Ministerio de Educación Nacional
Calle 43 No. 57 - 14 Bogotá, D.C.
Teléfono: 222 28 00
www.mineducacion.gov.co
www.colombiaaprende.edu.co

Matemáticas · Grado Quinto · Primera Cartilla

Modelo Educativo
Escuela Nueva

5
Grado

Matemáticas
Primera Cartilla

La educación es de todos

Mineducación

Matemáticas

5

Primera Cartilla

Escuela Nueva

La educación es de todos
Mineducación

Ministerio de Educación Nacional de Colombia

María Victoria Angulo González
Ministra de Educación Nacional

Constanza Alarcón Párraga
Viceministra de Educación Preescolar, Básica y Media

Sol Indira Quiceno Forero
Directora de Cobertura y Equidad

Sandra Patricia Bojacá Santiago
Subdirectora de Permanencia

Clara Helena Agudelo Quintero
Coordinadora grupo educación en el medio rural y para jóvenes y adultos - Subdirección de Permanencia

Luis Mauricio Julio Cucanchón
Profesional especializado Subdirección de Permanencia

Luz Yenny Hernández Robayo
Maricel Cabrera Rosero
Jorge Eduardo Morales
Equipo técnico Subdirección de Permanencia

Heublyn Castro Valderrama
Coordinadora del proyecto

Clara Helena Agudelo Quintero
Gina Graciela Calderón
Luis Alexander Castro
María del Sol Effio Jaimes
Francy Carranza Franco
Omar Hernández Salgado
Edgar Mauricio Martínez Morales
Jesús Alirio Naspiran
Emilce Prieto Rojas
Equipo Técnico

Diseño y Dirección
Proyecto Escuela Nueva 2010

CORPOEDUCACIÓN
CORPORACIÓN PARA EL DESARROLLO DE LA EDUCACIÓN BÁSICA

Apoyo y acompañamiento
Comité de Cafeteros de Caldas

Agradecemos a los profesionales que participaron en la primera edición de las cartillas Escuela Nueva 1997, Ministerio de Educación Nacional.

AUTORES
Jorge Castaño García
Alexandra Oicatá Ojeda

COORDINADORA DE PROYECTO
Patricia Enciso Patiño

DISEÑO Y DIAGRAMACIÓN
Elvira Ausique Lozano

DIRECCIÓN EDITORIAL
María Constanza Pardo Sarmiento
Karem Langer Pardo

Gloria Díaz Granados M. **DISEÑO PROYECTO GRÁFICO**

María José Díaz Granados M. **CORRECCIÓN ESTILO**

Juan Ramón Sierra, Sebastián González Pardo. **ILUSTRACIÓN**

Javier David Tibocha. **DIGITALIZACIÓN IMÁGENES**

María Eugenia Caicedo Concha, María Consuelo Aguirre, Fanny Sarmiento, Martha Lucía Vega. **ASESORAS**

Blanca Elvira Villalobos Guarín. **COORDINADORA ADMINISTRATIVA**

Impreso por Panamericana Formas e Impresos S.A.

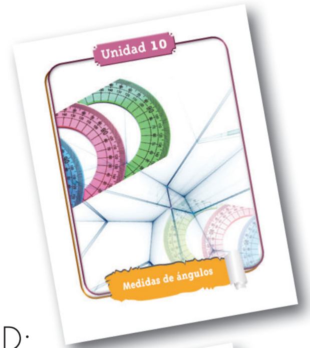
© Ministerio de Educación Nacional
ISBN libro: 978-958-8712-38-3
ISBN obra: 978-958-33-3362-0

Dirección de Calidad para la Educación Preescolar, Básica y Media
Subdirección de Referentes y Evaluación de la Calidad Educativa
Ministerio de Educación Nacional
Bogotá, Colombia, 2010
www.mineducacion.gov.co

Hola, somos

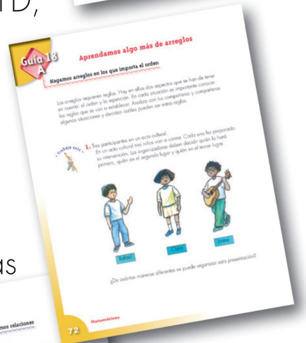
¡Verás qué maravilloso es conocer, compartir, investigar y aprender!

¡Y como todo viaje necesita mapas, una buena brújula, provisiones…, aquí tenemos TODO!

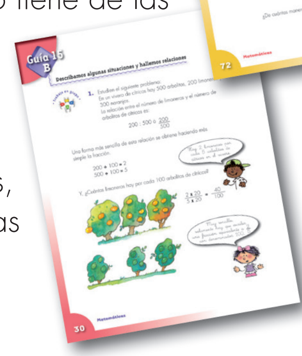


Las cartillas de Escuela Nueva serán nuestros mapas, mira cómo están organizadas para que puedas recorrer el camino más fácilmente. Vamos a recorrer **UNIDADES** que se dividen en **GUÍAS**: **1**, **2**, **3**, **4**.

Cada Guía se divide en cuatro partes: **A**, **B**, **C** y **D**. Por eso vas a ver que las guías se ordenan así: GUÍA 1A, GUÍA 1B, GUÍA 1C, GUÍA 1D; GUÍA 2A, GUÍA 2B, GUÍA 2C, GUÍA 2D… y así sucesivamente.



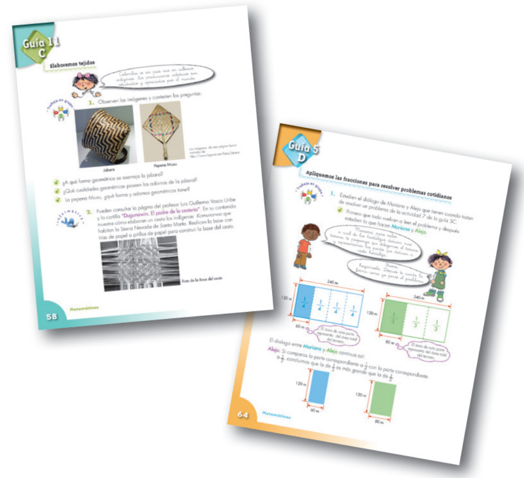
En la **PARTE A** de las **GUÍAS** te invitamos a resolver situaciones problema con tus ideas y con las de tus compañeros; intenta inventar tus propias soluciones, que aunque no siempre sean las mejores, te ayudarán a entender lo que sabes y cómo lo sabes. Aprender se parece más a transformar, poco a poco, las ideas que uno tiene de las cosas, de la gente, del mundo,… que a memorizar lo que otros nos dicen.



En la **PARTE B** de las **GUÍAS** realizarás actividades para que amplíes y profundices tus conocimientos. Te pediremos, que junto a tus compañeros, compares soluciones y decidas sobre las que te parecen mejor.

En la **PARTE C** de las **GUÍAS** realizarás actividades para que precises y amplíes lo que has aprendido en las dos partes anteriores.

En la **PARTE D** de las **GUÍAS** realizarás actividades para que apliques lo que has aprendido a situaciones de tu vida y de tu comunidad.



Estas imágenes se llaman **Íconos**, las encontrarás a lo largo de las cartillas para que sepas qué hacer en diferentes momentos.

La brújula somos **Alejo** y **Mariana** pues te ayudaremos todo el tiempo; las provisiones son nada menos que todo lo que tienes dentro como ser humano: experiencia, sueños, alegría, curiosidad, camaradería…

Bueno ahora sí

a ¡VOLAR!

Contenido

Unidad 1

Nuevamente cómo varían magnitudes

Trabajar en Escuela Nueva los siguientes

Estándares:

GUÍA 1. COMPAREMOS LA CONCENTRACIÓN DE MEZCLAS

- Resuelvo y formulo problemas en situaciones de proporcionalidad directa, inversa y producto de medidas.
- Modelo situaciones de dependencia mediante la proporcionalidad directa e inversa.
- Describo e interpreto variaciones representadas en gráficos.
- Analizo y explico relaciones de dependencia entre cantidades que varían en el tiempo con cierta regularidad en situaciones económicas, sociales y de las ciencias naturales.

