueva	Postprimaria
Problemas de demanda baja	74%	62%
Problemas de demanda media	24%	25%
Problemas de demanda alta	2%	13%

Características formativas del currículo

Las características formativas del currículo conciernen la calidad con la que se organiza el proceso de enseñanza-aprendizaje. En el análisis de la muestra se consideraron aspectos al nivel de la guía, incluyendo la división de trabajo académico reflejada en la proporción de problemas y de explicaciones por página, y la existencia de un papel explícito para el maestro. Se consideraron asimismo aspectos de las explicaciones, como el uso de lenguaje en explicaciones y la integración entre explicaciones y tareas del estudiante. Similarmente, al examinar los problemas se prestó atención a la calidad de las instrucciones dadas a los estudiantes en los problemas y al tipo de respuestas esperadas de los alumnos.

Problemas y explicaciones a lo largo de los grados

La muestra incluye 63 guías de las cuales 26 cubren los grados 1-5, 35 cubren los grados R,6-9 y 2 cubren los grados 10-11. Las guías tienen una longitud mediana (M) de 8 páginas (8.87 de promedio) con un mínimo de 4 páginas y un máximo de 18 páginas. Las guías son más largas en Escuela Nueva con una longitud mediana de 10 páginas con un rango de variación entre 6 y 16 páginas, mientras que la longitud mediana en postprimaria es de 7 páginas con un rango de variación entre 4 y 14 páginas. Las dos guías examinadas de Escuela Media tienen una longitud de 6 y 18 páginas respectivamente.

Cada guía tiene un promedio de 10.98 problemas (Mediana = 11), mientras que se observan más problemas en promedio en escuela nueva (promedio 13.42, mediana 13) que en postprimaria (promedio 9.43, mediana = 11). Cada guía tiene un promedio de 6.51 explicaciones (Mediana = 6), mientras que se observan menos explicaciones en escuela nueva (promedio 4.88, mediana 4.5) que en postprimaria (promedio 6.43, mediana 8).

Tabla 12: Variación de problemas y explicaciones a lo largo del programa

Grado	Longitud total de las guías analizadas	Número de problemas en las guías analizadas	Número de explicaciones en las guías analizadas	Problemas por página	Explicaciones por página
1	49	58	22	1.18	0.45
2	61	89	16	1.46	0.26
3	43	55	16	1.28	0.37
4	56	59	32	1.05	0.57
5	60	88	41	1.47	0.68
R	37	55	37	1.49	1.00
6	53	79	48	1.49	0.91
7	63	92	52	1.46	0.83
8	71	84	52	1.18	0.73
9	42	20	36	0.48	0.86
10	6	2	18	0.33	3.00
11	18	11	40	0.61	2.22

Estos datos descriptivos permiten ver elementos de la división del trabajo académico inscripta en los materiales: En particular, cuán activa es la participación del estudiante en los aprendizajes. Hemos calculado, para cada grado, dos razones: la cantidad de problemas por página y la cantidad de explicaciones por página. La Tabla 12 muestra como varían estas razones a través de los grados (donde "Recordando mi primaria" se ha ubicado entre Grados 5 y 6). La Figura 3 representa las razones para grados 1-9. Estas representaciones sugieren una característica positiva de la división del trabajo académico inscripta en los materiales del programa para grados 1-9: A pesar de que se observa un incremento en los saberes comunicados al alumno (crecimiento de la cantidad de explicaciones por página), la cantidad de problemas por página se mantiene constante.

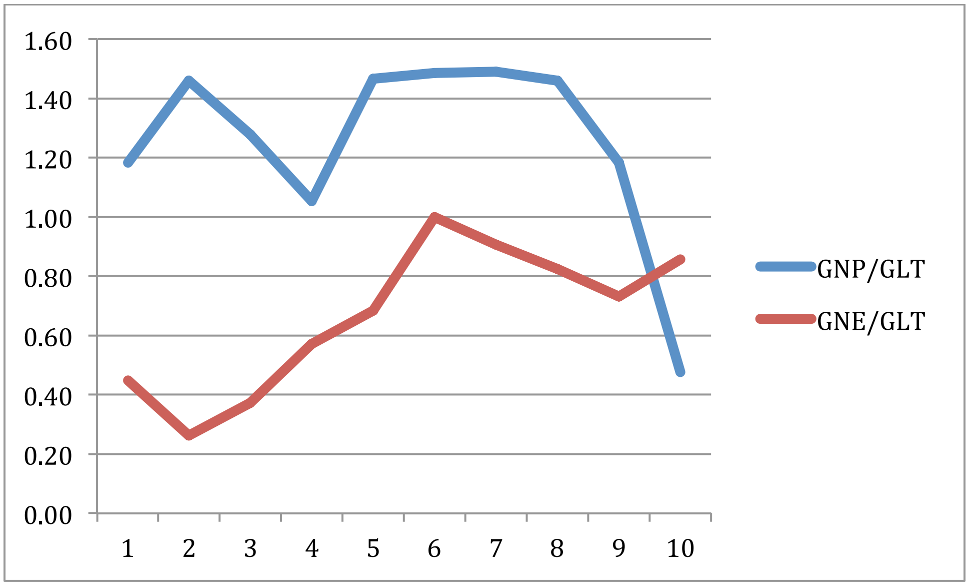


Figura 2. Variación de las razones de problemas y explicaciones por página

Se nota, sin embargo, que para grados 10 y 11, y aún para grado 9, la razón de problemas por página disminuye. Juzgamos esa característica digna de atención. Las tareas en las que se ocupan los estudiantes es un elemento central en la descripción del currículo (Doyle, 1988); si bien esta descripción solamente ha considerado aspectos cuantitativos y sin considerar todavía la calidad de dichos problemas y explicaciones, notamos que sería mejor ver que las actividades de los alumnos se mantienen a la par del aumento en la complejidad conceptual. La impresión general provista por esta visualización concuerda con nuestras impresiones de la lectura de los materiales de grados 10 y 11, donde hemos visto que las actividades asignadas a los estudiantes no parecen reflejar suficientemente la complejidad en el desarrollo de los conocimientos: Los problemas son mucho más simples que los conceptos explicados.

El rol del maestro

Los materiales hacen muy poca referencia al trabajo del maestro, fuera de menciones rutinarias, al final de cada módulo (e.g., los ejercicios de evaluación bajo el subtítulo "como me ve mi maestro" en los materiales de postprimaria). El 27% de las guías de la muestra hicieron alusión específica a trabajo del maestro en cuestiones genéricas. Por ejemplo, en el libro de octavo grado, en el contexto del estudio de figuras semejantes, uno de los problemas presentados a los estudiantes en p. 192 incluye la consigna

> Identifica algo que no te haya quedado muy claro y compártelo con tu maestro.

Es mínima la incidencia en las guías de descripciones del rol del maestro que conciernan los contenidos de instrucción. Los materiales de Escuela Nueva incluyen apartados con "Sugerencias para el profesor" que describen lo que se espera del maestro en la gestión de los aprendizajes. Citamos a continuación un segmento tomado del libro de tercer grado donde el rol del maestro se describe en general:

> En este proceso interviene el maestro, ofreciendo pequeñas sugerencias, haciendo nuevas preguntas, proponiendo nuevas experiencias que sugieran nuevas relaciones, orientando el intercambio de ideas, exigiendo explicaciones y razones, sugiriendo algunas consultas. En fin, estimulando y agudizando la curiosidad de los niños.

Por lo general, y especialmente en grados más avanzados, se aprecia que los estudiantes pueden aprender mediante leer el libro. Por otra parte, dada la incidencia no trivial de problemas que requieren interacción social (un 37.5% de los problemas de la muestra requieren interacción social), se advierte la necesidad de que el maestro participe en la gestión de los aprendizajes como mínimo en el apoyo de tales interacciones.

Explicaciones: El uso del lenguaje y la integración con las actividades del alumno

Al examinar las explicaciones, se consideró si el uso del lenguaje presenta complejidades especiales que pudieran comprometer negativamente el aprendizaje de los estudiantes. Se observaron tales dificultades en el 14% de las explicaciones lo que no parece ser problemático.

Un aspecto en el que el uso del lenguaje podría mejorarse es en la manera en que el libro se dirige a los estudiantes. Esta es inconsistente: A veces el libro habla por los estudiantes (por ejemplo, pasos en la resolución de un problema en un ejemplo, se describen en primera persona, como si el estudiante mismo estuviera diciendo qué está haciendo), otras veces el mismo tipo de explicación se dirige al estudiante en singular, en segunda persona del modo imperativo (por ejemplo, indicándole al estudiante que haga lo que el libro ilustra), y aún otras veces el libro se dirige a los estudiantes en segunda persona del imperativo pero en plural (por ejemplo indicándole al conjunto de estudiantes lo que ellos han de hacer). Las inconsistencias son notables y sería deseable que se revisaran.

Se observa que un 56.66% de las explicaciones están relacionadas con las actividades del alumno. En efecto, es común en los materiales que los conceptos se introduzcan utilizando una situación similar a las que los estudiantes deberán atacar por su cuenta. Por otra parte también se observan explicaciones de propiedades estructurales de los conceptos, donde no está claro cómo se relacionan tales explicaciones con el trabajo del estudiante. No hemos pensado que esto represente un problema aunque estimamos que ejercicios de comprensión podrían incluirse para apoyar la lectura de explicaciones que no están directamente conectadas con aplicaciones de conceptos.

Problemas: Calidad de las instrucciones a los alumnos y tipos de respuestas esperadas

Los problemas presentados a los estudiantes están por lo general enunciados bien con solamente un 7.25% de los analizados en la muestra (n=248) cuyos enunciados se codificaron conteniendo dificultades. Entre estas dificultades se observaron enunciados ambiguos y enunciados con errores matemáticos. Por ejemplo en la guía 4 de "Recordando mi primaria" un problema en la página 62 le pide al estudiante:

> Analiza qué propiedades cumple la operación sustracción en los números naturales y muestre ejemplos.

El problema ilustra las inconsistencias en el lenguaje con el que el libro se dirige a los estudiantes (analiza vs. muestre), pero además está muy poco claro para el estudiante qué se espera que él o ella hagan. Juzgamos que un enunciado menos vago podría ser "Analiza si las propiedades de la adición se cumplen para la sustracción de números naturales y muestra ejemplos de aquellas que se verifican y de las que no se verifican." Otro ejemplo de ambigüedad se ve en la unidad de Trigonometría en Grado 10 (p. 199), donde el problema 1 le requiere al estudiante:

> Construye un triángulo cualquiera, encuentra la longitud de dos de sus lados y un ángulo cualquiera en el triángulo. Aplica el teorema del seno para encontrar los ángulos y el lado que faltan.

Este enunciado no le aclara al estudiante qué le está permitido hacer para determinar la longitud de los dos lados iniciales y la medida del ángulo. El problema sería un poco menos ambiguo si se le preguntara al estudiante.

> Dado un triángulo, cuál es el mínimo número de lados y ángulos que necesitarías medir para que, usando el teorema del seno, pudieras saber las medidas de todos ellos?

Hay que notar asimismo que dependiendo de cuál sea el ángulo dado, el problema puede resolverse sencillamente o no. Efectivamente, si el ángulo es el opuesto a uno de los lados dados, descubrir los otros será sencillo, pero si es el ángulo comprendido entre los dos lados, el estudiante haría mejor usando el teorema del coseno.
El problema siguiente muestra un ejemplo de un error que puede interpretarse como tipográfico o conceptual inscripto dentro del enunciado del problema. Se le dice al estudiante:

> Se puede calcular la distancia entre dos regiones conociendo la distancia de cada una de ellas a un punto fijo y el ángulo que se forma entre las distancias y el punto fijo. Ubica dos regiones cuya distancia a una fija sea conocida. Aplica el teorema del coseno para determinar la distancia entre las ciudades que elegiste.

Si interpretamos regiones geométricamente, la distancia entre dos regiones no es una cantidad bien definida. El uso de "ciudades" más adelante en el problema sugiere que los autores quisieron decir "puntos" y no "regiones."

En términos de los tipos de respuestas esperadas de los estudiantes se observa una variación bastante saludable. Solamente un 4.4% de los problemas de la muestra requirieron elegir de una lista de posibles respuestas, mientras que un 61% de los problemas requirieron dar una respuesta corta, un 27% de los problemas requirieron una respuesta elaborada, y un 7.2% requirieron actividades más allá de lo escrito (e.g., un proyecto). Adicionalmente, si bien un 65% de los problemas requieren respuestas en el registro numérico, se observan porcentajes no desdeñables de problemas que requieren el uso de otros registros como el gráfico (10%), tabular (7.66%), diagramático (10.89%), y simbólico (8.47%). Esos porcentajes podrían ser más altos, especialmente considerando la incidencia de los tipos de pensamiento espacial, métrico, y variacional en los estándares, una posible mejora de los materiales que se puede recomendar es incluir más actividades de construcción geométrica, representación gráfica, y modelaje usando ecuaciones.

Características sociales del currículo

Para evaluar las características sociales del currículo hemos considerado nuevamente indicadores al nivel de las guías así como al nivel de los problemas. A nivel de la guía, el código GRH fue diseñado para detectar si las relaciones humanas (estudiante-profesor, estudiante-estudiante, o estudiante-comunidad) que se describen en la guía parecen ser ajenas a las de la comunidad del estudiante. Ninguna de las 63 guías analizadas fue señalada con este código.

A nivel de los problemas se notaron cuales problemas requerían la interacción social para resolverse y se encontró que un 37.5% de los problemas de la muestra (n=248) requieren interacción social de algún tipo (entrevistar gente, discutir, hacer algo en equipos, etc.). Por otra parte se notó también cuando los problemas hicieron uso de conocimientos culturales de los estudiantes. Se encontró que un 17% de los problemas de la muestra (n=248) hicieron uso de conocimientos culturales, por lo general relacionados con la agricultura, el transporte, y las transacciones comerciales.

En general nuestra impresión del currículo es que las cuestiones sociales están bien trabajadas. No solamente se incluyen muchos contextos familiares a los estudiantes sino que se evitan contextos que le sean ajenos. El hecho de que en algunos problemas se recurra a conocimientos culturales de los estudiantes promueve la afirmación de la identidad y la valoración de los conocimientos adquiridos fuera de la escuela (González, Moll, & Amanti, 2013).

Estudios de Caso

Los Materiales de Cuarto Grado

Los libros de la escuela primaria generalmente están organizados por unidades las cuales están compuestas por 2-4 guías que contienen cuatro partes: En la PARTE A se invita a los estudiantes a usar sus propias ideas en las situaciones matemáticas presentadas. En la PARTE B se proponen actividades para que los estudiantes amplíen y profundicen sus conocimientos. Muchas actividades les piden a los estudiantes que trabajen con compañeros para comparar soluciones. En la PARTE C se presentan actividades para que los estudiantes precisen y amplíen lo aprendido en las dos partes anteriores. En la PARTE D las actividades les piden a los estudiantes que apliquen lo aprendido a situaciones de la vida y de su comunidad. El libro de 4to de primaria cubre 10 unidades con 21 guías.

Estas están distribuidas en 2 cartillas – en la primera cartilla se cubren 4 unidades (9 guías) y en la segunda cartilla se cubren 6 unidades (12 guías).

En el libro de cuarto de primaria los estándares para cada guía se listan al principio de cada unidad en lugar de estar listados al inicio de cada guía. Los verbos usados en estos estándares sugieren el énfasis de diferente niveles cognitivos. Ejemplos de estándares que sugieren un nivel cognitivo bajo incluye: *identifico, selecciono, reconozco, ordeno*. Estándares que sugieren un nivel medio incluye: *resuelvo, formulo, explico, construyo*, y un nivel alto incluye los verbos: *modelo, justifico, analizo, predigo, interpreto, conjeturo y verifico*.

En el libro de 4to de primaria se listan 3-7 estándares para cada guía. En total se listan 104 estándares.

A continuación examinamos en detalle los materiales de cuarto grado, atendiendo a las mismas áreas de concentración determinadas por el esquema de codificación de la muestra aleatoria, pero proveyendo ejemplos positivos y negativos tomados de los materiales de este grado.

Nivel de profundidad del tratamiento de los conceptos

En el libro de 4to de primaria se observa una gran diversidad de contextos para explicar y elaborar el mismo contenido. En las guías se incluyen múltiples ejemplos y explicaciones del mismo concepto usando situaciones diferentes. Esto se observa en las guías del libro de 4to al igual que en otros grados. Por ejemplo, la primera unidad se enfoca en el sistema decimal de numeración (SDN) primeramente usando el contexto de contar billetes de dinero de diferentes valores, luego usando el contexto de empaquetar tarjetas dentro de sobres de diferentes colores, luego se utiliza un juego que simula una casa de cambio, y finalmente se explica como contar grandes cantidades usando un ábaco.

Es importante observar que cada uno de estos contextos son usados extensivamente y no superficialmente. Otra observación importante es que muchas de las explicaciones de contenido son bastante elaboradas y generalmente incluyen preguntas y problemas para involucrar al estudiante de manera más activa en la lectura de dichas explicaciones. La diversidad de contextos para explicar la matemática también se observa en los problemas para aplicar lo aprendido. Por ejemplo, en la unidad de SDN un grupo de problemas están asociados con una situación de contar ovejas y su sistema para representar dicho conteo; y otro grupo de problemas están asociados con un contexto de una fábrica de empaquetar jabones.

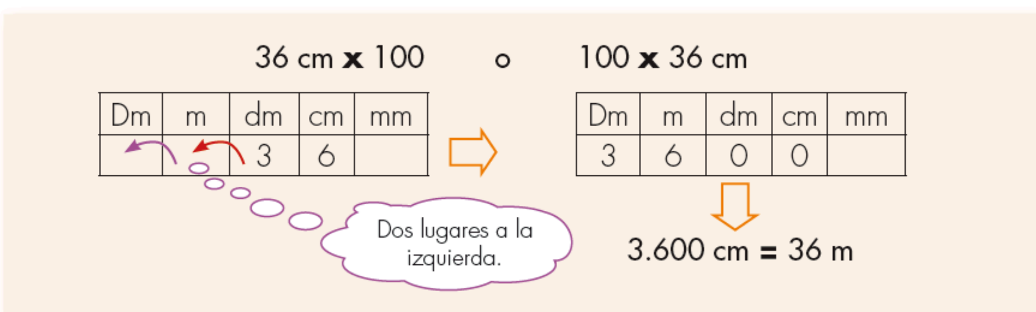
Esta diversidad de contextos es muy importante para el tratamiento del contenido de manera que genere diversidad de interés, interpretaciones y pensamientos de los niños. Sin embargo, comparación y conexiones entre estos diversos contextos no son exploradas en el libro y tampoco se hace conexión explícita de lo que tienen estos contextos que ver con el Sistema Decimal de Numeración lo cual puede socavar la intención de dicho uso de contextos y también el entendimiento más profundo del tema matemático estudiado.

Es importante notar que en el libro de 4to hay muchas explicaciones y ejemplos que desarrollan procedimientos y muy pocos que modelan la justificación, relevancia, y apreciación de los conceptos tratados, principalmente en los tópicos de procedimientos para las operaciones de multiplicación y división (Unidad 2). En esta unidad el tema de procedimientos para la multiplicación y división son presentados para enfatizar la eficiencia de realizar estas operaciones con lápiz y papel (no mentalmente, y no con la calculadora). Primero se invita al estudiante a inventar y comparar sus procedimientos (no es claro si se espera procedimientos mentales o con lápiz y papel), luego el texto procede a demostrar un solo procedimiento (paso por paso), a recordarle al estudiante la propiedad distributiva para justificar dichos "trucos" para calcular más rápidamente. Nótese que el hecho de llamarle "trucos" a procedimientos matemáticos (en lugar de llamarles métodos o estrategias) puede entenderse de manera inconsistente con los estándares del pensamiento matemático como razonamiento lógico y justificado.

Con respecto a los niveles de profundidad – bajo, medio, alto – en la cobertura del contenido compartimos los siguientes ejemplos.

Ejemplo Profundidad Baja

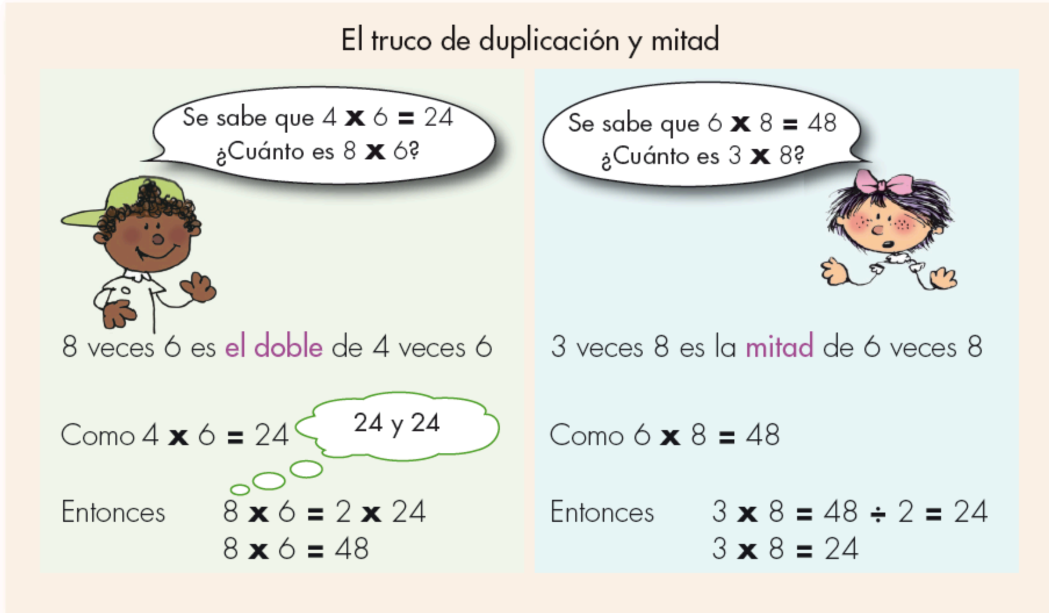
El siguiente ejemplo explica el material con poca profundidad ya que se representa la multiplicación por una potencia de diez (10, 100, 1000, …) solo como una regla a seguir (mover números hacia la izquierda del ábaco del SDN) sin interpretar la relación entre el valor posicional de cada número en relación al SDN.



Guía 3B p. 33 – regla y representación de multiplicación por 100

Ejemplo Profundidad Media

El siguiente ejemplo explica el material a profundidad media ya que ofrece dos estrategias de computar relacionadas (duplicar y reducir a mitad) con dos ejemplos relacionados: **4 x 6** y **6 x 8** que pueden facilitar el entendimiento de estos dos procedimientos de manera relacionada en lugar de reglas o estrategias y desconectadas.



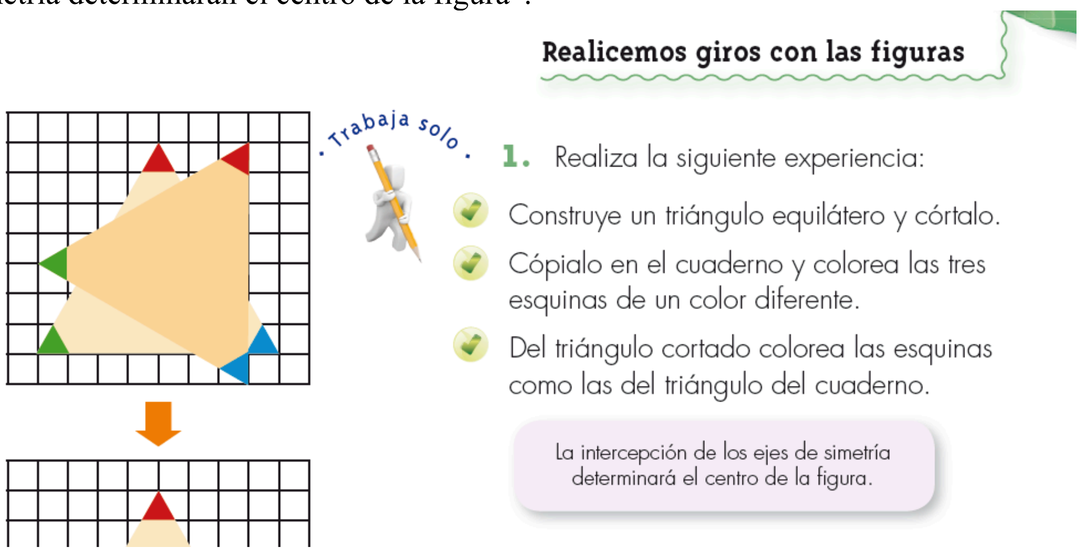
Guía 4A p. 38 – Estrategia para multiplicar duplicando y reduciendo a la mitad

Ejemplo Profundidad Alta

El siguiente es un ejemplo de cobertura alta ya que presenta el material de manera que invita el análisis y evaluación de dos posibles formas de pensar acerca de la situación dada. Se presentan dos posibles resultados y conclusiones que deben ser evaluados por el estudiante y sopesar cuales de los dos resultados y explicaciones es válida y cuál está errada.

Ejemplo muy ambicioso

El siguiente ejemplo lo consideramos muy ambicioso porque el material es muy avanzado para el nivel del grado de lo que generalmente se estudia en este nivel. En este ejemplo se espera que el estudiante logre construir (sin ninguna asistencia) un triángulo equilátero – el cual no se define – y el cual es bien difícil construir sin herramientas de precisión como son el compás y transportador. (Nótese asimismo que el triángulo en la ilustración no es equilátero pues su base es 8 y su altura 7 cuando si éste fuera equilátero la altura debería de ser $4\sqrt{3} \approx 6.9$ y el tercero de sus vértices no estaría en una intersección de las cuadrículas). Dudamos que un estudiante de nivel del 4to de primaria pueda interpretar la explicación que se ofrece en el recuadro: “la intercepción de los ejes de simetría determinarán el centro de la figura”.



Controles de avance

En esta sección ilustramos y hacemos observaciones sobre los controles de avance que se incluyen en las guías del libro de 4to de la primaria. Las guías contienen directivas que pausan la actividad del estudiante y les pide que reflexionen sobre esa actividad usando controles como por ejemplo pedirle que consulten la Internet para recolectar información o datos relacionados con el problema que están resolviendo, que le presenten su trabajo al profesor o a un miembro de la comunidad. Muchas veces estos controles aparecen como en el siguiente ejemplo el cual le pide al estudiante que “trabaje en grupo” y que comparen sus procedimientos y respuestas en la actividad realizada.

Es importante mencionar que la directiva de trabajar en grupo está poco elaborada en el texto. El ícono que se utiliza sugiere que el grupo está compuesto por cuatro estudiantes pero el número no se especifica. La imagen también sugiere que cada estudiante colabora una pieza del rompecabezas o es responsable de entender y compartir una parte clave del problema. Esta interpretación es sugerida por dicha imagen y no es explícitamente elaborada. La estructura de cómo trabajar en grupo no está especificada, lo cual puede resultar en trabajo de grupo que no es productivo, como por ejemplo la situación de que uno de los estudiantes domine la conversación y la labor del grupo y los demás copien ciegamente y sin cuestionar lo que pensó e hizo ese estudiante.

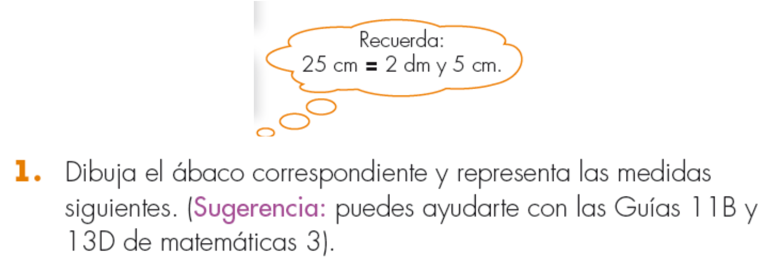
Rol del Maestro

Las guías están diseñadas para que el estudiante lea el material por sí mismo y con muy poca asistencia del maestro. Algunas veces se pide asistencia o que interactúen con miembros de la comunidad. En algunas ocasiones se le indica al estudiante que le pida al maestro que le modele o explique algo del material, o que le presente el trabajo realizado al maestro para verificar o elaborar. Como por ejemplo: *"Pídanle a su profesora que les enseñe el juego 'picas y palas. Practíquenlo, es muy divertido."* (Unidad 7 – Guía 15, p. 66) y "Busquen con el profesor o profesora un terreno irregular, parecido al del dibujo." (p.47)

Hay dos secciones dirigidas al profesor: pp. 105-112 en la primera cartilla y pp. 135-140 en la segunda cartilla. Estas secciones sirven como consejos y sugerencias para que el profesor anticipe y enfoque el trabajo matemático de los estudiantes.