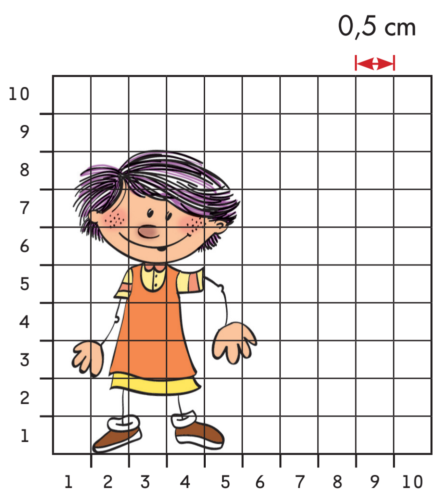
Me permite desarrollar mis

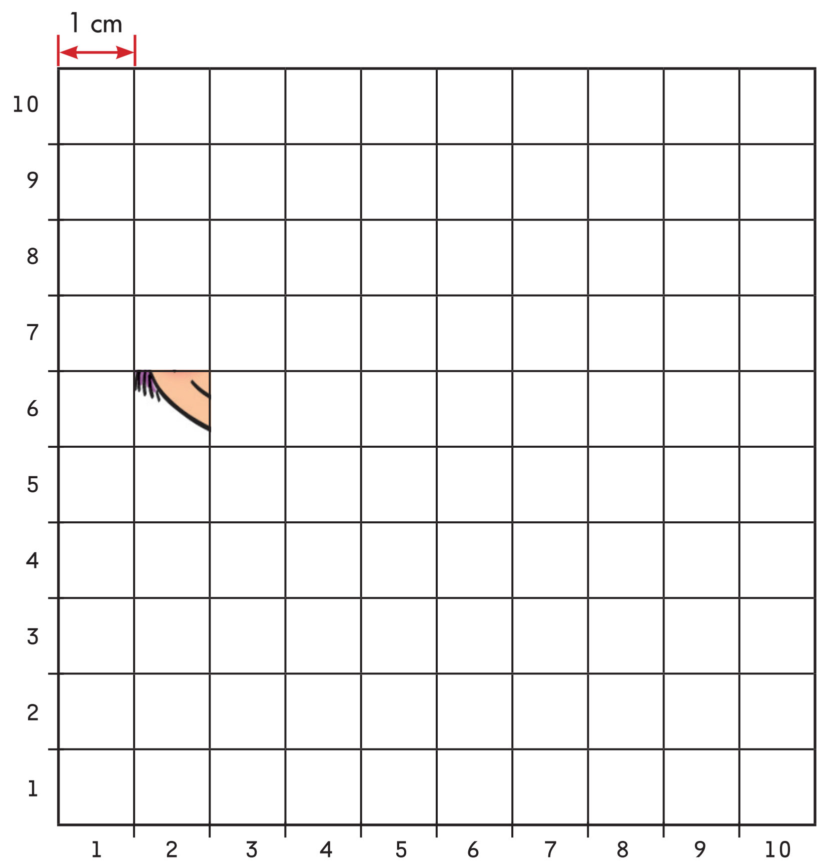
Competencias en Matemáticas

Guía 1 A

Comparemos la concentración de mezclas

Ampliemos y reduzcamos





1. Copia las dos cuadrículas en tu cuaderno. Completa el dibujo de la segunda. Ten cuidado que cada partecita del dibujo original quede en el cuadro correspondiente de la cuadrícula grande.

2. Contesta las preguntas:

- ¿Cómo es la altura de Mariana en el dibujo ampliado con relación al dibujo original?
- ¿Cómo es el largo de un zapato en el dibujo ampliado con relación al dibujo original?

3. Consigue dibujos que te gustaría ampliar o reducir y utiliza el método de cuadrícula.

- Amplía tres veces el largo y el ancho del dibujo.

  (Sugerencias: sobre el original puedes hacer una cuadrícula de cuadritos de 0.5 cm de lado y para obtener el dibujo ampliado, haz una cuadrícula de cuadritos de 1.5 cm. Pero podrías utilizar otras cuadrículas, por ejemplo, de cuadritos de 1 cm y 3 cm respectivamente).
- Amplía el dibujo a cuatro veces el largo y el ancho del dibujo.
- Reduce el dibujo a la mitad del largo y del ancho.

4. Se ha utilizado el método de cuadrícula para ampliar 10 veces el largo y el ancho del dibujo de un árbol.

   Contesta las preguntas.

- Una rama mide 4.2 cm de largo en el dibujo original, ¿cuánto mide en la ampliación?
- Una raíz mide 53 cm de largo en el dibujo ampliado, ¿cuánto mide en el original?

5. Una fábrica produce tres tipos de bocadillos: guayaba, mora y naranja. Para venderlos los empaca en cajas de docena, en las que siempre coloca 6 de guayaba, 2 de mora y 4 de naranja. En la fábrica quieren empacar los bocadillos en cajas más grandes pero manteniendo la misma relación entre las cantidades de los tres sabores. Completa la tabla.

Número de bocadillos			Total de bocadillos
Guayaba	Mora	Naranja	
12	4		
36			
			144

6. Alejo y Mariana juegan a adivinar el color de la ficha que se saca de una urna. Ellos saben que en la urna introdujeron fichas de tres colores: verdes, azules y moradas y que la cantidad de fichas depositadas de cada color se hizo de acuerdo con la siguiente regla: por cada 2 fichas verdes, se introdujeron 5 azules y 3 moradas.

- Di cuántas fichas azules y cuántas moradas se depositaron en la urna si se sabe que en la urna se echaron 12 verdes.
- ¿Si en la urna hay un total de 20 fichas, podrás decir cuántas fichas de cada color se introdujeron?
- Llena la tabla con la información que falta. Ten en cuenta que se cumpla la regla:
  Por cada 2 fichas verdes, se introdujeron 5 azules y 3 moradas.

Fichas verdes	Fichas azules	Fichas moradas	Total fichas
40			
	60		
			100

7. Mariana dice que el color de la ficha que va a sacar es verde y Alejo dice que es azul. ¿Cuál de los dos tiene más posibilidad de acertar?

Hagan el siguiente experimento. Uno de los niños del grupo introduce 10 fichas en una urna manteniendo la regla que establecieron Mariana y Alejo. Saca una ficha, registra el color, la devuelve a la urna, la bate bien y vuelve a sacar otra. Repite el proceso 50 veces y contabiliza cuántas veces sale cada color. Otro hace lo mismo pero con 30 fichas y un tercero con 60 fichas. Comparen los resultados. ¿En un caso salió más un color que otro? ¿El color que predomina en los tres casos es el mismo o es diferente?
Discutan sobre el experimento y traten de dar una explicación de los hechos.

Busquemos una forma de comparar mezclas

Trabaja en grupo

1. Imagina que preparas las dos mezclas siguientes:

Mezcla Uno: 2 cc de polvo de gelatina de color rojo se disuelven en el agua que contiene una vasija a la que previamente se le ha vertido el contenido de 3 vasos.

Mezcla Dos: 7 cc de polvo de gelatina del mismo color rojo se disuelve en una vasija cuyo contenido es el de 8 vasos de agua.

Contesta la siguiente pregunta:

¿Cuál de las dos mezclas tendrá un color rojizo más fuerte? Escribe un buen argumento para justificar tu respuesta.

Trabaja en grupo

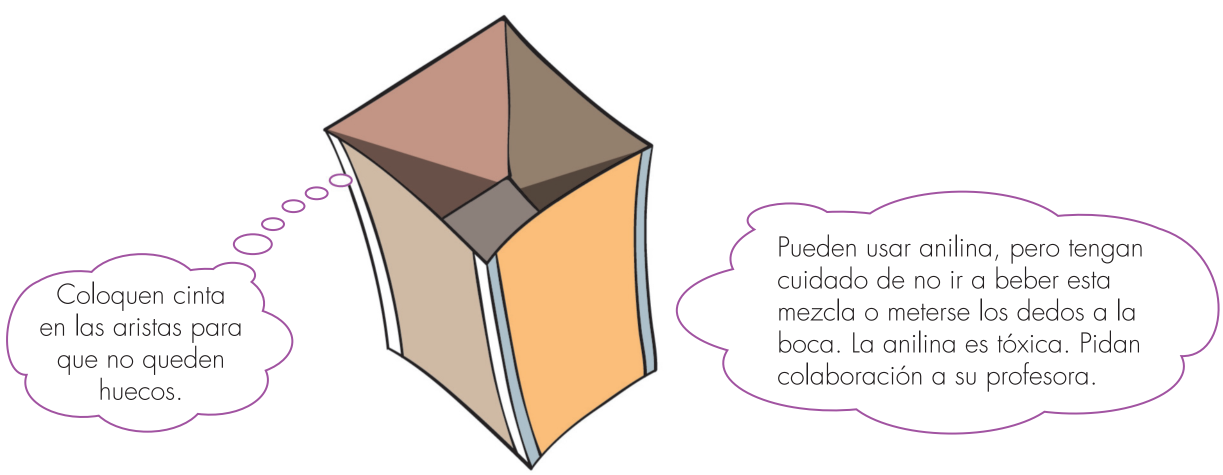
2. Comenten la respuesta que dieron a la actividad anterior. Escriban sus conclusiones. Justifiquen su respuesta.

3. Estudien el diálogo que tienen Alejo y Mariana, conversen sobre lo que ellos dicen. ¿Están de acuerdo?

Escriban lo que ustedes piensan.

4. Hagan un experimento, preparen las dos mezclas, para ello elaboren un cubito de 1 cm^3.

Consigan suficiente gelatina de color rojo fuerte.



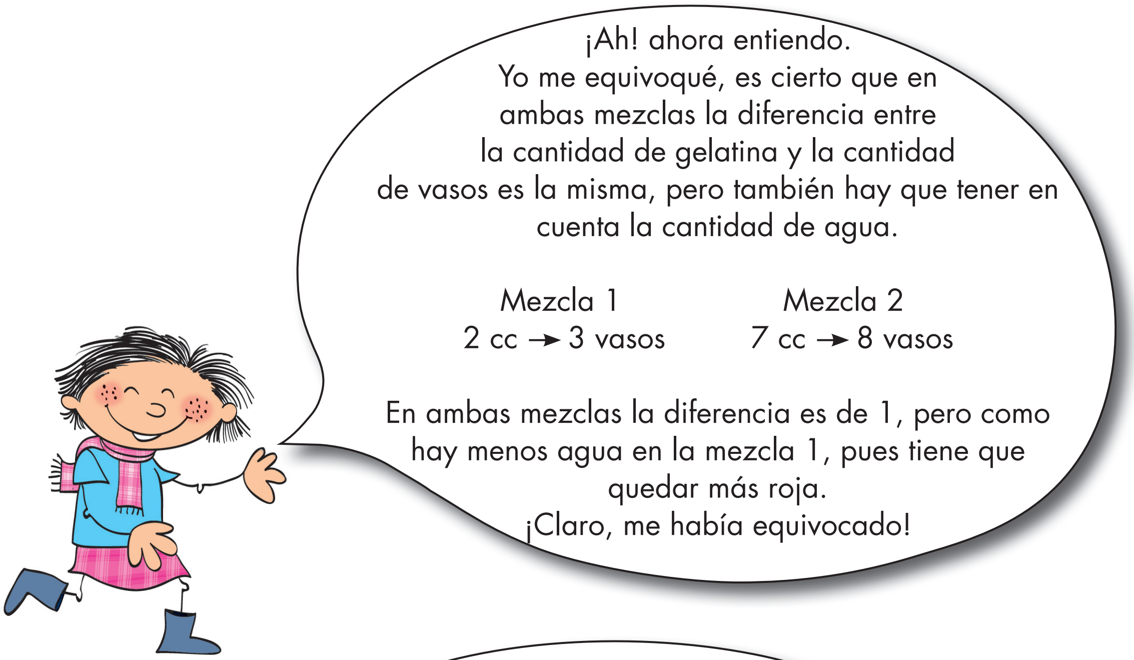
Consigan un vaso plástico (no usen material de vidrio) y tres vasijas. Una para llevar agua al sitio del experimento, otra en la que echarán los 3 vasos de agua y la otra, para los 7 vasos. Busquen que las 2 vasijas en las que van a mezclar el agua y la gelatina sean transparentes.

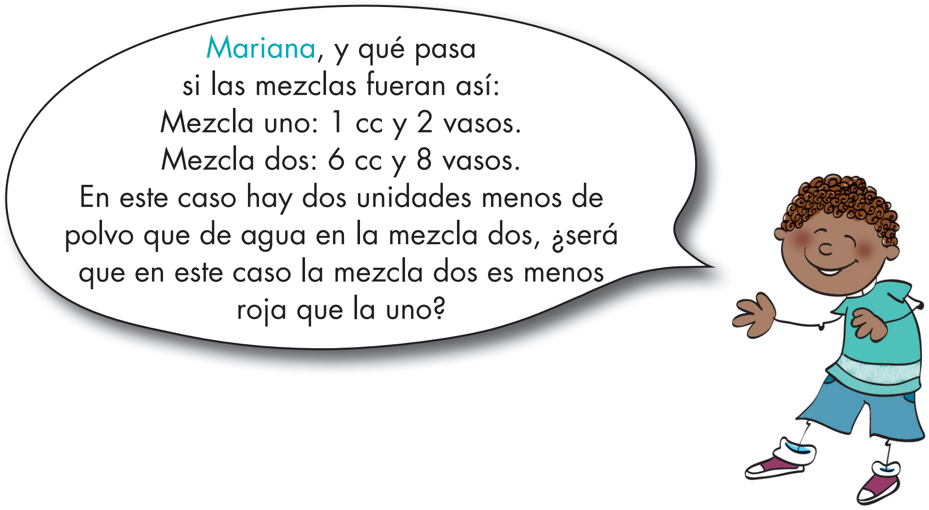
Revuelvan muy bien las dos mezclas y compárenlas. ¿Hay una que es más roja que la otra? ¿Cuál?

5. Con la información que brinda el experimento recién hecho:

- Digan si Mariana o Alejo tienen razón. Justifiquen su respuesta.
- ¿Consideran que tienen que revisar lo que ustedes respondieron en las actividades 1 y 2?

6. Analicen lo que ahora dice Mariana.





¿Qué piensan de la suposición de Alejo?

7. Hagan un segundo experimento con las nuevas mezclas que propone Alejo para comprobar su respuesta. Comparen los colores de las dos mezclas, ¿los resultados del nuevo experimento los obligan a modificar su respuesta?

Resumen de lo hecho

Primer experimento

Mezcla 1
Gelatina 2 cc
Agua 3 vasos

Mezcla 2
Gelatina 7 cc
Agua 8 vasos

Hipótesis de Mariana:
las dos mezclas son de igual color porque en cada caso se echa una unidad menos de polvo.

Hipótesis de Alejo:
la mezcla dos es más roja, porque se usa más polvo.

Resultado del experimento:
la mezcla dos es más roja.

Segundo experimento

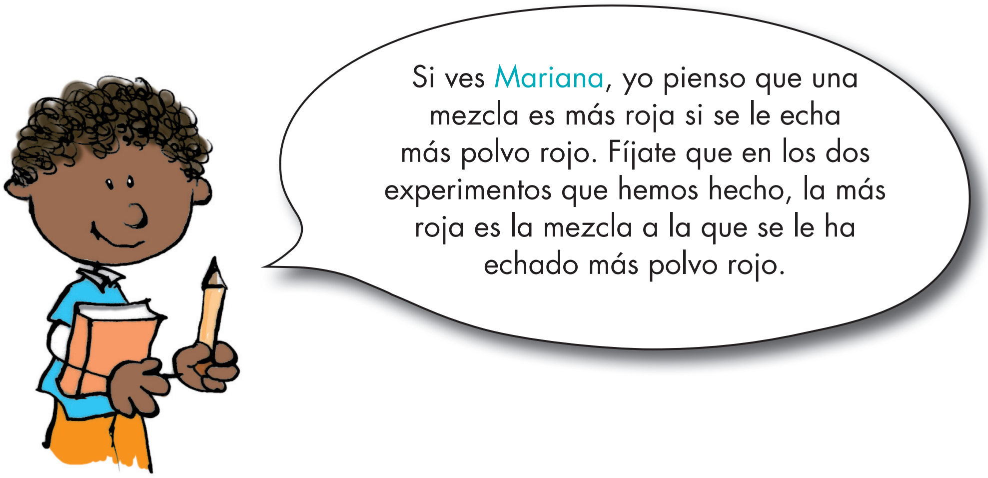
Mezcla 1
Gelatina 1 cc
Agua 2 vasos

Mezcla 2
Gelatina 6 cc
Agua 8 vasos

Hipótesis de Alejo:
la mezcla dos es menos roja, porque hay dos unidades menos de polvo que agua.

Resultado del experimento:
la mezcla dos es más roja.

En el primer experimento Alejo dijo que la mezcla dos (7 cc y 8 vasos) es más roja porque tiene más polvo que la mezcla uno (2 cc y 3 vasos). Cuando se hizo el experimento se encontró que la mezcla dos es más roja que la uno, por eso se reafirmó en su idea.



8. ¿Qué piensan del argumento de Alejo?

9. Hagan un tercer experimento.

Mezcla uno: 3 cc y 2 vasos

Mezcla dos: 7 cc y 8 vasos

Según Alejo la segunda mezcla será más roja porque tiene más polvo. ¿Los resultados del experimento están a favor o en contra del argumento de Alejo?

10. Los experimentos realizados nos ayudan a descartar las hipótesis de Mariana y Alejo. Analicen la información del recuadro.

Primera hipótesis

Las mezclas son del mismo color porque la diferencia entre las cantidades de polvo y agua son iguales.

Conclusión por el experimento

El primer experimento mostró que las dos mezclas

2 cc y 3 vasos ($3 - 2 = 1$)

7 cc y 8 vasos ($8 - 7 = 1$)

no son de el mismo color.

Segunda hipótesis

La mezcla que tenga menos unidades de polvo rojo comparado con las de agua es menos roja. Por eso la mezcla 6 cc y 8 vasos ($8 - 6 = 2$) será menos roja que 1 cc y 2 vasos ($2 - 1 = 1$).

Conclusión por el experimento

El experimento mostró que este supuesto no es correcto.

La mezcla 6 cc y 8 vasos ($8 - 6 = 2$) resultó más roja que 1 cc y 2 vasos ($2 - 1 = 1$).

Tercera hipótesis

La mezcla que tenga más polvo será más roja. Por eso la mezcla 7 cc y 8 vasos es más roja que 3 cc y 2 vasos.

Conclusión por el experimento

El experimento mostró que la mezcla 3 cc y 2 vasos, es más roja a pesar de tener menos polvo que la mezcla 7 cc y 8 vasos.