Apoyo metacognitivo

Las guías también contienen apoyo metacognitivo para ayudar al estudiante a repasar y usar información ya explicada para avanzar o extender el entendimiento o actividad matemática. Por ejemplo en la Guía 5A se le dice al estudiante "Resuelve los siguientes problemas usando la información del diagrama de la página anterior" (Guía 5A p. 47). Luego en la Guía 10A se le incluye información dentro de un problema dado recordándole al estudiante la relación entre unidades de mediciones que son utilizadas en el problema. Nótese también la sugerencia en el siguiente ejemplo la cual le dice al estudiante que dos Guías del libro de 3ro (el grado anterior) pueden servirle como recurso para resolver el problema dado. La idea de sugerirle al estudiante que ellos tienen recursos que pueden ser útiles para avanzar sus conocimiento y que pueden ser consultados es importante. Pero también esta sugerencia es un poco problemática ya que supone que el estudiante tiene acceso a estos libros anteriores.


Recuerda:
25 cm = 2 dm y 5 cm.

1. Dibuja el ábaco correspondiente y representa las medidas siguientes. (Sugerencia: puedes ayudarte con las Guías 11B y 13D de matemáticas 3).

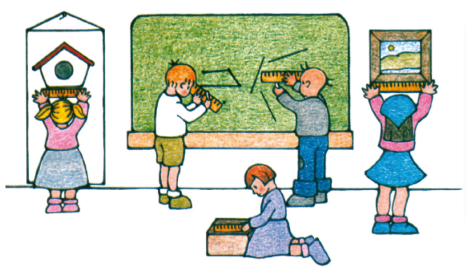
Guía 10A (escribamos valores de medidas decimales) p. 10.

Un apoyo metacognitivo no observado es el de que los niños se autoevalúen usando rúbricas para el monitoreo de sus logros con respecto a los estándares y objetivos de las guías.

Relaciones humanas

Muchos libros de matemáticas contienen situaciones imaginarias y contextos ajenos a las realidades de los estudiantes. Este no es el caso de los libros que examinamos. En el libro de 4to se observan muchos ejemplos relacionados con situaciones apropiadas a contextos rurales como son el de agricultura, de transporte, de la compra y venta en el mercado, de construcción, de vacunación, del proceso de votación, etc.

Es también interesante observar que los personajes de Alejo y Mariana aparecen constantemente en cada guía del libro de 4to grado, interactuando entre ellos, argumentando, y haciéndose preguntas unos a otros y al estudiante lector. En algunas ocasiones se representan relaciones humanas con ilustraciones de estudiantes dentro del aula realizando actividades como las que se les indica o pide al estudiante a realizar. El siguiente ejemplos muestra actividades realizadas dentro del aula.



Guía 9A, p. 94 Guía 9A, p. 95

Algunos problemas también requieren interacciones entre estudiantes. El siguiente ejemplo requiere interacción entre estudiantes para la recolección de datos sobre ellos mismos para explorar relaciones entre el peso, edad, y estatura de personas.

Sugerencias para hacer el estudio

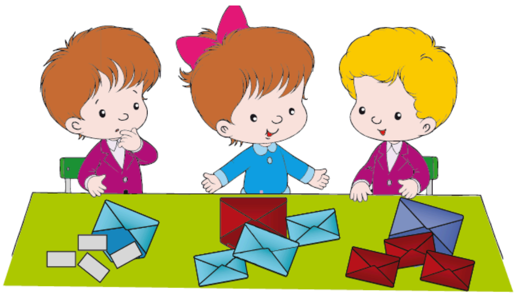
- Escojan 10 compañeros de la escuela para tomar los datos.
- De cada persona midan su peso, estatura y edad. Registren la información en una tabla como la siguiente:

Individuo	Peso (Kg)	Estatura (m)	Edad (años y meses)

- Midan el peso con aproximación a gramos (revisen la Guía 3D matemáticas 3 para precisar la idea de aproximación).
- Midan la estatura con aproximación a metros.
- Midan la edad con aproximación a meses, para eso pidan la fecha de nacimiento y hagan las cuentas.

Ilustraciones

La gran mayoría de las ilustraciones en los libros que examinamos son dibujadas y solo algunas de las ilustraciones son fotografías o una mezcla de las dos. Los siguientes son ejemplos de ilustraciones en el libro de 4to grado.



Ilustraciones solo con dibujos

Ilustraciones con fotos y dibujos

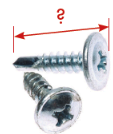
La gran mayoría de las ilustraciones que hemos observado tanto en el libro de 4to como en la muestra de las Guías codificadas son apropiadas. El ejemplo que comentamos e incluimos mas abajo lo presentamos como una ilustración problemática. En general hay que tener cuidado con las ilustraciones de objetos geométricos y de medición, especialmente en los grados de la primaria cuando todavía el pensamiento abstracto no está muy desarrollado. Problemas en ilustraciones de objetos geométricos en la vida real surgen cuando se trata de ilustrar figuras geométricas de dos dimensiones con objetos de la vida real. Por ejemplo cuando se incluye una foto de una barra de chocolate (la cual es un objeto tridimensional) para ilustrar un rectángulo, el cual es una figura plana.

Muchas ilustraciones de situaciones de medición de objetos de la vida real presentan problemas con la escala, como en el ejemplo que se incluye a continuación. Nótese que los objetos representados en la foto no son realísticos cuando se comparan entre ellos, por ejemplo la llave de media pulgada en comparación con una tuerca que mide 1/8 de una pulgada y un tornillo que mide 3/4 de una pulgada. Visualmente se ve la contradicción de la escala de estos objetos con relación a ellos mismos (la llave es un objeto mucho mas grande que tuercas y tornillos y sin embargo en la foto 3 tuercas parecen ser del mismo tamaño de la llave). Otra contradicción es que las mediciones dadas en pulgadas son longitudes reales del objeto real pero si se mide directamente el objeto impreso en la hoja del libro dichas medidas son incorrectas.

El problema que surge con ilustraciones de objetos que no se adhieren a la escala que usualmente se ve en la vida real es que el aprendizaje de la medición depende mucho de la estimación y de la experiencia informal de comparar el tamaño relativo de objetos en nuestro entorno. Es por eso que recomendamos que las ilustraciones que tengan que ver con medición de objetos cotidianos sean revisadas para asegurarse que la escala de los objetos que son incluidos en la fotografía representen adecuadamente la proporción entre los objetos que se incluyen dentro de la misma ilustración.

3. Escribe en centímetros las medidas.

$\frac{1}{8}$ de pulgada



$\frac{3}{4}$ de pulgada

Guía 11B, p. 28

Explicaciones

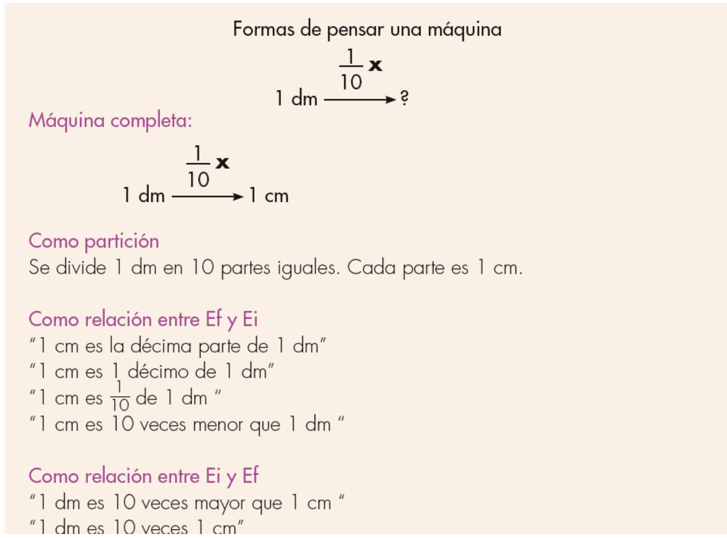
Corrección del contenido matemático
La gran mayoría del contenido de matemática en las Guías del libro de cuarto de primaria está, por lo general, correctamente enunciado. Notamos lo que observamos anteriormente acerca de llamarle "trucos" a los métodos o estrategias para la multiplicación.

Corrección en el uso del lenguaje
Observamos que en los libros de la primaria, específicamente el de 4to de la primaria, tiene mucho cuidado con utilizar lenguaje matemático apropiado. El libro incluye ejemplos de cómo leer números y fracciones expresados con números. Por ejemplo en la guía 7C, Alejo y Mariana explican que se agrega "avos" al leer las fracciones pero que esta regla no se aplica a fracciones con denominadores 10, 100, 1000 y estas se lee "décimos, centésimos, y milésimos" en lugar de "diezavos, cienavos, y milavos" (p. 79). Otro ejemplo se encuentra en la Guía 18B p. 105 la cual aclara la manera correcta de referirse a perímetro y área de figuras:

Por esta razón conviene tener precaución al hablar.

Es correcto decir	Es incorrecto decir
✔ El perímetro del triángulo ✔ El perímetro de la circunferencia	✔ El perímetro del círculo
Porque el perímetro mide la longitud de la línea que es su frontera. En el caso del triángulo es quebrada y tiene tres segmentos de recta y en el caso de la circunferencia es una línea curva.	Porque el círculo es una superficie y no una línea. El tamaño de las superficies se compara midiendo su área y no su longitud.
✔ El área del rectángulo ✔ El área del círculo	✔ El área de la circunferencia
Porque en estos casos se mide la superficie de la región interna de la frontera o el área del círculo.	Porque la palabra "circunferencia" se refiere a una frontera, es decir a una línea, y las líneas no tienen área, tienen longitud.

No es de asombrarse entonces que la gran mayoría de las explicaciones en el libro de cuarto no contienen errores de lenguaje. Si encontramos algunas explicaciones que contienen lenguaje que debe ser aclarado como el siguiente ejemplo. Nótese que se habla de "una máquina" la cual no está ilustrada en esta explicación, pero también se habla de relación entre Ef y Ei pero no hay nada que especifique a que se refiere esta notación.


Formas de pensar una máquina

$$1\ \text{dm} \xrightarrow{\frac{1}{10}\,\mathbf{x}} ?$$

Máquina completa:

$$1\ \text{dm} \xrightarrow{\frac{1}{10}\,\mathbf{x}} 1\ \text{cm}$$

Como partición

Se divide 1 dm en 10 partes iguales. Cada parte es 1 cm.

Como relación entre Ef y Ei

"1 cm es la décima parte de 1 dm"
"1 cm es 1 décimo de 1 dm"
"1 cm es $\frac{1}{10}$ de 1 dm "
"1 cm es 10 veces menor que 1 dm "

Como relación entre Ei y Ef

"1 dm es 10 veces mayor que 1 cm "
"1 dm es 10 veces 1 cm"

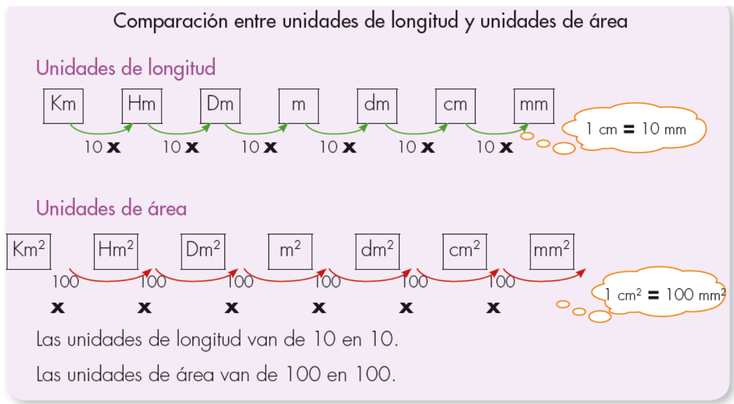
Guía 11A (relaciones entre fracciones y decimales), p. 24

El ejercicio que sigue a esta explicación usa en su enunciado lenguaje que no fue utilizado en las explicaciones anteriores. Por ejemplo el segundo problema que sigue a esta explicación dice: "Completa las frases" lo que parece indicar que se complete la parte en blanco de la relación expresada: 1 m es ____ 1 Km. Nótese la omisión de la proposición "de" (1 m es ___ de 1 Km). Ya que en la explicación anterior se hable de "relación" es importante seguir este lenguaje en el enunciado de los problemas que se ofrecen a continuación.

Otra observación acerca del lenguaje que es importante es que cada página requiere una gran cantidad de lectura. El nivel de lectura requerido es quizás mas avanzado del nivel de lectura que se espera en los niños de cuarto de primaria. Es importante que los colegas con especialidad en lenguaje verifiquen que el nivel de lectura del libro es apropiado para su grado de lectura. En el libro de 4to ni en ninguno de los libros que revisamos se incluye un glosario de vocabulario matemático usado en las guías. Esta es una sugerencia para las próximas ediciones de estos libros – crear glosarios con definiciones de términos matemáticos que son importantes y útiles para cada grado. Este tipo de recurso es muy importante ya que le da al estudiante fácil acceso al lenguaje matemático, principalmente si este lenguaje no es usado en la vida diaria o se usa de manera diferente de cómo so utiliza en el lenguaje fuera del aula.

Problemas con secuencia del contenido

Al examinar un libro completo se observa algunos problemas con la secuencia del contenido. En la primera cartilla por ejemplo se habla de construir un círculo de 8 cm de diámetro en el contexto de crear fracciones dentro de ese círculo. Sin embargo el círculo como figura geométrica es tratada mas luego en la segunda cartilla. Este salto en la secuencia requiere que se incluya una explicación ilustrando el diámetro y radio de un círculo. El siguiente ejemplo aparece en la guía 13C y sin embargo en guías anteriores al principio de la primera cartilla en la Guía 1 ya se ha estado preguntando y tratando con unidades de longitud. Este gráfico podría ser muy útil en esas primeras unidades que tratan con al sistema de números decimales.