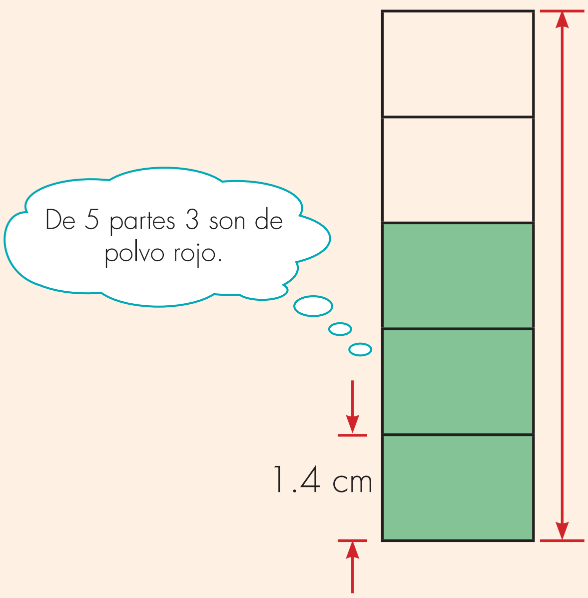
Conversen sobre estos resultados, intenten buscar una solución adecuada que les permita anticipar cuál mezcla es más roja a partir de comparar las cantidades de polvo y agua que se mezclan.

Comparemos mezclas haciendo gráficas

Gráfica de la cantidad de polvo y la cantidad de agua.

Primer experimento:
Gelatina: 2 cc
Agua: 3 vasos
Pensemos que esta mezcla está compuesta por 5 partes: 2 de gelatina y 3 de agua.

Representemos estas partes sobre una barra.



¿Cómo dividir la barra en 5 partes iguales?
Si la barra mide 7 cm cada parte mide
7 cm ÷ 5 = 1.4 cm.

1 cm y 4 mm

Trabaja solo

1. Haz un gráfico como el anterior para la mezcla dos del primer experimento.

Mezcla dos, primer experimento.
Gelatina: 7 cc
Agua: 8 vasos
Sugerencia: Toma una barra exactamente igual a la gráfica anterior de 7 cm de alto. (7 cm ÷ 15 = 0.466... cm ≈ 0.5 cm)

2. Haz los dos gráficos anteriores, uno al lado del otro para facilitar su comparación. ¿Qué conclusión te permite obtener esta gráfica?

3. Haz las dos gráficas correspondientes a las dos mezclas del segundo experimento.

Mezcla uno
Gelatina 1 cc
Agua 2 vasos

Mezcla dos
Gelatina 6 cc
Agua 8 vasos

¿Qué conclusión puedes obtener?

4. Ahora haz los dos gráficos correspondientes a las dos mezclas del tercer experimento.

Mezcla uno
Gelatina 3 cc
Agua 2 vasos

Mezcla dos
Gelatina: 7 cc
Agua: 8 vasos

5. Comparen sus procedimientos y respuestas.

6. A la luz de los resultados analicen nuevamente las hipótesis y explicaciones de Mariana y Alejo en los tres experimentos (vean actividad 10 de la Guía 1B) y sus propias explicaciones, ¿Ahora qué piensan?

Utilicemos el método de gráficas en otras situaciones

Trabaja solo

Resuelve los siguientes problemas.

1. Don José mezcla pinturas de dos colores para obtener un nuevo color.

Primera mezcla: 5 tarros de pintura blanca con 2 tarros de rojo.

Segunda mezcla: 10 tarros de pintura blanca con 3 tarros de rojo.

¿Cuál de estas dos mezclas produce un rojo más suave?

2. Para preparar galletas doña Ofelia mezcla 100 g de harina con 10 huevos, mientras don Carlos utiliza 150 g de harina con 16 huevos.

- ¿Cuál de las dos recetas tiene mayor concentración de huevo? Sugerencia: al hacer el gráfico no dividas las barras en 110 partes (100 g y 10 huevos) y en 166 partes (150 g y 16 huevos), pues se vuelve muy difícil. Piensa, por ejemplo, que la harina la encuentras en paquetes de 50 g, de esta manera podrás remplazar 100 g por 2 paquetes y 150 g por 3 paquetes.
- En cuál de las dos recetas se prepara más cantidad.
- Si de su receta don Carlos saca 10 galletas y el desea tener 50 galletas, ¿qué le aconsejas hacer?

3. Comparen sus procedimientos y respuestas.

Unidad 2

Algo más sobre fraccionarios

Trabajar en Escuela Nueva los siguientes

Estándares:

GUÍA 2. UTILICEMOS MÁQUINAS COMPUESTAS

- Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones.
- Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones.
- Resuelvo y formulo problemas en situaciones de proporcionalidad directa, inversa y producto de medidas.
- Justifico regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones.

GUÍA 3. APRENDAMOS ALGO MÁS SOBRE MÁQUINAS

- Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones.
- Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones.
- Resuelvo y formulo problemas en situaciones de proporcionalidad directa, inversa y producto de medidas.
- Justifico regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones.

GUÍA 4. APRENDAMOS ALGO MÁS DE FRACCIONARIOS

- Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones.
- Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones.
- Resuelvo y formulo problemas en situaciones de proporcionalidad directa, inversa y producto de medidas.
- Justifico regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones.

GUÍA 5. MÁQUINAS Y FRACCIONES EQUIVALENTES

- Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones.
- Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones.
- Resuelvo y formulo problemas en situaciones de proporcionalidad directa, inversa y producto de medidas.
- Justifico regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones.
- Diferencio y ordeno, en objetos y eventos, propiedades o atributos que se puedan medir (longitudes, distancias, áreas de superficies, volúmenes de cuerpos sólidos, volúmenes de líquidos y capacidades de recipientes; pesos y masa de cuerpos sólidos; duración de eventos o procesos; amplitud de ángulos).
- Construyo igualdades y desigualdades numéricas como representación de relaciones entre distintos datos.

GUÍA 6. PRACTIQUEMOS LOS FRACCIONARIOS COMO RAZONES

- Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones.
- Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones.
- Resuelvo y formulo problemas en situaciones de proporcionalidad directa, inversa y producto de medidas.
- Modelo situaciones de dependencia mediante la proporcionalidad directa e inversa.
- Represento y relaciono patrones numéricos con tablas y reglas verbales.
- Construyo igualdades y desigualdades numéricas como representación de relaciones entre distintos datos.

Me permite desarrollar mis

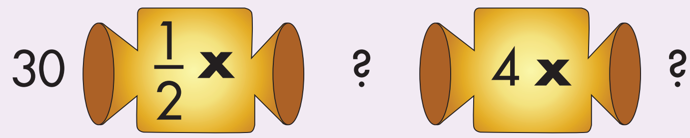
Competencias en Matemáticas

Guía 2 A

Utilicemos máquinas compuestas

Recordemos

Máquinas compuestas



Dos o más máquinas se pueden conectar en serie para hacer máquinas más potentes.

Lo que sale de la primera máquina, de inmediato entra a la segunda máquina y lo que sale de ésta entra a la tercera, etc.

$$30 \xrightarrow{\frac{1}{2}\,\times} 15 \xrightarrow{4\,\times} 60$$

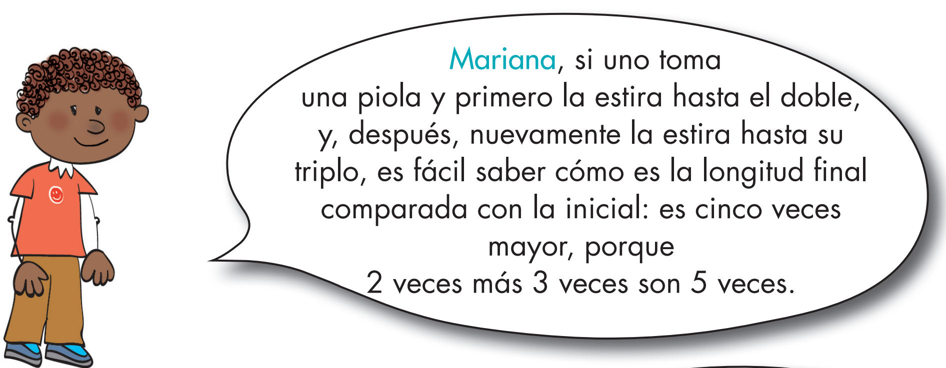
1. Pon a funcionar las máquinas en tu imaginación y encuentra el dato que falta.

- $20 \xrightarrow{\div 4} ¿ \xrightarrow{\div 5} ¿$
- $15 \xrightarrow{\div 3} ¿ \xrightarrow{4\,\times} ¿$
- $28 \xrightarrow{\div 4} ¿ \xrightarrow{2\,\times} ¿$
- $100 \xrightarrow{¿} 10 \xrightarrow{¿} 1$
- $¿ \xrightarrow{2\,\times} 20 \xrightarrow{¿} 40$
- $¿ \xrightarrow{\frac{1}{10}\,\times} ¿ \xrightarrow{\frac{1}{10}\,\times} 1\text{ cm}$
- $¿ \xrightarrow{\frac{1}{10}\,\times} ¿ \xrightarrow{\frac{1}{10}\,\times} 1\text{ cl}$

2. Imaginen que se toma una piola de una longitud cualquiera y que primero se estira hasta obtener el doble de su longitud y que después, se coge esta piola estirada y se vuelve a estirar hasta el triple de su longitud.

- Conversen sobre cómo es la longitud de la piola al final comparada con la longitud inicial. Escriban sus conclusiones.
- Ideen un procedimiento que les permita comprobar sus conclusiones. Escríbanlo en el cuaderno y después ejecútenlo.
- Con lo que encontraron en la comprobación que hicieron, ¿mantienen la repuesta que dieron al comparar la longitud final de la piola con la longitud inicial?

3. Analicen el diálogo entre Alejo y Mariana.



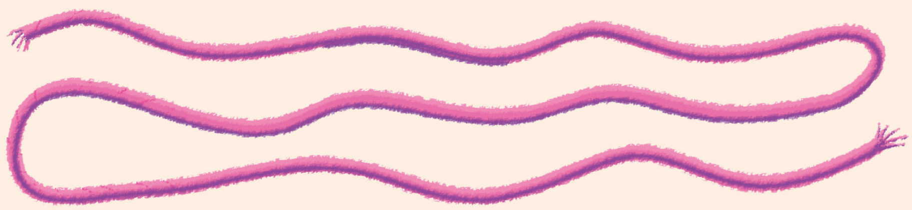
¿Qué piensan de la idea de Alejo?

4. A continuación se propone un procedimiento para comprobar si la idea que dio Alejo en la página anterior es correcta o no. Si no realizaron este procedimiento en la actividad 2, desarróllenlo.

Primero: tomen una piola de una longitud cualquiera.

Segundo: tomen otra piola cuya longitud sea el doble de la anterior.

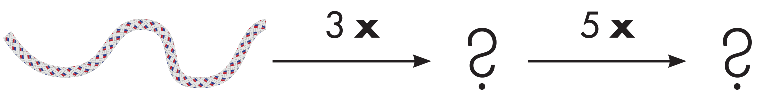
Tercero: tomen una tercera piola que tenga una longitud 3 veces la longitud de la piola del paso anterior.



Cuarto: ahora comparen la longitud final de la piola con la inicial.

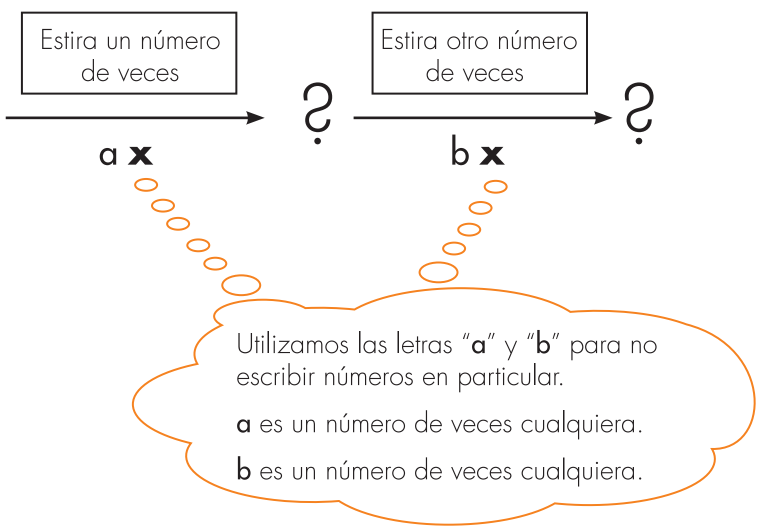
- ¿Después de hacer esta comprobación consideran que la idea de Alejo es correcta?
- Escriban en sus cuadernos la conclusión que pueden extraer sobre cómo es la longitud final de una piola si primero se estira hasta el doble y después hasta el triplo.
- La conclusión que escribieron ¿se cumple para cualquier valor de la longitud inicial de la piola o por el contrario habrá algunos casos en que no se cumple?
- Si un número cualquiera primero se duplica y el resultado obtenido se triplica ¿cómo es el número final comparado con el número inicial? Estudien varios casos particulares.

5. Una piola se estira hasta que su longitud sea el triplo y, después, esta nueva piola se vuelve a estirar hasta el quíntuplo.



- ¿Cómo es la longitud final de la piola comparada con la longitud inicial?
- Utilicen piola y comprueben sus respuestas.
- ¿Después de hacer la comparación mantienen la respuesta dada a la pregunta sobre cómo es la longitud final de la piola comparada con la longitud inicial?
- Si consideran que tienen que cambiar su respuesta inicial, escriban en su cuaderno la nueva respuesta y elaboren un argumento para justificar que su nueva respuesta se cumple en cualquier caso, sin importar la longitud inicial de la piola.

6. Conversen sobre los resultados encontrados y elaboren una regla que permita saber cuántas veces mayor es la longitud final de una piola comparada con la longitud inicial, después de que se ha estirado dos veces.



Reduzcamos máquinas como ? $\xrightarrow{a\ \times}$? $\xrightarrow{b\ \times}$?

Reducción de una máquina como

$$\text{Ei} \xrightarrow{a\ \times} ¿ \xrightarrow{b\ \times} \text{Ef}$$

Las actividades de la guía anterior nos ayudaron a entender que cuando se tiene una máquina compuesta por dos máquinas simples, ambas ampliadoras, es fácil saber cuántas veces mayor es el Ef comparado con el Ei.

Veamos los resultados obtenidos

$$\text{Ei} \xrightarrow{2\ \times} ¿ \xrightarrow{3\ \times} \text{Ef}$$

La piola inicial se duplica y después se triplica.

El Ef es 6 veces el Ei

⇩

La longitud final de la piola es 6 veces la inicial.

$$\text{Ei} \xrightarrow{3\ \times} ¿ \xrightarrow{5\ \times} \text{Ef}$$

La piola inicial se triplica y después se quintuplica.

El Ef es 15 veces el Ei

⇩

La longitud final de la piola es 15 veces la inicial.

Estos resultados nos dan una idea para convertir estas máquinas a otras máquinas simples, que hagan en un único paso la que las compuestas hacen en dos.

$$\boxed{\text{Ei} \xrightarrow{2\ \times} ¿ \xrightarrow{3\ \times} \text{Ef}} \Rightarrow \boxed{\text{Ei} \xrightarrow{6\ \times} \text{Ef}}$$

$$\boxed{\text{Ei} \xrightarrow{3\ \times} ¿ \xrightarrow{5\ \times} \text{Ef}} \Rightarrow \boxed{\text{Ei} \xrightarrow{15\ \times} \text{Ef}}$$

1. Transforma las máquinas compuestas a simples. En cada caso da tres valores diferentes al Ei y comprueba que el Ef que se obtiene en la máquina compuesta y en la simple es el mismo. Estudia el ejemplo.

$\text{Ei} \xrightarrow{2\,\mathbf{x}} ¿ \xrightarrow{4\,\mathbf{x}} \text{Ef} \quad \Rightarrow \quad \text{Ei} \xrightarrow{8\,\mathbf{x}} \text{Ef}$

Comprobación con Ei = 3

$3 \xrightarrow{2\,\mathbf{x}} 6 \xrightarrow{4\,\mathbf{x}} 24 \quad \Rightarrow \quad 3 \xrightarrow{8\,\mathbf{x}} 24$

Conclusión: cuando a la máquina compuesta y la simple entra el número 3, en ambas sale el número 24.

- $\text{Ei} \xrightarrow{5\,\mathbf{x}} ¿ \xrightarrow{2\,\mathbf{x}} \text{Ef}$
- $\text{Ei} \xrightarrow{3\,\mathbf{x}} ¿ \xrightarrow{10\,\mathbf{x}} \text{Ef}$

2. Transforma la máquina simple dada en una compuesta que tenga dos máquinas simples en serie.

- $\text{Ei} \xrightarrow{10\,\mathbf{x}} \text{Ef}$
- $\text{Ei} \xrightarrow{12\,\mathbf{x}} \text{Ef}$

3. Hemos establecido cómo reducir una máquina compuesta como

$$\text{Ei} \xrightarrow{a\,\mathbf{x}} ¿ \xrightarrow{b\,\mathbf{x}} \text{Ef}$$

a una simple. Investiguen cómo se podrá reducir una máquina como

$$\text{Ei} \xrightarrow{\div\,10} ¿ \xrightarrow{\div\,5} \text{Ef}$$

a una simple. Escriban sus conclusiones.
Elaboren buenos argumentos para justificar sus conclusiones.

Reduzcamos máquinas como $Ei \xrightarrow{\div 6} ? \xrightarrow{\div 2} Ef$

1. Imaginen que toman una piola de cualquier longitud, primero reducen su longitud a la sexta parte y, después, toman esta piola reducida y la vuelven a reducir a la mitad de su longitud.

$$Ei \xrightarrow{\div 6} ¿ \xrightarrow{\div 2} Ef$$

- Conversen sobre cómo será la longitud final de la piola comparada con la inicial. Escriban sus conclusiones.
- Tomen piolas y comprueben sus conclusiones.
- ¿El resultado de la comprobación hecha los obliga a modificar su conclusión? Si es así, háganlo y justifiquen su nueva conclusión.