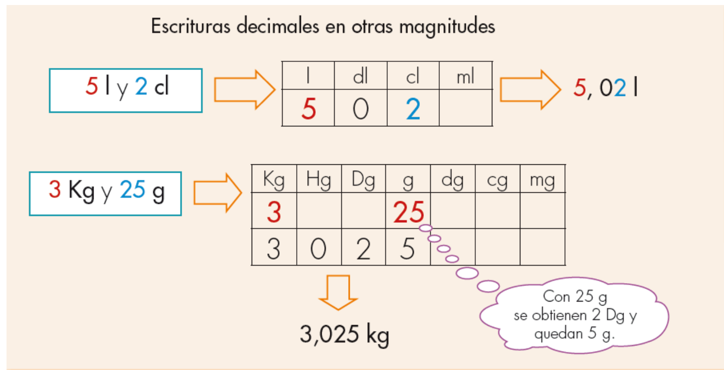


Tratamiento apropiado de los estudiantes

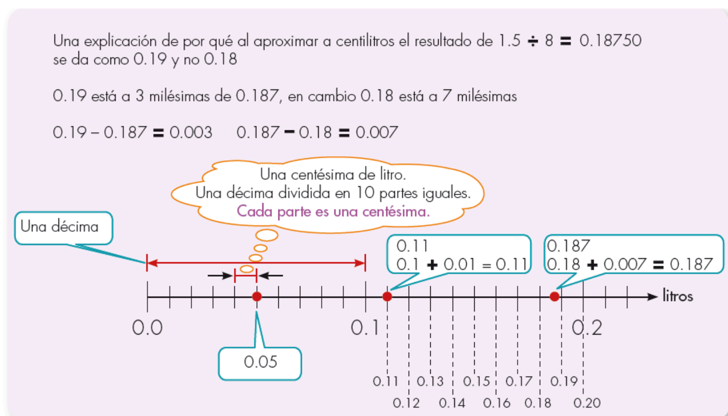
El libro de cuarto contiene una buena selección de situaciones que representan a niños haciendo matemáticas y usando matemáticas para resolver situaciones cotidianas o imaginarias. Situaciones que tienen que ver con el manejo del dinero pueden ser de cuidado cuando se trabaja con estudiantes de poco recursos económicos. Aún así es importante que se incluyan algunos ejemplos que le den al estudiante experiencias con aspectos de la vida real aunque no sean directamente relacionada con sus contextos y condiciones sociales y económicas. La mayoría de las situaciones son apropiadas para la edad de los niños del cuarto de primaria y para muchas de las actividades se usan objetos cotidianos como las canicas para hacer una exploración de probabilidad; y el uso de cajitas vacías de gelatina y de fósforos para usar como unidad de volumen,

Apoyos gráficos para el estudio

Los libros contienen una gran cantidad de apoyos gráficos y la gran mayoría están bien utilizados. El siguiente es un buen ejemplo de apoyos gráficos usados en las explicaciones. Este ejemplo contiene apoyo tipográficos y de recuadro y también el uso de color para facilitar la comprensión de la explicación dada. Hay algunos gráficos que son muy congestionados y tienen quizás demasiada información en un solo gráfico. El segundo ejemplo muestra demasiada información con un solo gráfico. Sería importante investigar como interactúan los niños con estos gráficos y si les son útiles o no para la comprensión del concepto o procedimiento que se ha explicado.



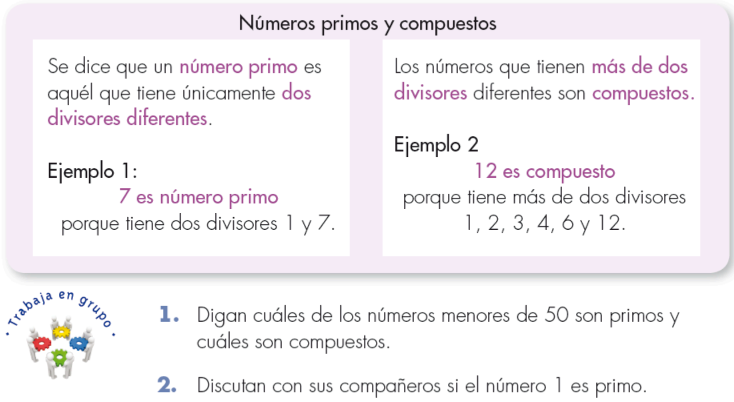
Un gráfico apropriado --- Guía 10C, p. 14



Un gráfico con demasiada información --- Guía 11C, p. 32

Integración entre explicaciones y actividades del alumno

Observamos que en los libros hay muchas explicaciones relacionadas de manera explícita con las actividades que se le pide al estudiante. Esta integración es importante ya que se le indica al estudiante que va a interactuar con el texto de manera activa y no pasiva. También tal como lo indica el libro es importante que los estudiantes formen sus propias ideas aún cuando estas sean erróneas o no sean las mas eficientes. Al contrastar sus ideas con las que son ofrecidas en las explicaciones, el estudiante tiene oportunidad de conectar lo que sabe con las nuevas ideas que se le presenta. El siguiente ejemplo de la Guía 6C ilustra una explicación dada que es asociada con la actividad propuesta al estudiante pero no está explícitamente integrada.



Números primos y compuestos

Se dice que un número primo es aquél que tiene únicamente dos divisores diferentes.

Ejemplo 1:
7 es número primo
porque tiene dos divisores 1 y 7.

Los números que tienen más de dos divisores diferentes son compuestos.

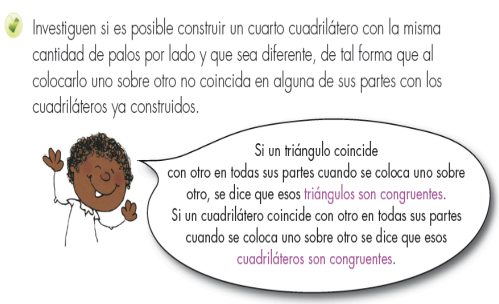
Ejemplo 2
12 es compuesto
porque tiene más de dos divisores
1, 2, 3, 4, 6 y 12.

Trabaja en grupo

1. Digan cuáles de los números menores de 50 son primos y cuáles son compuestos.
2. Discutan con sus compañeros si el número 1 es primo.

Guía 6C, p. 69

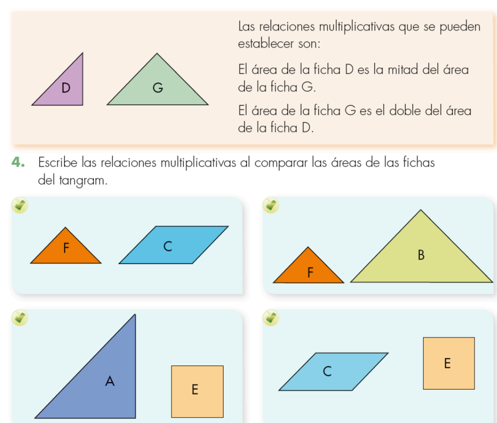
Observamos dos maneras de integración entre explicaciones y la actividad del estudiante. Una manera de integración es pedir al estudiante que piense o resuelva una pregunta o problema y después proveer la explicación de lo que se ha hecho o hallado. La otra manera de integrar es la de proveer primero la explicación y dentro de la misma explicación darle otro ejemplo al estudiante para que aplique o investigue lo que se le ha explicado. Ambos tipos de integración de explicaciones y actividad del alumno son importantes. En el siguiente incluimos ambos tipos de explicaciones.



Investiguen si es posible construir un cuarto cuadrilátero con la misma cantidad de palos por lado y que sea diferente, de tal forma que al colocarlo uno sobre otro no coincida en alguna de sus partes con los cuadriláteros ya construidos.

Si un triángulo coincide con otro en todas sus partes cuando se coloca uno sobre otro, se dice que esos triángulos son congruentes. Si un cuadrilátero coincide con otro en todas sus partes cuando se coloca uno sobre otro se dice que esos cuadriláteros son congruentes.

Guía 8A p. 88



Las relaciones multiplicativas que se pueden establecer son:

El área de la ficha D es la mitad del área de la ficha G.

El área de la ficha G es el doble del área de la ficha D.

4. Escribe las relaciones multiplicativas al comparar las áreas de las fichas del tangram.

Guía 9D, p. 102

Problemas

Como se usan los conocimientos culturales de los estudiantes.

El uso de conocimientos culturales de los estudiantes en libros de texto es una de las carencias documentadas en la gran mayoría de libros de textos de matemáticas en los Estados Unidos ya que estos libros son producidos para abarcar el mercado educativo nacional en lugar de enfocarse regionalmente. No es sorprendente que los libros que examinamos también tienen esta carencia.

Como indicamos anteriormente estos libros tienen bastante contextos apropiados para zonas rurales pero tampoco es pertinente limitar los contextos solo a las condiciones sociales o a lugares que solo se aplican a los estudiantes que están usando estos libros. Sin embargo es importante que se ofrezcan problemas y preguntas donde los estudiantes puedan ofrecer contextos de su entorno y de lo que hacen en casa o cuando participan en la comunidad.

Por ejemplo, el problema con la foto del pueblecito rural con la distancia hasta la Iglesia que notamos anteriormente tiene posibilidades para conectar con los conocimientos culturales del estudiante. Cuántos kilómetros tienen que caminar para llegar a la escuela, para ir de un lugar a otro en su pueblo. Es importante incentivar estas conexiones ya que tal como estos libros sugieren queremos que los estudiantes vean las matemáticas a su alrededor y en las tareas que realizan en su diario quehacer, no solo en los contextos de los personajes que se les presentan en el libro.

El siguiente es un buen ejemplo de conexión con los conocimientos culturales de los estudiantes ya que le pide al estudiante conectar un problema que realizó en el aula con una actividad que se hace en casa y esa conversación ayuda a conectar lo que se estudia en la escuela con lo que el estudiante hace en su casa.

2. Averigua con alguien de tu casa o con un vecino, una receta que te interese. Cópiala y escribe los ingredientes y sus cantidades necesarias como si la fueras a preparar para tus compañeros y compañeras.

3. Inventen problemas con las recetas que copiaron y resuélvalos.

Guía 5D, p. 58

Nótese en el siguiente ejemplo la conexión con la Internet para investigar diferentes maneras de construir figuras geométricas. En adición a esta tarea se podría pedir al estudiante que investigue cómo se construyen estas figuras en contextos de crear productos con esas formas geométrica tanto sea en productos de artesanía, de construcción o de agronomía que sean típicas de la zona donde vive el estudiante.

6. Qué tal si buscan en la página de Internet: www.youtube.com videos relacionados con construir triángulos, cuadrados y rectángulos con el compás y la regla.

Guía 9C, p. 99

Variedad de los registros

En el libro de 4to la gran mayoría de los registros esperados y requeridos por los estudiantes son numéricos, diagramáticos, y escritos. Hay algunos de manipulación de objetos y de acción, y muy pocos para hacer gráficos o crear una tabla. En este grado no se esperan registros simbólicos. Es importante observar que muchos de los registros de diagrama esperados generalmente han sido demostrados en explicaciones dadas a los estudiantes. No hay ocasiones en el libro de 4to grado cuando se espera un diagrama que no se le ha presentado al estudiante. Igualmente con las el registro tabular, generalmente la acción esperada es la de completar una tabla ya formada. El trabajo de generar una tabla o de organizar información dada en una tabla no es parte de la actividad que se espera del estudiante, al menos en los libros de la primaria.

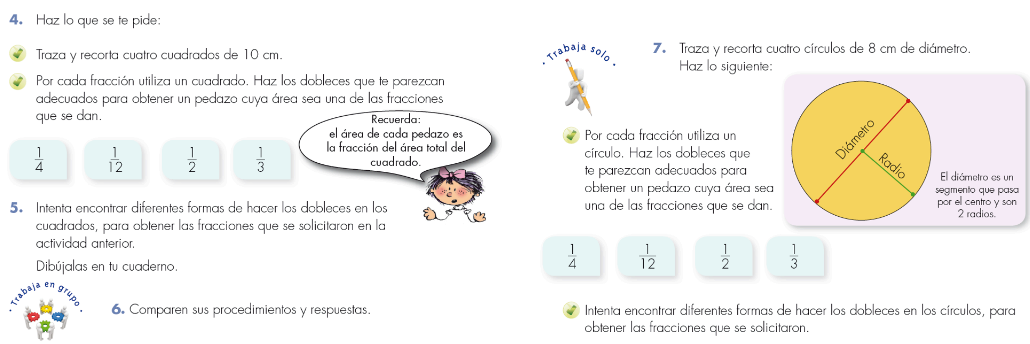
3. Haz un diagrama como el de la página anterior para comparar el sistema decimal de unidades de peso, con el juego de "**la casa de cambio**" en base 10.

Guía 5A, p.47

Instrucciones a los estudiantes

La gran mayoría de las instrucciones dadas a los estudiantes están expresadas claramente. A los estudiantes se les pide que: "escriban"; "copien"; "conversen"; "resuelve"; "digan"; "haz"; "calcula"; "midan"; "estudien el siguiente …"; "discutan;" "completa la siguiente tabla"; haz las cuentas"; "observa … y contesta;" etc.

En los siguientes ejemplo las instrucciones son claras y es importante observar que estas instrucciones están interrelacionadas. En el problema 4 y 5 se exploran fracciones en un cuadrado y se indica qué y cómo se debe hacer, con cuales fracciones se va a trabajar, el material a usar y como y dónde anotar el trabajo hecho. Luego en el problema 7 se continúa el mismo tipo de actividad de fracciones, con las mismas fracciones del problema anterior pero ahora usando un círculo. Luego el problema #8 le pide a los estudiantes que comparen sus procedimientos y respuestas que generaron con la actividad del círculo y con la actividad anterior del cuadrado.



Guía 7A, pp. 73-74

Por supuesto siempre hay instrucciones que deben ser mejoradas. Anteriormente mencionamos que se deben aclarar las instrucciones para trabajar en grupo, las cuales no son detalladas. Este punto lo enfatizamos otra vez en esta sección ya que las instrucciones de los problemas para trabajar en grupo deben ser mejoradas para que todos los miembros del grupo se beneficien de su trabajo. Nótese que en todo el libro de 4to grado encontramos una sola instrucción que precisó como trabajar en grupo. Nótese que se le indica a los estudiantes como organizar el trabajo entre ellos:

Uno del grupo pregunta el resultado de un dígito por 5 y los otros hacen cuentas mentalmente, gana un punto el que conteste más rápido.

Guía 4A, P. 38

En el libro de 4to encontramos solo algunas instrucciones que son un poco imprecisas como por ejemplo "a vuelo de pájaro" (in la p. 112 primera cartilla) lo que parece esperar que se identifique rápidamente sin pensar mucho cuales de los números dados son pares o impares. Indicar a los estudiantes que "exprese como producto" en lugar de decir que "escriba como producto" puede crear problemas. Una manera de lidiar con posibles problemas es la de indicar en la zona para el profesor maneras de aclarar las instrucciones a los estudiantes como indicarle que tipo de registro se espera con los diferentes tipos de frases en las instrucciones dadas en los problemas. También sería bueno aclarar cuales de las preguntas se esperan respuestas escritas u orales. Por ejemplo en la p. 68 se le pide a los estudiantes: *Contesten: ¿cómo son esos factores y cómo se llaman esos números?* No es claro si se espera la respuesta por escrito o si se espera oralmente.

Demanda cognitiva de los problemas

En la colección de libros la gran mayoría de los problemas fueron clasificados entre bajo-medio en su demanda cognitiva. Cuando el proceso esperado del estudiante es la de reconocer, replicar o aplicar un procedimiento dado, completar una tabla o los espacios en blanco el proceso cognitivo que se requiere para completar esa actividad es bien bajo. Cuando el proceso esperado es interpretar, inferir, predecir, comparar, la demanda cognitiva es media. Y cuando la demanda cognitiva es alta los procesos asociados son de argumentar, planear, producir, elaborar explicaciones, diseñar, etc.

Es importante observar que muchos de los problemas fueron clasificados de demanda cognitiva baja aún cuando el problema inicial era de demanda cognitiva media o alta. Esto sucedió en muchos problemas que son formulados a media o alta demanda pero se le pide al estudiante que utilice procedimientos dados en explicaciones anteriores. El problema #8 abajo es un ejemplo de un problema de alta demanda pero que se ha degradado a baja demanda porque se ha incluido una sugerencia que le demuestra al estudiante como resolver el problema dado.

Trabaja en grupo

8. El método que hasta ahora hemos estudiado, nos permite calcular multiplicaciones por un número dígito. ¿Cómo hacer con multiplicaciones como 347 **x** 25? Intenten inventar un método para estos casos.

Sugerencia:

Como 25 = 20 + 5

Podemos escribir la multiplicación 347 **x** 25 como 347 **x** (20 + 5)

Ahora por la propiedad distributiva tenemos:

347 **x** (20 + 5) = 347 **x** 20 + 347 **x** 5

Obtenemos dos multiplicaciones

Ya sabemos hacer:	¿Cómo calcular 347 **x** 20?
347 **x** 5	347 **x** 20 = 347 **x** (2 **x** 10) = (347 **x** 2) **x** 10

Si encontraron un método calculen:

427 **x** 18   1.236 **x** 34   19 **x** 2.009

Guía 5B, p. 51

Sin embargo el siguiente ejemplo es de demanda cognitiva alta y retiene esa demanda porque no se ha intercedido con sugerencias o explicaciones que reducen la demanda inicial del problema.

9. Discutan una forma de probar si una división está bien hecha. Apliquen este procedimiento para revisar las divisiones del ejercicio anterior.

Guía, 5C, p.55

Los Materiales de Séptimo Grado

El libro de séptimo grado pertenece al programa de postprimaria rural y está compuesto de 6 módulos, cada uno de los cuales tiene una unidad temática y a su vez se subdivide en guías. Dentro de cada módulo hay un material introductorio de unas pocas páginas, que discute qué va a aprenderse, los estándares a los que se apunta, un organizador de los conceptos fundamentales, un ejemplo de los problemas a tratar, y algunas ideas sobre la evaluación. A este material introductorio le suceden las guías. Cada guía identifica los estándares a los que apunta y desarrolla los contenidos con una combinación de explicaciones y problemas. Unos íconos correspondientes a "Lo que sabemos", "Trabajo en grupo", "Aprendamos algo nuevo", y "Ejercitemos lo aprendido" puntúan el desarrollo de los contenidos con conexiones con conocimientos o experiencias previas, actividades de aprestamiento, preguntas, definiciones, ejemplos, y ejercicios. Al cabo de las guías de un módulo, hay una sección intitulada "Apliquemos lo aprendido" que consiste en problemas de aplicación de los conocimientos de todo el módulo. A ésta la sigue una sección intitulada "Evaluemos" donde se incluyen preguntas de comprensión de los conocimientos, e instrumentos para que el alumno estime su progreso. A continuación examinamos en detalle los materiales de séptimo grado, atendiendo a las mismas áreas de concentración determinadas por el esquema de codificación de la muestra aleatoria, pero proveyendo ejemplos positivos y negativos tomados de los materiales de séptimo grado.

Nivel de profundidad del tratamiento de los conceptos

Los conocimientos abordados en séptimo grado incluyen variables y ecuaciones (módulo 1), el sistema de los números racionales (módulo 2), razones y proporciones, porcentaje, variación directa e inversa (módulo 3), capacidad y volumen (módulo 4), movimientos y semejanzas en el plano (módulo 5), y representación de datos con medidas de tendencia central (módulo 6). La cantidad y profundidad de conocimientos nos parece en general apropiada y su secuenciación nos parece promisoria. Se muestran a continuación ejemplos de conocimientos tratados con diferentes niveles de profundidad.

Profundidad Buena

En el tratamiento de ecuaciones simples, de la forma $x \pm a = b$, el siguiente ejercicio demuestra una atención excelente a la profundidad de los problemas asociados, coordinando el tema de las ecuaciones con la diversidad de problemas aditivos.

3. Escribe una ecuación que represente cada situación.

- La edad de Julia aumentada en 13 años es 35.
- Si a la estatura de Pablo se le disminuyen 15 cm, se obtiene 148 cm.
- La temperatura inicial de una ciudad era 13 °C. Si esta varió algunos grados y quedó en –4 °C.
- A un número se le suma (-21) y se obtiene (-48).

Figura tomada de p. 25.

Demasiada profundidad
El tratamiento de los números racionales como el conjunto formado por representantes de las clases de equivalencia de las fracciones, si bien correcto, parece apuntar a una profundidad de conocimientos mayor de la necesaria, y no parece estar bien logrado (véase p. 47). Un momento donde esta profundidad se vuelve aparente incluso para los autores es al trabajar teóricamente la suma de números racionales. La insistencia en la distinción entre fracciones y racionales como clases de equivalencia de fracciones lleva a los autores a definir la suma de números racionales usando el mínimo común múltiplo, y no el producto de los denominadores, como denominador de la suma. Luego al intentar ilustrar las propiedades estructurales de las operaciones con racionales, la propiedad clausurativa (p. 56) requiere una complejidad muy alta, más alta de lo que sería prudente. Los autores deciden expresar la propiedad clausurativa como

$(\frac{a}{b}) + (\frac{c}{d}) = (\frac{e}{f})$, lo que no tiene sentido de momento que *e* y *f* no exhiben sus relaciones estructurales con *a*, *b, c,* y *d* (no hay manera de demostrar que $\frac{e}{f}$ es un número racional si no sabemos a que son iguales *e* y *f* . La definición de la suma de números racionales como $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$ parece no estar disponible a los autores, estimamos que la razón es que $\frac{ad+bc}{bd}$ no es necesariamente irreducible y en tal caso no sería un número racional y la suma no será clausurativa. Por otra parte la definición de la suma como $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a\cdot[(mcm(b,d)/b]+c\cdot[mcm(b,d)/d]}{mcm(b,d)}$ no solamente es complicada de leer sino que demostrar su irreducibilidad no es trivial. Los autores han preferido entonces una manera de enunciar la propiedad clausurativa que no ayuda a que los estudiantes valoren la generalidad matemática, de momento en que el estudiante obtendrá la impresión que el hecho de que $(\frac{e}{f})$ es un número racional solamente se podrá saber luego de calcular la suma. El mismo problema se advierte al definir la multiplicación de números racionales en p. 61.

Un Ejemplo de profundidad insuficiente

Un ejemplo de baja complejidad se observa en el tratamiento del orden entre los decimales. Véase la figura más abajo. Al presentar el ordenamiento de decimales, los autores parecen ignorar dificultades documentadas de los estudiantes en la literatura en educación matemática: Lo que Resnick y sus colaboradores (1989) llamaron la "natural number rule" y la "fraction rule," de acuerdo con las cuales, los estudiantes cometen errores del tipo 0.3<0.25 pues 25>3 o 0.3>0.32 pues décimos son más grandes que centésimos. Hubiera sido más productivo que además de indicar como se comparan números decimales de acuerdo con su signo, se abordara también el órden lexicográfico. Esto apoyaría en particular el estándar que dice

Justifico la extensión de la representación polinomial decimal usual de los números naturales a la representación decimal usual de los números racionales, utilizando las propiedades del sistema de numeración decimal.

- Las expresiones decimales que corresponden a números racionales se ordenan de la siguiente forma:

- Si son dos expresiones decimales negativas, el número racional mayor es el correspondiente a la expresión decimal más cercana al cero.

  Ejemplo: -1,21 > -3,1548

- Si son dos expresiones decimales positivas, el número racional mayor es el correspondiente a la expresión más lejana del cero: En el caso, que tengan la misma parte entera, se compara cada una de las cifras de la parte decimal, una a una, hasta que se pueda determinar cuál es la mayor de estas.

  Ejemplo: 2,2145 < 2,2193

- Si es una expresión decimal negativa y la otra positiva, el número racional mayor es el correspondiente a la expresión decimal positiva.

  Ejemplo: -1,11212121…. < 0,12121212121….

Figura tomada de p. 76

Controles de avance

Si bien nuestro examen de las guías no mostró buena incidencia de controles de avance, la lectura en detalle del curso de 7mo grado dio a ver que los controles de avance están precisamente localizados en la introducción y la conclusión de los módulos. En particular, cada módulo contiene una tabla que ofrece al estudiante la oportunidad de chequear la calidad percibida de sus aprendizajes. Las tablas están excelentemente logradas: Atienden a objetivos posibles y conocimientos fundamentales. Notamos asimismo el valor de tener tal dispositivo para promover y asegurar la dedicación y la motivación de los estudiantes. Se muestra en la figura siguiente un ejemplo tomado de la unidad sobre medición de capacidad y volumen. Notamos asimismo, que la tabla demuestra atención a cuestiones de contenido, de procesos, y de metacognición.

	Sí	A veces	No	Justificación
Reconozco las características, relación y utilidad de magnitudes como el volumen y la capacidad, para el desarrollo de situaciones cotidianas.				
Utilizo diferentes estrategias para medir la capacidad y el volumen en diversas situaciones que se presentan en la vida diaria.				
Realizo esquemas como dibujos, o diagramas que me permiten solucionar un problema.				
Identifico equivalencias entre unidades de medida de volumen y capacidad y las aplico a la resolución del problema propuesto.				
Estimo si la respuesta que encuentro es coherente con el problema.				
Cuando no puedo solucionar el problema intento nuevamente hasta lograrlo.				
Verifico la información que se me da la guía.				
Participo en los debates que se puedan formar alrededor de la temática.				
Realizo mis tareas responsablemente tanto en los trabajos individuales como grupales.				

Un ejemplo de control de avance tomado de p. 171

Rol del Maestro

Nuestro análisis de los materiales en detalle sigue sin encontrar muchas referencias al rol del maestro. Al inicio de cada módulo, se hacen referencias al maestro como por ejemplo

> En el desarrollo del módulo se proponen diferentes momentos en los que tú, tus compañeros y tu maestro podrán evidenciar y analizar los progresos que tuviste en cuanto al aprendizaje de los conceptos relacionados con los diferentes movimientos o transformaciones en el plano. (p. 174)

Menciones como aquella se hacen también al final de cada módulo. Por ejemplo, luego de la tabla mencionada más arriba y mostrada en la figura de la sección anterior, es común encontrar expresiones tales como

> "Con tu maestro, determina estrategias para mejorar cada día tu trabajo. Establece un plan de seguimiento " (p. 171).

Al cabo de cada módulo hay también una sección de evaluación intitulada "Cómo me ve mi maestro?", un ejemplo de la cual se ve un fragmento en la figura siguiente.

¿Cómo me ve mi maestro?

A continuación, se nombrarán algunas ventajas y desventajas de las medidas de tendencia central estudiadas. Une con una línea la descripción de la medida de tendencia central con su correspondiente nombre.

• Es de fácil cálculo e interpretación sencilla. Es la más utilizada y es útil en muchos desarrollos matemáticos. La principal desventaja se presenta cuando alguno o los dos valores extremos de la muestra son desproporcionados respecto al resto de los datos, sobre todo cuando estos son poco numerosos. En este caso se aleja de la realidad, es decir, deja de ser representativa de los datos.	Media
• Es estable a los valores extremos. Es recomendable para el tratamiento de valores cualitativos. Se puede obtener por inspección. Puede que no se presente o exista más de una.	Mediana
• Es única. Es estable a los valores extremos. Es recomendable para el tratamiento de valores cualitativos o cuantitativos Si hay un gran número de datos, el tener que ordenarlos para hallarla exige esfuerzo y tiempo.	Moda

Como me ve mi maestro. Tomada de p. 225

Esas ocurrencias son formulaicas. Otras ocurrencias son aisladas. Por ejemplo a veces el maestro es llamado a participar en una actividad, tal como se ilustra en la figura siguiente.

Comparen los procedimientos utilizados por ustedes con los utilizados por otro grupo para responder las siguientes preguntas.

- ¿Los resultados obtenidos son iguales a los de ustedes?
- ¿El procedimiento utilizado es igual o diferente?
- Junto con el resto de curso socialicen los procedimientos y con ayuda del maestro determinen cuál de ellos es más apropiado para resolver la situación.

El maestro llamado a ayudar en una tarea. Tomado de p. 19.

Apoyo metacognitivo

Contamos a la tabla de autoevaluación presente al final de cada módulo como un apoyo metacognitivo importante. Como notamos más arriba, además de hacer reflexionar a los estudiantes sobre sus aprendizajes, la tabla también dirige parte de la atención de los estudiantes a elementos específicos que podrían describirse como metacognitivos. Por ejemplo, se le pide al estudiante que evalúe la expresión "Cuando no puedo resolver un problema intento de nuevo hasta lograrlo". Asimismo, en la tabla provista en p. 203 se incluye pedirle al estudiante que evalúe "Realizo mis tareas responsablemente tanto en los trabajos individuales como grupales." y "Respeto las opiniones de los demás y me preocupo por exponer las mías."