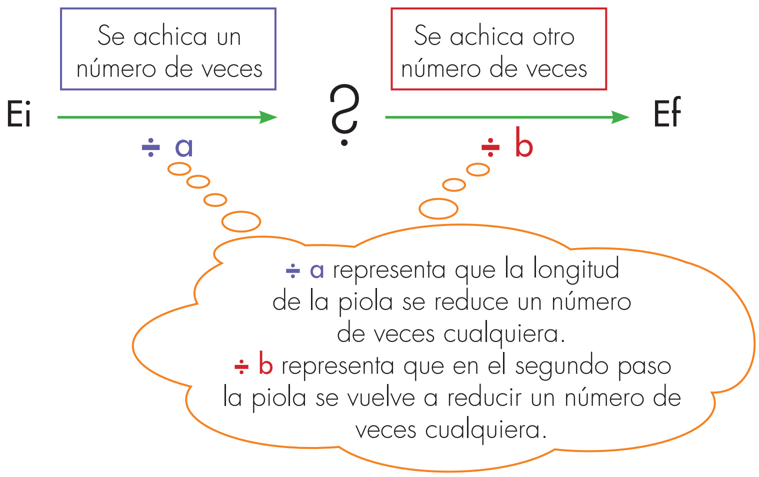
2. Estudien el siguiente diálogo entre Mariana y Alejo.

Yo creo que en este caso la cosa es sencilla. Si una piola primero se reduce a la sexta parte y después a la mitad, pues queda reducida a la tercera parte, porque 6 veces menos ÷ 2 veces menos da 3 veces menos.

... Alejo, yo no creo, porque si en el primer paso quedó reducida a $\frac{1}{6}$ y después se vuelve a reducir, cómo es posible que al final no quede más pequeña que como salió de la primera reducción, cómo es posible que quede sólo reducida a la tercera parte; es como si en el segundo paso en lugar de achicarse se hubiera agrandado.

- ¿Qué piensan de lo qué dice Alejo?
- ¿Qué piensan de lo qué dice Mariana?

3. Elaboren una regla que permita saber cuántas veces menor es la longitud final de una piola comparada con la longitud inicial, después de que se ha achicado dos veces seguidas.



4. Tomen piolas y comprueben si la regla elaborada por ustedes es correcta o no.

5. Apliquen la regla elaborada por ustedes para contestar las preguntas.

- La longitud de una piola se reduce a la cuarta parte y después a la mitad. ¿Cómo es la longitud final de la piola comparada con la inicial?

- Un número se divide entre 3 y después se divide entre 2. ¿Cómo es el número final comparado con el inicial? Comprueben si sus respuestas son correctas o no, háganlo con los números 12, 24 y 36.

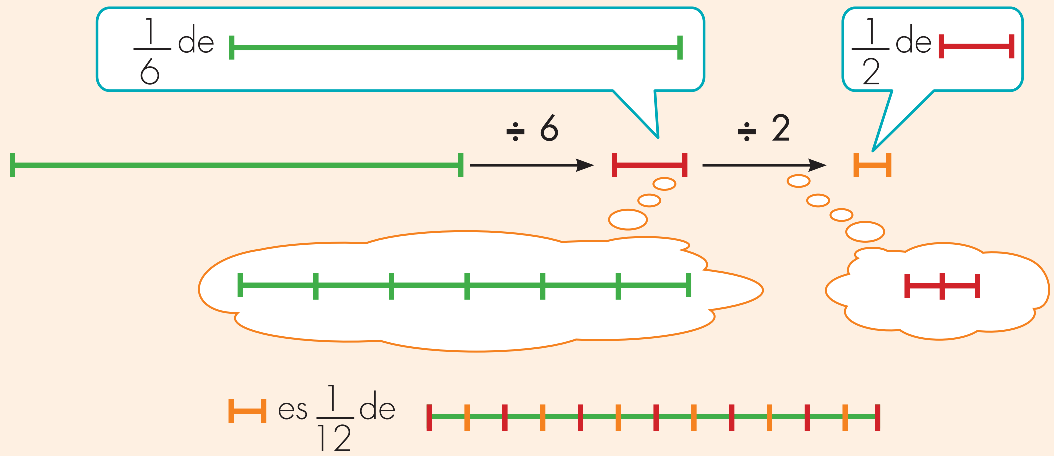
Reducción de una máquina como

$$Ei \xrightarrow{\div\, a} ¿ \xrightarrow{\div\, b} Ef$$

$$\boxed{Ei \xrightarrow{\div\, 6} ¿ \xrightarrow{\div\, 2} Ef} \Rightarrow \boxed{Ei \xrightarrow{\div\, 12} Ef}$$

La piola inicial se reduce a la sexta parte y después se vuelve a reducir a la mitad.

La longitud final de la piola es 12 veces menor que la inicial.



6. Transforma las máquinas compuestas a simples. En cada caso da al Ei los tres valores diferentes sugeridos y comprueba que el Ef que se obtiene en la máquina compuesta y en la simple es el mismo, de forma semejante a como hiciste en la actividad 1 de la guía anterior.

- $Ei \xrightarrow{\div\, 10} ¿ \xrightarrow{\div\, 5} Ef$ Valores de Ei 50, 100 y 200
- $Ei \xrightarrow{\frac{1}{12}\,\times} ¿ \xrightarrow{\frac{1}{2}\,\times} Ef$ Valores de Ei 24, 48, 96

7. Ahora haz lo contrario, transforma la máquina simple en una compuesta.

- $Ei \xrightarrow{\div\, 20} Ef$
- $Ei \xrightarrow{\div\, 8} Ef$

Apliquemos lo aprendido

1. Como doña Sofía se preocupa por aprovechar los alimentos que se cultivan en la región ha preparado mermelada de mango que es la fruta en cosecha. De la cantidad que preparó, separó la tercera parte para consumirla en casa, la cantidad restante la venderá el día de mercado. De la cantidad que guardó para el consumo separó la cuarta parte que guardará para consumirla el mes siguiente, ¿la cantidad que guardó para el consumo del mes siguiente, qué parte es del total de mermelada que preparó?

   Haz un esquema que ilustre las divisiones hechas por doña Sofía.

2. Don Antonio preparó un terreno para cultivar zanahoria y arveja. El terreno es de forma rectangular de 90 m de largo por 30 m de ancho. En la tercera parte del terreno piensa sembrar zanahoria. Como no tiene suficiente semilla de zanahoria decide sembrar sólo la mitad de terreno que separó para este cultivo y la otra mitad piensa sembrarla un mes después. ¿La parte que inicialmente va a sembrar de zanahoria qué parte es del total del terreno?

   Haz dibujos del terreno a escala (representa 1 m por 1 cm) y dibuja otras formas distintas como le aconsejas a don Antonio dividir el terreno.

3. Comparen sus procedimientos y respuestas.

Guía 3 A

Aprendamos algo más sobre máquinas

Apliquemos

Trabaja solo

1. Representa las equivalencias entre unidades como la reducción de una máquina compuesta a simple, así como el ejemplo.

¿Cuál es la relación entre 1 mm y 1 dm?

1 mm es $\frac{1}{10}$ de 1 cm y 1 cm es $\frac{1}{10}$ de 1 dm

$$\boxed{1\text{ cm} \xrightarrow{\frac{1}{10}\,\times} 1\text{ mm}} \qquad \boxed{1\text{ dm} \xrightarrow{\frac{1}{10}\,\times} 1\text{ cm}}$$

$$\boxed{1\text{ dm} \xrightarrow{\frac{1}{10}\,\times} 1\text{ cm} \xrightarrow{\frac{1}{10}\,\times} 1\text{ mm}}$$

$$\boxed{1\text{ dm} \xrightarrow{\frac{1}{100}\,\times} 1\text{ mm}}$$

1 mm es $\frac{1}{100}$ de 1 dm

1 mm es la centésima parte de 1 dm

Encuentra la relación entre

- 1 cm y 1 m
- 1 cl y 1 l
- 1 dg y 1 Dg
- 1 segundo y 1 hora.
- 1 unidad y 1 gruesa. (Una gruesa tiene 12 docenas y 1 docena tiene 12 unidades).
- 1 arroba y 1 quintal (una arroba equivale a 25 libras y 1 quintal 4 arrobas).
- 1 milésima y 1 décima.

Reduzcamos máquinas como $\text{Ei} \xrightarrow{2\,\times} \,?\, \xrightarrow{\div\, 6} \text{Ef}$

1. Imaginen que se toma una piola de longitud cualquiera y que primero se estira hasta el doble de su longitud y que después, se reduce a la sexta parte.

$$\text{Ei} \xrightarrow{2\,\times} \;¿\; \xrightarrow{\div\, 6} \text{Ef}$$

- Conversen sobre cómo es la longitud final de la piola comparada con la longitud inicial. ¿Es más larga o más corta?, ¿Cuántas veces más larga o cuántas veces más corta? Expliquen por qué.
- Tomen piolas y comprueben sus respuestas.
- ¿Lo que encontraron al trabajar con las piolas escogidas se cumple con cualquier piola que se escoja como Ei sin importar la longitud que tenga, o este resultado depende de la longitud que tenga la piola?
- Utilicen números para comprobar que sus resultados son correctos. Sugerencia: utilicen números múltiplos de 3.

2. Investiguen si siempre que un número se amplía al doble de su valor y después el resultado se reduce 6 veces

$$\text{Ei} \xrightarrow{2\,\times} \;¿\; \xrightarrow{\div\, 6} \text{Ef}$$

el resultado final siempre será la tercera parte del número inicial. Tomen Ei que sean múltiplos de 6.

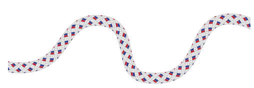
3. Hagan gráficos que los ayuden a explicarse por qué siempre que primero se duplique y después se reduzca a la sexta parte el resultado final es reducir a la tercera parte.

4. Verifiquen si las conclusiones a las que han llegado en la actividad anterior se cumplen con otras máquinas compuestas de dos simples: la primera que amplía y la segunda que reduce. Háganlo con piolas y con números.

Sugerencia: para hacer sus verificaciones tomen las máquinas siguientes. Tomen como valores de Ei múltiplos de 2

- $\text{Ei} \xrightarrow{10\ \times} ¿ \xrightarrow{\div\ 2} \text{Ef}$
- $\text{Ei} \xrightarrow{4\ \times} ¿ \xrightarrow{\frac{1}{8}\ \times} \text{Ef}$

5. Analicen si siempre que amplíen 10 veces la longitud de una piola y después la reduzcan a la mitad

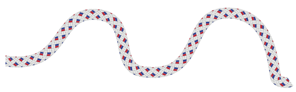
 $\xrightarrow{10\ \times} ¿ \xrightarrow{\div\ 2} ¿$

la longitud final de la piola es 5 veces más larga que la piola inicial. ¿Por qué sucede esto?

Hagan la prueba con piolas de diferentes longitudes, para entender si este hecho puede suceder siempre.

6. Hagan lo mismo de la actividad anterior, pero en este caso no trabajen con piolas sino con números. Analicen si siempre que multipliquen un número por 10 y después el resultado lo dividen por 2, el número final es 5 veces mayor que el número inicial. Expliquen por qué sucede esto.

7. Analicen si siempre que amplíen 8 veces la longitud de una piola y después la reduzcan a 16 veces la longitud final de la piola es la mitad de la longitud inicial. ¿Por qué sucede esto?

 $\xrightarrow{8\ \times}$ ¿ $\xrightarrow{\div\ 16}$ ¿

Hagan la prueba con piolas de diferentes longitudes, para saber si este hecho puede suceder siempre.

8. Hagan lo mismo de la actividad anterior, pero en este caso no trabajen con piola sino con números. Analicen si siempre que multipliquen por 4 un número y, después, lo dividen por 8; el número final es la mitad que el número inicial. ¿Expliquen por qué sucede esto?

9. ¿Las conclusiones a las que llegaron con las máquinas.

Ei $\xrightarrow{2\ \times}$ ¿ $\xrightarrow{\div\ 6}$ Ef

Ei $\xrightarrow{10\ \times}$ ¿ $\xrightarrow{\div\ 2}$ Ef

Ei $\xrightarrow{4\ \times}$ ¿ $\xrightarrow{\div\ 8}$ Ef

se cumplen si se cambia el orden de las máquinas?

Ei $\xrightarrow{\div\ 6}$ ¿ $\xrightarrow{2\ \times}$ Ef

Ei $\xrightarrow{\div\ 2}$ ¿ $\xrightarrow{10\ \times}$ Ef

Ei $\xrightarrow{\div\ 8}$ ¿ $\xrightarrow{4\ \times}$ Ef

Comprueben con varios números. Escriban sus conclusiones y las explicaciones que dan a este hecho.

Trabaja solo

10. A continuación encuentras dos columnas. En la columna de la izquierda aparecen máquinas compuestas que primero amplían y después reducen o, al contrario, primero reducen y después amplían.

En la columna de la derecha encuentras un enunciado que tiene que ver con algunas de las máquinas de la columna de la derecha. Busca cuál va con cuál. Traza una línea así como en el ejemplo.

$\text{Ei} \xrightarrow{2\,\times} ? \xrightarrow{\div\, 8} \text{Ef}$

$\text{Ei} \xrightarrow{\div\, 5} ? \xrightarrow{10\,\times} \text{Ef}$

$\text{Ei} \xrightarrow{3\,\times} ? \xrightarrow{\div\, 9} \text{Ef}$

$\text{Ei} \xrightarrow{\div\, 4} ? \xrightarrow{4\,\times} \text{Ef}$

$\text{Ei} \xrightarrow{\div\, 6} ? \xrightarrow{3\,\times} \text{Ef}$

El Ef es el doble del el Ei

El Ef es la mitad del el Ei

El Ef es igual al el Ei

El Ef es un cuarto de Ei

El Ef es la tercera parte de Ei

11. Comparen el Ef y Ei en las máquinas siguientes, digan si el Ef es mayor, menor o igual al Ei. Expliquen por qué.

- $\text{Ei} \xrightarrow{4\,\mathbf{x}} ¿ \xrightarrow{\frac{1}{8}\,\mathbf{x}} \text{Ef}$

- $\text{Ei} \xrightarrow{\frac{1}{20}\,\mathbf{x}} ¿ \xrightarrow{40\,\mathbf{x}} \text{Ef}$

- $\text{Ei} \xrightarrow{\frac{1}{5}\,\mathbf{x}} ¿ \xrightarrow{5\,\mathbf{x}} \text{Ef}$

12. Comparen las respuestas dadas en las actividades 10 y 11.

13. Conversen sobre los resultados encontrados para este tipo de máquinas que se estudiaron en esta guía.

$\text{Ei} \xrightarrow[\text{Amplía}]{a\,\mathbf{x}} ¿ \xrightarrow[\text{Reduce}]{\div\, b} \text{Ef}$

$\text{Ei} \xrightarrow[\text{Reduce}]{\div\, b} ¿ \xrightarrow[\text{Amplía}]{a\,\mathbf{x}} \text{Ef}$

Recuerden que escribimos las letras "a" y "b" para referirnos a cualquier número.

Y escriban una regla que permita saber si el resultado final (Ef) es mayor o menor que el número inicial (Ei), y cuántas veces mayor o cuántas veces menor.

Resumamos nuestras conclusiones

Reducción de máquinas como

$$Ei \xrightarrow{a\ \mathbf{x}} ¿ \xrightarrow{\div\ b} Ef$$

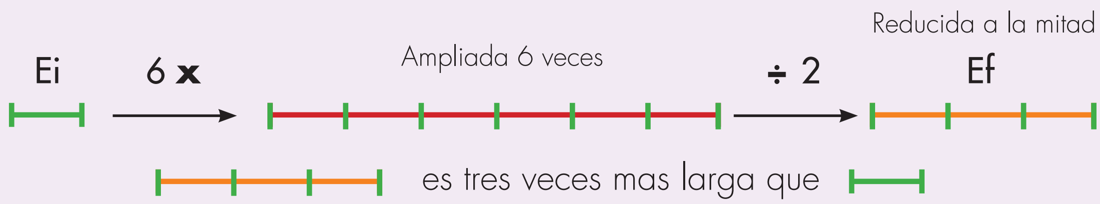
$$Ei \xrightarrow{\div\ b} ¿ \xrightarrow{a\ \mathbf{x}} Ef$$

Algunas de estas máquinas se pueden reducir a una simple, otras no, todo depende de los valores que tenga "a" y "b"

Ejemplo 1

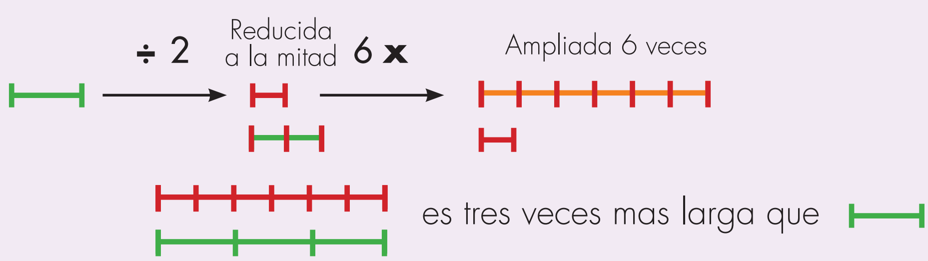
$$\boxed{Ei \xrightarrow{6\ \mathbf{x}} ¿ \xrightarrow{\div\ 2} Ef} \Rightarrow \boxed{Ei \xrightarrow{3\ \mathbf{x}} Ef}$$

Primero se amplía a 6 veces y después se reduce a la mitad.	Se amplía a 3 veces. 6 veces mayor seguido de 2 veces menor, es como ampliar sólo a tres veces.