Hay aspectos de apoyo metacognitivo que faltan, sin embargo. Como era de esperarse en un libro de matemáticas de séptimo grado, hay muchas palabras técnicas--algunas que son de uso común pero tienen significados matemáticos distintos (e.g., fracción, semejante), otras que no son de uso común (e.g., par ordenado, clausurativa), y aún otras que no son palabras técnicas pero que pueden ser nuevas para el estudiante (e.g., caficultor). En ningún momento se hace alusión a cómo manejar el vocabulario: Por ejemplo, podría sugerírsele al estudiante que subraye las palabras nuevas y los elementos de contexto que sugieren su significado, o que anote las palabras nuevas en un papel aparte para luego buscar su significado en el diccionario. Tampoco hay suficientes llamadas de atención o recordatorios que conecten nuevos usos de palabras conocidas con el significado que ellas tuvieron en ocasiones anteriores: Por ejemplo cuando la fracción se define como el "cociente indicado" (p. 44) no estaría de más anotar al pie que los elementos de tal cociente indicado son el dividendo y el divisor de lo que anteriormente el estudiante habría visto como un problema a resolver (encontrar el cociente).

Relaciones humanas

Los autores han prestado mucha y muy buena atención a como se representan las relaciones humanas en estos materiales. Los usos de la matemática en la vida cotidiana son, por lo general, no solamente apropiados sino hasta útiles. Un ejemplo notable se muestra en la figura siguiente, donde el contexto de retirar dinero en un ATM se utiliza para darle sentido a la resolución de ecuaciones simples.

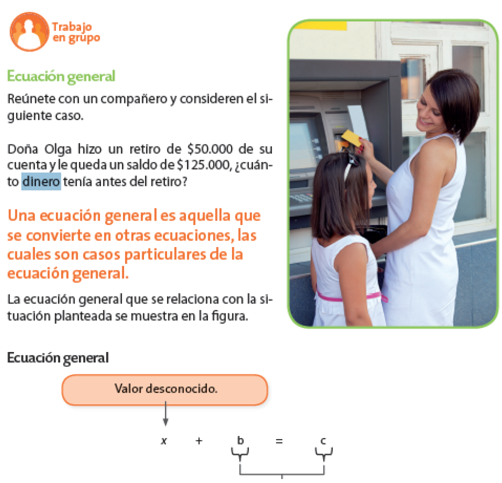


Figura tomada de p. 22

Observamos que son muy contadas las veces en que las conexiones matemáticas con la vida cotidiana parecen absurdas o superfluas. Un ejemplo es la pregunta en p. 83 "Una pera pesa 0,120 kg. ¿Cuánto pesan nueve peras de igual tamaño?" Si bien no hay nada matemáticamente incorrecto en la pregunta, la suposición de que alguien pueda medir con tal exactitud el peso de una pera y no advertir que es muy raro que dos peras pesen lo mismo es un poco increíble, especialmente para quien tiene algo de experiencia con cultivos. Para ver otro ejemplo, considérese la justificación del aprendizaje de las razones y proporciones con las afirmaciones siguientes:

> De esta forma cuando necesitamos saber cuánto vale un paquete de frunas, conociendo el valor de la unidad y la cantidad de unidades que trae el paquete, o cuando queremos saber cuál es la edad de una persona que es tres veces mayor que otra, por medio de la aplicación de las propiedades que poseen las proporciones nos es fácil saber la respuesta. (p. 89, nuestro resaltado)

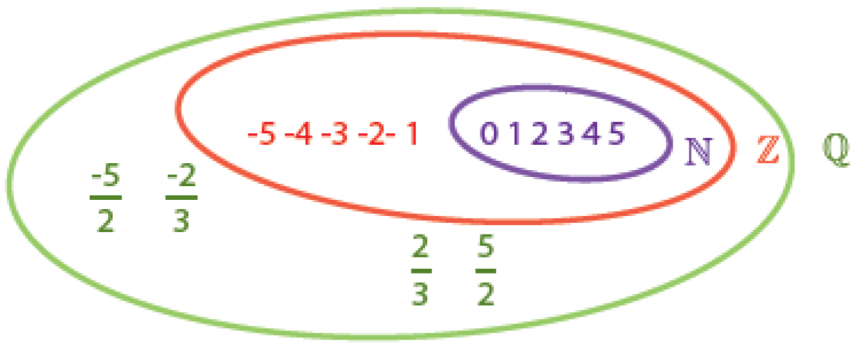
Nuevamente notamos que no hay nada matemáticamente incorrecto en lo afirmado, pero la presunción de que el estudiante pueda tener la costumbre de ponderar tales cuestiones pequeñoburguesas no nos parece que promueva una valoración positiva de lo que van a aprender--debemos evitar contribuir a la impresión de que las matemáticas son un juego de salón. Desde ese punto de vista, aunque entendemos que la atención a propiedades estructurales de los conjuntos numéricos responde a requerimientos de los estándares, nos preguntamos también si no habrá una mejor manera de estudiar las propiedades sin que su aprendizaje aparezca como la adquisición de hechos arcanos (trivia). No creemos que la respuesta a esta preocupación sea sencilla y habiendo visto lo que los autores han hecho, insistimos que estos materiales conectan muy bien con las realidades sociales y humanas de la audiencia.

Ilustraciones

Los materiales se destacan también en el uso de ilustraciones. Hay ilustraciones de distintos tipos. Algunas ilustraciones son icónicas como la mostrada más arriba donde la mención de Doña Olga retirando dinero del cajero automático se acompaña de una foto del evento. Otras ilustraciones son mejor llamadas *representaciones* en la medida de que pueden ser usadas para operar el razonamiento matemático. Un ejemplo muy bueno de esto es el uso de las balanzas para explicar las operaciones a ambos miembros de una igualdad, tal como se muestra en la figura siguiente.

Balanzas. Tomado de la p. 20

En algunos casos, sin embargo, las ilustraciones no parecen ser suficientes para ayudar a entender lo que se explica. Por ejemplo, al explicar el conjunto de los números racionales como clases de equivalencia de fracciones equivalentes, se incluye la ilustración siguiente:



Racionales. Tomada de la p. 48

No hay nada incorrecto con la ilustración anterior, pero no resulta suficiente para visualizar la diferencia entre las fracciones y los números racionales. La página siguiente, donde se proveen rectas numéricas como ilustraciones, sugiere un principio que podría ser más productivo para representar la extensión de los conjuntos numéricos. En efecto, hay evidencia de que el aprendizaje de la extensión de los conjuntos numéricos está anclado en un esquema compatible con la recta numérica (Siegler et al., 2011; véase también Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001). Y hay ejemplos de usos de la recta numérica para ilustrar extensiones y equivalencias a la vez (véase la figura siguiente tomada del análisis que Herbst, 1997, hizo de los libros de matemática de Tapia).

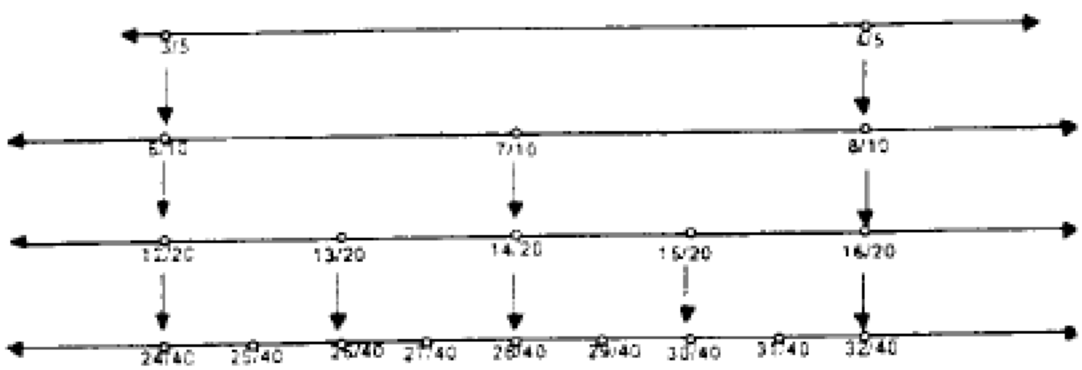


Figura tomada de Herbst (1997), reproducción de la representación de la densidad de los números racionales en Tapia et al. 1974, p. 405

En un caso hemos visto que la ilustración confunde más que ayuda. En la página 92 se incluye una hermosa ilustración de una venta de frutas, copiada en la figura más abajo. La ilustración por sí misma parece nada más que eso, pero en la página siguiente los estudiantes tienen que responder preguntas que conciernen la ilustración.

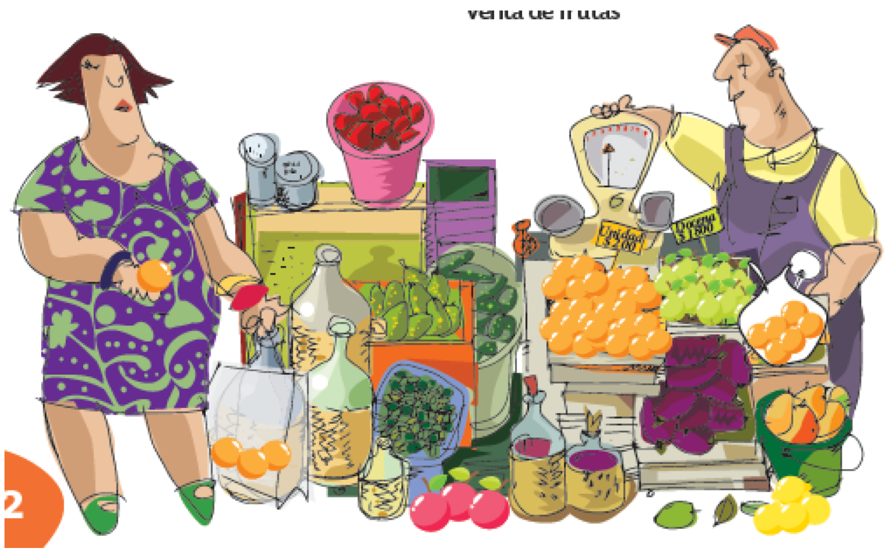


Figura tomada de la página 92

En la página 93 los estudiantes pueden leer: "También se observa que la señora empaca naranjas en una bolsa. ¿Cuántas naranjas guarda la señora en una bolsa? Si alguien compra una docena de naranjas, ¿cuántas bolsas debe llevar? ¿Cuánto debe pagar?"
La señora tiene 3 naranjas en la bolsa más una en la mano que presumiblemente pondrá en la bolsa. ¿Debe interpretarse por ello que a la bolsa le caben 4 naranjas y que la señora necesitará tres bolsas para la docena? A juzgar por el tamaño relativo de la bolsa a la señora (y por la cantidad de espacio libre en la bosa) juzgamos sin embargo que la bolsa es mucho mas grande y podría llevar más naranjas, fácilmente las 12 naranjas. ¿Se espera que el estudiante haga ese razonamiento? ¿Cómo se espera que el estudiante utilice esta ilustración para resolver el problema? En conclusión queremos señalar que los libros contienen muchos gráficos magníficos pero el uso de algunas ilustraciones como esta anterior puede ser mejorado considerando que si las mismas serán utilizadas para obtener o procesar información, las características pictóricas deben apoyar las demandas matemáticas de la tarea.

Cobertura de estándares

Nuestro análisis de la muestra aleatoria dio cuenta de algunas irregularidades en la cobertura de los estándares. Al analizar los módulos del séptimo grado se notó nuevamente que por lo general los estándares se han cubierto bien, aunque hay algunas irregularidades que se pueden observar.

En particular, se observa muy poco trabajo de justificación. Con respecto a la representación de los números decimales, se enuncia el estándar

> Justifico la extensión de la representación polinomial decimal usual de los números naturales a la representación decimal usual de los números racionales, utilizando las propiedades del sistema de numeración decimal. (p. 39)

Sin embargo ese estándar no se cubre: La extensión de la representación polinomial de los números naturales a los decimales no está ni discutida ni justificada. Nuestros comentarios sobre la poca profundidad en la discusión del orden entre los números decimales da cuenta de ello.

Se observa también una posible confusión entre lo propuesto por los estándares y lo provisto por el libro en relación a la proporcionalidad. Los estándares incluyen uno que se cita en p. 87

> Analizo las propiedades de correlación positiva y negativa entre variables, de variación lineal o de proporcionalidad directa y de proporcionalidad inversa en contextos aritméticos y geométricos.

El libro trabaja bastante bien la proporcionalidad directa y luego se dedica a la proporcionalidad inversa. La correlación negativa no se aborda pero los autores hablan de "correlación inversa." Nos cabe la duda si los autores están identificando la correlación negativa con la proporcionalidad inversa. A nuestro juicio, aquello sería erróneo. La correlación es una medida de ajuste lineal, e indica la medida en la que dos magnitudes se relacionan mediante un modelo lineal. La correlación es negativa si el coeficiente del término lineal es negativo (o si una magnitud crece linealmente cuando la otra decrece linealmente). La variación entre magnitudes correlacionadas (positiva o negativamente) son proporcionales en el sentido de que su crecimiento o decrecimiento sigue una tasa de cambio que es constante (sea positiva o negativa). La llamada proporcionalidad inversa, sin embargo, tiene ese nombre por herencia histórica, pero su tasa de cambio no es constante y por lo tanto su variación no es lineal. Los manuales contemporáneos en inglés la llaman "inverse variation" más frecuentemente que "inverse proportionality." A nuestro juicio el estándar podría haber aludido a ambos modelos $y = ax+b$ con $a<0$ (negative correlation) y a $y=1/x$ (inverse variation), sin embargo el libro de séptimo grado solamente se ocupa del segundo.

Conexiones entre los conocimientos

Los conceptos desarrollados en el libro de séptimo grado presentan una progresión muy razonable y promisoria entre sí. También hacen muchas conexiones con saberes introducidos en años anteriores. Como ejemplos positivos podemos mencionar el uso de números enteros en la introducción a las ecuaciones y la conexión de ecuaciones con la noción de perímetro en problemas como el mostrado en la figura siguiente.

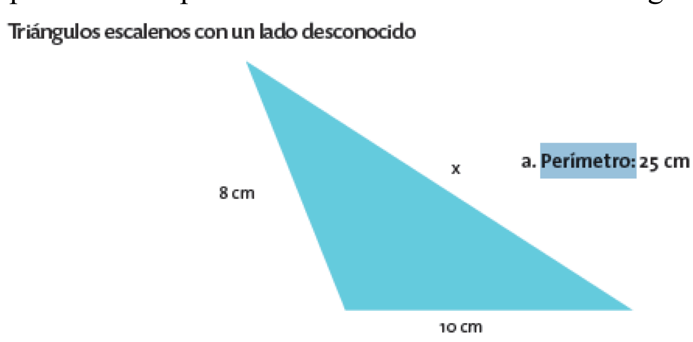


Figura tomada de p. 33

Las conexiones son frecuentemente tácitas, en el sentido de que las ideas se reutilizan pero no se indica explícitamente que las ideas se han visto en cursos anteriores. También hay casos donde faltan conexiones. Por ejemplo, en p. 102 se habla de razón de cambio pero esta expresión no se ha introducido aun y se la usa solamente una vez. El concepto es suficientemente distinto del de razón (en inglés se usan palabras distintas: *rate of change* y *ratio*). Otro ejemplo de falta de conexiones ocurre al enseñar operaciones con números decimales, se podría haber conectado este tema con la idea de posición relativa (place value) en la escritura de los números naturales en base 10. También la transición entre variable e incógnita, al pasar de la guía 1 a las guías 2 y 3, podría trabajarse mejor, en particular nos ha parecido que falta trabajar la idea de que una ecuación establece una restricción entre variables de donde surge la posibilidad de que los valores posibles de una variable sean una incógnita (Usiskin, 1999). Finalmente, nos sorprende el hecho de que ni en el tratamiento de las fracciones equivalentes (e.g., p. 46) ni en la resolución de proporciones haya conexiones con la resolución de ecuaciones, habiéndose visto esto anteriormente.

Corrección del contenido matemático

Como era de esperarse, la gran mayoría del texto es matemáticamente correcto, tanto conceptualmente como tipográficamente. Ejemplos notables de aciertos en la cobertura del conocimiento matemático incluyen la afirmación en p. 15 que "La incógnita interviene como un objeto matemático desconocido que se manipula como si fuera conocido," la distinción entre factor escalar y factor funcional (que, dicho sea de paso, podría haberse conectado con la noción de tasa o razón de cambio), o el hecho de que en página 104 se les enseña a los estudiantes a leer una proporción ("8 : 4 = 4 : 2 Se lee “8 es a 4 como 4 es a 2”"). A nuestro juicio, y a tono con lo que se ha progresado en las áreas de "multiple literacies" y "multimodality" es importante enfatizar explícitamente la lectura y la expresión oral matemáticas (Yore et al., 2007).

Hay, sin embargo, algunos errores y algunos desaciertos. Proveemos aquí algunos ejemplos que justifican nuestra recomendación de que los materiales se editen exhaustivamente. Un pequeño desacierto puede observarse en p. 64, como se muestra en la figura siguiente.

$$\frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right) = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} + \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f}$$

Figura tomada de p. 64

Se puede notar que las barras fraccionarias son de distinta longitud. Para quien sabe de fracciones aquello es una nimiedad pero para el estudiante que se encuentra descifrando el contenido, es posible que estas diferencias causen confusión.

Como ejemplo de un error tipográfico notamos que en la página 60, se define el producto de números racionales como se ve en la figura siguiente, donde obviamente falta el signo de la igualdad (=) :

$$\frac{a}{b} \bullet \frac{c}{d} \quad \frac{a \bullet c}{b \bullet d}$$

Figura tomada de p. 60

Luego en p. 112 se observan errores tipográficos al expresar porcentajes. Como se ve en la figura siguiente, las fracciones escritas $\frac{200}{100}$ y $\frac{300}{100}$ en los ejemplos 1 y 2, deberían ser escritas $\frac{20}{100}$ y $\frac{3}{100}$ respectivamente.

Ejemplo 1:

El 20 por ciento, es la razón 20 de cada 100 o 20 es a 100.

Se representa de varias formas: $\frac{200}{100}$, 20:100 y 20%

Ejemplo 2:

El 3 por ciento es la razón $\frac{300}{100}$, que indica 3 de cada 100.

Figura tomada de p. 112

Hay contados ejemplos de errores matemáticos más serios. Por ejemplo, considérese la propiedad 3 de las proporciones, enunciada en la p. 105

3. Si se tiene una proporción se pueden alternar los medios de una razón a la otra.

$$\frac{8}{4} = \frac{4}{2} \text{ cumple que } \frac{8}{4} = \frac{4}{2}$$

Nos queda igual porque los valores de los medios son iguales.

Figura tomada de p. 105

La propiedad dice en general que si a:b::c:d entonces también es cierto que a:c::b:d. La verdad de esa afirmación resta en la propiedad fundamental de las proporciones (i.e., a:b::c:d sí y solo sí $ad = bc$). Pero en el enunciado de la propiedad 3 mostrado arriba no solamente se le da al alumno un ejemplo demasiado particular ($b = c = 4$; lo que es un error didáctico), sino que se utiliza esa particularidad para justificar la afirmación (lo que es un error matemático).

Uso del lenguaje

El uso del castellano es en su gran mayoría correcto. Como se notó más arriba, hay evidencia de cierta indecisión en el tratamiento del lector, a quien a veces se le habla de tú, otras de usted, otras de ustedes, otras veces se usa el verbo en infinitivo, e incluso algunas veces se identifica al lector con el autor (por ejemplo al dar cuenta de los pasos de un procedimiento). Tomados como textos aislados ninguno de esos usos es incorrecto, pero como partes de un texto integrado, se prestan a que el lector se pregunte qué está ocurriendo o que note diferencias donde ninguna diferencia se quiso hacer notar.

Hay contadas inconsistencias en el uso del género, por ejemplo en la página 73 se dice "El racional generatriz de una expresión decimal periódica mixto" (nuestro resaltado), cuando en otros lugares se escribe, correctamente, que las expresiones decimales son mixtas**.** Hay también inconsistencias en el uso del número, por ejemplo en la página 73 se dice

> "En el caso, que se tengan expresiones decimales que no sean ni exactas, periódicas puras o periódicas mixtas, no se consideran que [éstas] corresponda a números racionales." (nuestro resaltado)

Los resaltados en verde indican a nuestro juicio errores gramaticales, la coma agregada en verde indica una adición gramatical necesaria mientras que la palabra en verde podría ayudar a la lectura. El sujeto de la oración está tácito pero es singular--es quien lee las expresiones decimales, de modo que el verbo *considerar* debe conjugarse en singular (se considera). El verbo *corresponder*, por lo contrario, está asociado a la proposición subordinada (aquello que se está considerando) y que involucra expresiones decimales (plural), de modo que debe conjugarse en plural (*correspondan*).
En algunos casos notamos que las complejidades gramaticales resultan en errores matemáticos. Por ejemplo, en la página 48, leemos la definición siguiente,

> El conjunto que resulta de unir todas las clases de los conjuntos de las fracciones equivalentes que determinan los números racionales es el **conjunto de los números racionales**.

Nos parece que esta definición contiene complejidades gramaticales no solamente difíciles de diseccionar, sino también errores matemáticos. La definición correcta es

> El conjunto que resulta de unir todas las clases de equivalencia en el conjunto de las fracciones es el **conjunto de los números racionales**.

Como notamos más arriba, sin embargo, la definición correcta de los números racionales requiere más abstracción de la recomendable para este nivel de escolaridad: En efecto, el estudiante tiene que entender a la equivalencia de fracciones como una relación de equivalencia que provoca una partición en el conjunto de fracciones, y a los números racionales como el conjunto cociente. Nos parece un poco temprano esperar esta comprensión de parte de alumnos de séptimo grado.

Otro ejemplo en el que la gramática hace la matemática más compleja es en el problema siguiente, tomado de la guía sobre suma de números racionales (anterior a la guía de multiplicación).

- El lunes se ocuparon $\frac{7}{10}$ de la capacidad de una bodega y el martes $\frac{1}{4}$ de lo que faltaba por llenar el lunes.

  » ¿Cuál es la fracción que representa lo que está ocupado de la bodega?

  » ¿Cuál es la fracción que representa lo que falta por llenar de la bodega?

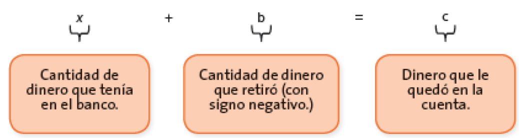
Figura tomada de página 58

La expresión "$\frac{1}{4}$ de lo que faltaba por llenar el lunes" alude a la operación matemática $\frac{1}{4}(1-\frac{7}{10})=\frac{3}{40}$. Sin embargo creemos que no es eso lo que los autores intentaron escribir, especialmente porque el contexto sugiere operaciones de suma y resta. Parece más probable que lo esperado del estudiante es que este resuelva $\frac{3}{10} - \frac{1}{4}$. Pero para ello el enunciado debería de decir "El lunes se ocuparon 7/10 de la capacidad de la bodega y el martes 1/4 adicional de su capacidad..."

Apoyos gráficos para el estudio

El uso de apoyos gráficos como las negritas, las itálicas, los recuadros, y los esquemas es excelente. Por ejemplo nótese el uso de apoyos gráficos usado en la enseñanza de la resolución de ecuaciones en la figura siguiente:

Interpretación de los elementos de una ecuación con una incógnita



Esquema para resolver una ecuación con una incógnita

Ecuación general	x	+	b	=	c
Reemplacen a b por la cantidad de dinero que retiró doña Olga (con signo negativo) y a c por el dinero que le quedó en la cuenta.	x	+	____	=	____
Sumen el opuesto del sumando que acompaña a la incógnita a ambos lados de la igualdad.	x + ___		___	=	___ + ___
Realicen los cálculos matemáticos correspondientes.			x	=	____

Figura tomada de p. 23

Notamos aquí el uso de recuadros para darle interpretación contextual a los elementos de una ecuación, y el uso de un esquema para delinear los pasos de la resolución. En ambos casos, el uso de los gráficos parece muy bien logrado.

Integración entre explicaciones y actividades del alumno

Por lo general, las explicaciones y las actividades pedidas al alumno están bien integradas. Se aprecia el hecho de que los conceptos suelen introducirse utilizando como ejemplos problemas similares a aquellos que luego harán los estudiantes. El lenguaje usado en algunas explicaciones, sin embargo, nos parece demasiado reglamentario--describiendo el trabajo en términos de lo que se *debe* de hacer. Véase por ejemplo la figura siguiente tomada de la página 74:

Si se tiene 3,1212121212,.... Es una expresión periódica pura.

Decimos que es igual a x = 3,121212...

Debemos multiplicar por una potencia de 10 que tenga tantos ceros como cifras existen en la parte periódica. En este caso son dos cifras entonces multiplicamos por 100. Se obtiene entonces que:

$$100\,x = 312{,}1212\ldots$$

Nótese la oración que dice "debemos multiplicar." Nos preguntamos a propósito de aquello si tal uso del lenguaje no será un obstáculo para que el estudiante desarrolle autonomía en su propio trabajo. El estudiante puede multiplicar el número por cualquier potencia de 10 o por cualquier otra cosa; le conviene, sin embargo, multiplicarlo por la potencia de 10 que se sugiere allí. Creemos que es importante que el estudiante tenga control de las decisiones que toma y que el uso del lenguaje puede ayudarle a tomar tal control.

Los ejemplos usualmente elegidos para mostrar como hacer las operaciones son muy buenos. En particular destacamos las elecciones hechas al construir ejemplos de sumas de números decimales (p. 80) en la medida en que son decimales con expansiones de longitudes distintas.

Una mirada a los problemas asignados a los alumnos

En general, los problemas asignados a los alumnos crean amplias oportunidades para ejercitar la mayoría de los procesos matemáticos prescriptos en los estándares.

La formulación y resolución de problemas se trabaja bien, con muchos ejemplos que conciernen contextos familiares para los estudiantes. Se ha comentado más arriba sobre la diversidad de problemas aditivos en la resolución de ecuaciones. Notamos asimismo lo interesante de los problemas de mezcla como el de la bebida hecha de frutas en p. 109. Hay, sin embargo, problemas que parecen demasiado simples. Por ejemplo en las páginas 59 y 60 el problema de las cajas con café parece demasiado sencillo para la edad de los estudiantes. También hay algunos problemas que parecen estar mal formulados. Por ejemplo en la p. 110 cuando los estudiantes tienen que plantear y resolver una proporción, se les dice que "Camilo tiene 18 tarros de pintura, para pintar 21 puertas. ¿Cuántas puertas puede pintar con 28 tarros?" Dado ese enunciado, la respuesta esperada es $\frac{28\times 21}{18} = \frac{98}{3} \approx 32.\hat{6}$ puertas, lo que parece un poco extraño. La pregunta tendría mayor sentido práctico si fuera al revés, cuantos tarros de pintura se necesitan para pintar una cantidad dada de puertas. Si el problema hubiera sido "¿cuantos tarros se necesitan para pintar 28 puertas?" la respuesta esperada sería $\frac{28\times 18}{21} = 36$. En este caso hasta los números elegidos cuadran mejor, pero incluso si el resultado hubiera sido un decimal, habría una mejor interpretación tratándose de fraccionar pintura y no puertas.

El modelaje se trabaja bien. Se aprecia que se involucre a los estudiantes en usar los conocimientos estudiados para tratar información personal como su altura, edad, y peso o la longitud de sus pasos. Se aprecia también las consideraciones hechas de cuando es razonable unir los puntos en el gráfico de una función. Hay algunas veces en las que el modelaje pedido parece no haber estado bien pensado. Un ejemplo es el problema siguiente, incluido en la evaluación en p. 84: " 2. Halla un número entero sabiendo que la suma con su inverso es 13/8." Estimamos que se espera que el estudiante modele este problema planteando que $x + \frac{1}{x} = \frac{13}{8}$, lo cual parece una buena actividad donde el estudiante demuestra conocimiento de definiciones (inverso) y del planteo de ecuaciones. Sin embargo, pedirle al estudiante que encuentre el número buscado parece problemático con los datos del caso. En efecto, la resolución analítica requiere transformar la ecuación en una cuadrática ($8x^2$-$13x$+8=0) las cuales aún no se han estudiado. Los alumnos probablemente podrían resolver un problema de ese estilo usando ensayo y error, pero no este problema en particular, ya que las soluciones de esta ecuación cuadrática son números complejos conjugados.

La comunicación está bien trabajada. Por ejemplo notamos lo valioso de hacer ejercitar la traducción a diferentes registros, tal como se pide en el ejercicio siguiente

3. Completen la siguiente tabla.

Representaciones de la fracción

Porcentaje	Cómo se lee	Razón (operador)	Expresión decimal
20 %		$\frac{20}{100}$	
			0.50
	Cuarenta por ciento		
2 %			
		$\frac{4}{100}$	

Figura tomada de p. 115

También son valiosos ejercicios como el siguiente, donde se pide al estudiante que escriba los procedimientos a hacer y luego los ejecute.

3. Completa la tabla indicando la operación realizada como muestra el ejemplo.

Completar los espacios vacíos

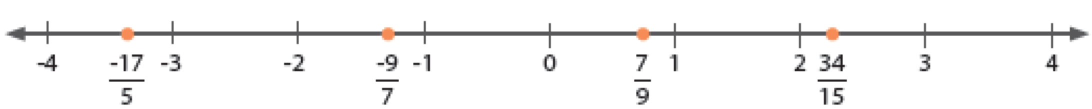
Ecuación	Operación	Solución
$x + 37 = -29$	Restar 37 a ambos lados de la igualdad.	$x = -56$
$24 + x = 16$		
$x + 83 = -10$		
$-28 + x = 35$		

Figura tomada de p. 31

Sin embargo no hay suficientes ejercicios donde los estudiantes tengan que traducir ecuaciones al lenguaje ordinario o leer ecuaciones. Nos gustaría ver un poco más de eso.

El razonamiento se trabaja insuficientemente. Considérese el ejemplo siguiente

4. Verifica cuáles números racionales están correctamente representados en la recta:



El formato del ejercicio es muy bueno para hacer que el estudiante use propiedades de los números racionales y estimación para hacer argumentos por contradicción. Sin embargo los ejemplos particulares incluidos son tales que ninguno de los números parece estar incorrectamente representados. Hubiera sido mejor que el punto etiquetado como $\frac{34}{15}$ se etiquetara en su lugar $\frac{29}{15}$ o $\frac{40}{15}$. En tal caso el estudiante podría haber pensado que dado que 30/15 es 2 y 29/15 es menor, el punto aquel no puede ser 29/15, o bien podría haber pensado que dado que 40/15 está más cerca de 45/15 que de 30/15, y el punto aquél está más cerca de 2, no es posible que aquél sea 40/15.

La formulación y ejecución de procedimientos está bien trabajada en el libro. Se hace un buen trabajo en general. Si acaso alguna sugerencia hace falta es que podría haber más ejercicios de resolución de ecuaciones.

El uso de los distintos registros matemáticos por los estudiantes es variado, aunque se encuentran muchos más ejemplos numéricos y tabulares que de los otros. No hay suficientes problemas donde los estudiantes deban hacer un dibujo o gráfico, o donde deban producir ecuaciones.

Las instrucciones en los problemas están por lo general bien elaboradas. Un ejemplo particularmente bueno es el siguiente--destacamos no solamente que las instrucciones están claras sino también que la existencia de más soluciones que ecuaciones hace el problema un poco más difícil.

6. Asocia cada ecuación de la columna A con la respuesta correspondiente de la columna B.

A	B
a. $5x + 3 = 23$	$x = -1$
b. $14 + 3x - 5 = 6$	$x = 2$
c. $4x + 6 = 14$	$x = 4$
	$x = 2$

Figura tomada de página 34

Más arriba se han dado ejemplos de instrucciones problemáticas o con errores.

La demanda cognitiva de los problemas también varía y por lo general es apropiada. Un ejemplo de demanda alta puede verse en la figura siguiente

3. Escribe una ecuación que represente cada situación.

- La edad de Julia aumentada en 13 años es 35.
- Si a la estatura de Pablo se le disminuyen 15 cm, se obtiene 148 cm.
- La temperatura inicial de una ciudad era 13 °C. Si esta varió algunos grados y quedó en −4 °C.
- A un número se le suma (-21) y se obtiene (-48).

Figura tomada de p. 25

Un ejemplo de demanda media es el trabajo pedido al estudiante en la siguiente ejercicio, dado en el contexto de un pesista que ha puesto pesos en una barra para alzar pesas. Se le indica primero al estudiante que

> "En el segundo intento el pesista desea levantar un peso total de 110 kg, utilizando la misma barra de 10 kg, los asistentes han sustituido los dos discos usados anteriormente por cuatro discos del mismo peso."

Parte de las actividades que siguen incluye lo que se le pide al estudiante en la figura siguiente:

- Escriban los valores correspondientes a las letras *a*, *b*, y *c* en la siguiente tabla.

Sustitución de constantes en una ecuación de la forma $a \cdot x + b = c$

Letra a sustituir	Valor (Escribir el número correspondiente)
a: Constante que multiplica a la incógnita ***x***.	
b: Constante que se suma al término ***ax***.	
c: Constante a la derecha del igual.	
Sustituyan las letras *a*, *b* y *c* por los valores encontrados en la ecuación $ax + b = c$.	

- ¿Cuál es la letra que representa a la incógnita?
- ¿Qué operación está realizando el número 10 en la ecuación hallada?
- ¿Qué operación está cumpliendo la incógnita en el término 4*x*?
- ¿Qué significa el valor 110?

Figura tomada de p. 28

Un ejemplo de demanda baja se muestra en la figura siguiente donde el estudiante puede resolver el problema usando simplemente aritmética.

5. Daniel tiene tres billetes de $ 10.000 y dos billetes de $ 20.000. Lucía tiene un billete de $ 50.000 y un billete de $ 20.000. Ambos reciben $ 150.000 al final de la semana por su trabajo. ¿Con cuánto dinero queda cada uno?

Figura tomada de p. 31

Comentarios sobre la matemática en el programa de aceleración a propósito del Modulo 6

Para incluir al programa de aceleración en nuestra evaluación procedimos a examinar el caso del Módulo 6. Nuestra impresión de la lectura es que se ha hecho un esfuerzo por incluir cuestiones matemáticas dentro de un desarrollo integrado y centrado en cuestiones de importancia práctica para los estudiantes. Tal tarea es difícil de ejecutar. Si bien la posibilidad de resolver problemas matemáticos está disponible en casi cualquier terreno de la vida cotidiana, la utilización de contextos reales tratados en profundidad no siempre se presta para enseñar los conceptos matemáticos. Hay tradiciones curriculares como el enfoque de "Realistic Mathematics Education" (Treffers, 1993) que han invertido décadas en examinar cómo la realidad puede volverse contexto para organizar aprendizajes matemáticos. En el caso del Módulo 6, la atención a las matemáticas dentro del contexto de un estudio del ambiente en el planeta es aceptable, si bien simple y no muy claramente organizada. Anotamos primero algunos elementos de crítica aislada y luego ofrecemos unos comentarios generales

En p. 18, a propósito de la multiplicación, se presenta el siguiente problema

> En la selva amazónica se encuentran aproximadamente 316 especies vegetales diferentes por hectárea. ¿Cuántas especies existen en tres hectáreas?, ¿y en doce hectáreas? ¿A qué se debe esa diferencia?

La pregunta parece dirigida a usar la multiplicación. Pero la información de que 316 especies distintas se encuentran en una hectárea no implica necesariamente que la cantidad de especies distintas se incremente linealmente y por tanto plantear un problema multiplicativo puede no tener sentido. (Si el problema hablara de la cantidad de plantas por hectárea, distintas o no, habría más razón para utilizar un modelo lineal.). Contrástese aquél problema con el problema planteado en p. 86:

> Si un árbol de la selva amazónica ofrece vivienda a dos mil animales,
> — ¿cuántos animales pueden vivir en diez árboles?,
> — ¿cuántos animales pueden vivir en cien árboles?

Este parece más apto como aplicación de la multiplicación.

En la página 70, en el contexto de fracciones equivalentes, se plantea un problema imposible:

• Completa, en tu cuaderno, las siguientes operaciones:

$$\frac{2}{5} \xrightarrow[\times 2]{\times 2} \frac{\dots}{\dots} \qquad \frac{1}{4} \xrightarrow[\times 3]{\times 3} \frac{\dots}{\dots}$$

$$\frac{4}{8} \xrightarrow[\div 4]{\div 4} \frac{\dots}{\dots} \qquad \frac{8}{12} \xrightarrow[\div 4]{\div 4} \frac{\dots}{\dots}$$

35 … 1830

1821 … 67

Recuerda:

Para obtener una fracción equivalente a otra, basta multiplicar (o dividir) los dos términos de la fracción por el mismo número.

Se puede notar que es imposible que el mismo número sea multiplicado a 35 y a 1821 para dar, respectivamente 1830 y 67. Es una buena idea plantear el problema de averiguar el multiplicador y también una buena idea preguntar si dos fracciones dadas pueden ser equivalentes, pero en este caso no está claro que el objetivo sea que el estudiante justifique la imposibilidad de la equivalencia. A propósito de las fracciones: Es bastante extraño encontrar que la explicación de qué es una fracción aparece luego de haber enseñado fracciones equivalentes. Esto sin embargo es lo que se observa en el módulo 6.

Hay una actividad interesante en la p. 172 donde las hojas de plantas se describen por su ancho y alto. La actividad pide organizarlas en un gráfico de barras ("Elabora un diagrama de barras para organizar la información recogida sobre la dimensión de las hojas", p. 172) pero no está claro qué variable se utilizará para ordenarlas: el área del rectángulo que cubre cada hoja es una alternativa posible.

En general nuestra impresión del módulo 6 es que hay un intento de atender a algunas nociones centrales de la matemática elemental (multiplicación, fracciones, porcentajes, medidas de tendencia central) en el contexto de una unidad enfocada en cuestiones ecológicas. La secuenciación de los conocimientos matemáticos es a veces problemática y la profundidad con la que se atacan podría ser mayor. El grado con el que los problemas matemáticos se integran al estudio de los conceptos ecológicos varía, con algunos problemas bien integrados y otros apareciendo como pretextos. Desde nuestro punto de vista, probablemente sería más productivo que el programa de aceleración tuviera un módulo adicional o apéndice con un tratamiento conciso y ordenado de los conocimientos matemáticos básicos, y que los módulos interdisciplinarios como el módulo 6 se refirieran a páginas específicas de tal apéndice cuando asignan problemas contextualizados. Estimamos que tal enfoque puede lograr mejor la meta de integrar actividades matemáticas con conocimientos de otras disciplinas a la vez que mantener un mínimo de coherencia en el desarrollo de los conceptos matemáticos.

Conclusión

Nuestro examen de los materiales producidos para Escuela Nueva, Postprimaria, Media Rural y el programa de aceleración, se ha encontrado con un trabajo ambicioso, complejo, y en su mayoría muy bien logrado. Es natural encontrar errores aislados en un trabajo de tal magnitud, sin embargo los aciertos son más notables que los errores. Los materiales merecen un trabajo de edición detallada que subsane algunos errores aislados en el uso del lenguaje y en las matemáticas. Sin embargo, la edición presente permite hacer los siguientes comentarios de apreciación. Un acierto fundamental es el haber podido contextualizar los aprendizajes matemáticos en problemas de interés a estudiantes de procedencia rural y hacer esto al mismo tiempo que se prestara atención a los estándares de matemática de Colombia. Otro acierto fundamental es la integración natural entre explicaciones y problemas en el desarrollo de los conocimientos--los conocimientos se explican con una notable conexión con las actividades de los estudiantes y enfocados al aprendizaje conceptual. Asimismo los ejercicios planteados no son demasiados en cantidad ni demasiado enfocados a los procedimientos. Un tercer acierto fundamental es la integración de representaciones matemáticas provenientes de varios registros (numérico, tabular, simbólico...) en la elaboración de los conocimientos y en las actividades de los alumnos. Los autores han podido hacer esto aun cuando han mantenido la actividad del alumno centrada en el texto--los materiales no requieren mucha inversión en otros recursos. Finalmente, conectado con los estándares de Colombia, los materiales proveen una demostración concreta de como se puede atender a los cinco tipos de pensamiento matemático y a los cinco procesos matemáticos prescriptos en los estándares. La integración de aquéllos en cursos de estudio ocupados de conceptos matemáticos diversos es notable tanto en sus aspiraciones como en sus logros.

Referencias

Doyle, W. (1988). Work in mathematics classes: The context of students’ thinking during instruction. *Educational Psychologist, 23*(2), 167–180.

González, N., Moll, L. C., & Amanti, C. (Eds.). (2013). *Funds of knowledge: Theorizing practices in households, communities, and classrooms*. Routledge.

Herbst, P. (1997). The number-line metaphor in the discourse of a textbook series. *For the Learning of Mathematics, 17*(3), 36-45.

Hiebert, J et al. (2003). Teaching mathematics in seven countries: Results from the TIMSS 1999 video study. Washington, DC: Nacional Center of Education and Statistics.

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (Eds.). (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academies Press.

Mesa, V., Gómez, P., & Cheah, U. H. (2013). Influence of International Studies of Student Achievement on Mathematics Teaching and Learning. In M. A. (Ken) Clements et al. (Eds.), *Third International Handbook of Mathematics Education*, (pp. 861-900). Springer New York.

Ministerio de Educacion Nacional de Colombia (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas: Guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden.* Bogotá: Revolución Educativa.

Mullis, I.V.S., Martin, M.O., Foy, P., & Arora, A. (2012). *TIMSS 2011 International Results in Mathematics.* Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College.

Resnick, L. B., Nesher, P., Leonard, F., Magone, M., Omanson, S., & Peled, I. (1989). Conceptual bases of arithmetic errors: The case of decimal fractions. *Journal for Research in Mathematics Education*, *20*(1), 8-27.

Rico, L. (Ed.). (1997). *Bases teóricas del currículo de matemáticas en educación secundaria*. Madrid, España: Síntesis.

Siegler, R. S., Thompson, C. A., & Schneider, M. (2011). An integrated theory of whole number and fractions development. *Cognitive Psychology*, *62*(4), 273-296.

Treffers, A. (1993). Wiskobas and Freudenthal realistic mathematics education. In Streefland, L. (Ed.), *The Legacy of Hans Freudenthal* (pp. 89-108). Springer Netherlands.

Usiskin, Z. (1999). "Conceptions of School Algebra and Uses of Variables." In B. Moses (Ed.), *Algebraic Thinking, Grades K–12: Readings from NCTM's School-Based Journals and Other Publications* (pp. 7–13). Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics.

Yore, L. D., Pimm, D., & Tuan, H. L. (2007). The literacy component of mathematical and scientific literacy. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *5*(4), 559-589.