Ejemplo 2

$$\boxed{Ei \xrightarrow{\div\ 2} ¿ \xrightarrow{6\ \mathbf{x}} Ef} \Rightarrow \boxed{Ei \xrightarrow{3\ \mathbf{x}} Ef}$$



1. Reduce la máquina compuesta a una simple

- $\text{Ei} \xrightarrow{8\,\times} \text{¿} \xrightarrow{\div\,2} \text{Ef}$
- $\text{Ei} \xrightarrow{\div\,6} \text{¿} \xrightarrow{12\,\times} \text{Ef}$

2. Transforma la máquina simple que se da a una compuesta que haga lo mismo, en la que la primera amplíe y la segunda reduzca, así como en el ejemplo.

$$\boxed{\text{Ei} \xrightarrow{6\,\times} \text{Ef}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\text{Ei} \xrightarrow{12\,\times} \text{¿} \xrightarrow{\div\,2} \text{Ef}}$$

- $\text{Ei} \xrightarrow{4\,\times} \text{Ef}$
- $\text{Ei} \xrightarrow{3\,\times} \text{Ef}$

3. Escribe sobre la línea lo que hace falta para que la afirmación sea verdadera.

- Si un número se multiplica por 8 y el resultado después se divide por 2, el resultado final es ________ que el número inicial.
- 3 vasijas A, B y C contienen cantidades diferentes de agua. La vasija B contiene la sexta parte de agua que contiene A y la C contiene el doble de B. En la vasija C hay ________de la cantidad que contiene A.

Guía 3
D

Interpretemos situaciones usando máquinas

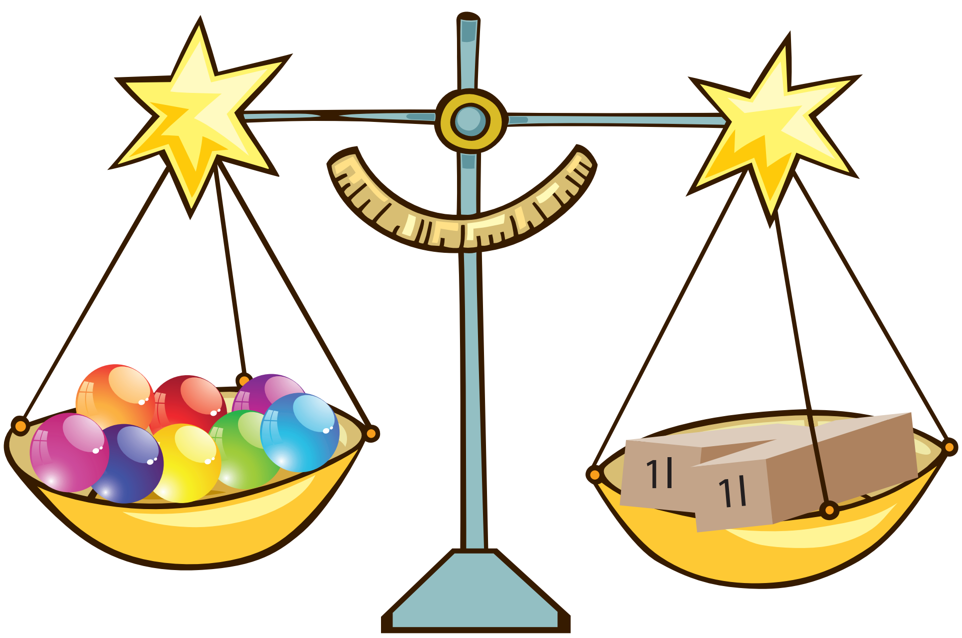
Trabaja solo

1. Toma una hoja de cuaderno. Dóblala para obtener una parte cuya área sea la cuarta parte del total de la hoja. Colorea esta parte con rojo. Ahora sobre la misma hoja colorea con verde una región que tenga el doble de área de la región roja. ¿Cuál es la relación entre el área de la región verde con el área total de la hoja?

2. Don Julián vende vinagre. Él reparte por igual el contenido de 1ℓ en 8 frascos más pequeños.

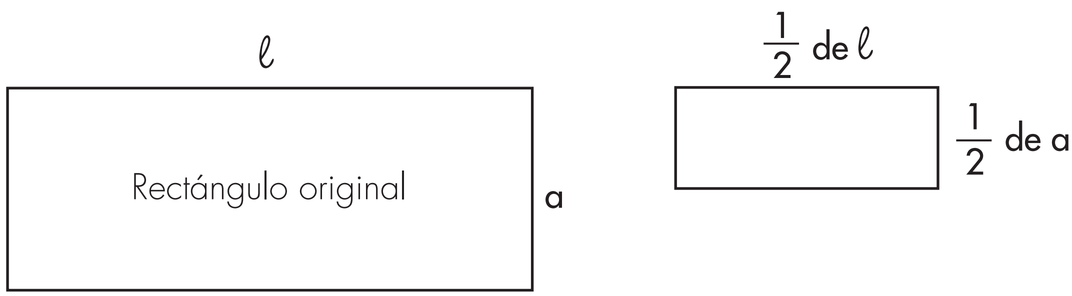
Si vende 2 de estos frascos, ¿qué parte de un litro es la cantidad vendida? Representa el problema como una máquina compuesta.

3. Imagina esta situación como una máquina y descubre qué fracción de 1ℓ pesa cada bola.



4. Recorta un rectángulo de 16 cm de largo y 10 cm de ancho.

- Imagina que recortas un nuevo rectángulo cuyas medidas sean la mitad del largo y del ancho del rectángulo inicial. Analiza cuántas veces cabe el segundo pedazo de hoja en el primero.
- Recorta los dos rectángulos y comprueba tu respuesta.
- Qué sucederá si las medidas del largo y ancho del nuevo rectángulo son la cuarta parte del primero.
- ¿Cuántas veces cabe este pedazo en el rectángulo inicial?
- Analiza si la siguiente afirmación es verdadera o falsa. Si el largo y el ancho de un rectángulo se reduce a la mitad del área, el nuevo rectángulo es la mitad del original.



Trabaja en grupo

5. Comparen sus procedimientos y respuestas.

presenta tu trabajo al profesor

Aprendamos algo más de fraccionarios

Resumamos los casos de reducción de máquinas compuestas

Tres casos de reducción de máquinas

En las guías anteriores hemos estudiado tres casos de reducción de máquinas

Primer caso: cuando ambas máquinas amplían.

$3 \times 5 = 15$

$$\text{Ei} \xrightarrow{3\,\times} ¿ \xrightarrow{5\,\times} \text{Ef} \quad \Longleftrightarrow \quad \text{Ei} \xrightarrow{15\,\times} \text{Ef}$$

Se dice que estas dos **máquinas son equivalentes** porque cada vez que a las dos máquinas entra el mismo número, siempre saldrá el mismo número. En otras palabras: las dos máquinas son equivalentes porque ambas hacen las mismas transformaciones.

Segundo caso: cuando ambas máquinas reducen.

$3 \times 5 = 15$

$$\text{Ei} \xrightarrow{\div\, 3} ¿ \xrightarrow{\div\, 5} \text{Ef} \quad \Longleftrightarrow \quad \text{Ei} \xrightarrow{\div\, 15} \text{Ef}$$

Estas dos máquinas son equivalentes porque ambas hacen la misma transformación.

Tercer caso: una de las dos máquinas amplía y la otra reduce.

$12 \div 3 = 4$

$$\text{Ei} \xrightarrow{\div\, 3} ¿ \xrightarrow{12\,\times} \text{Ef} \quad \Longleftrightarrow \quad \text{Ei} \xrightarrow{4\,\times} \text{Ef}$$

$12 \div 3 = 4$

$$\text{Ei} \xrightarrow{3\,\times} ¿ \xrightarrow{\div\, 12} \text{Ef} \quad \Longleftrightarrow \quad \text{Ei} \xrightarrow{\div\, 4} \text{Ef}$$

La máquina simple se puede obtener únicamente si uno de los números es múltiplo del otro.

Trabaja solo

1. Estudia el ejemplo.

¿Qué número debe ir en el $\boxed{}$ para que la máquina compuesta que se forme, se pueda transformar en una simple?

$$\text{Ei} \xrightarrow{\boxed{}\ \times} \text{¿} \xrightarrow{\div\ 4} \text{Ef}$$

En el cuadro puede ir el número 12, ya que así se forma una máquina que se puede transformar en una simple.

$$\text{Ei} \xrightarrow{\boxed{12}\ \times} \text{¿} \xrightarrow{\div\ 4} \text{Ef} \quad \Longleftrightarrow \quad \text{Ei} \xrightarrow{3\ \times} \text{Ef}$$

Pero en el $\boxed{}$ pueden ir otros números. Por ejemplo 4, 8, 16, 20,... En todos estos casos se obtiene una máquina que se puede reducir a una simple.

$$\text{Ei} \xrightarrow{\boxed{4}\ \times} \text{¿} \xrightarrow{\div\ 4} \text{Ef} \quad \Longleftrightarrow \quad \text{Ei} \xrightarrow{1\ \times} \text{Ef}$$

$$\text{Ei} \xrightarrow{\boxed{8}\ \times} \text{¿} \xrightarrow{\div\ 4} \text{Ef} \quad \Longleftrightarrow \quad \text{Ei} \xrightarrow{2\ \times} \text{Ef}$$

$$\text{Ei} \xrightarrow{\boxed{16}\ \times} \text{¿} \xrightarrow{\div\ 4} \text{Ef} \quad \Longleftrightarrow \quad \text{Ei} \xrightarrow{4\ \times} \text{Ef}$$

$$\vdots \qquad\qquad\qquad\qquad \vdots$$

Siempre que en el $\boxed{}$ se escriba un número múltiplo de 4 la máquina

$$\text{Ei} \xrightarrow{\boxed{}\ \times} \text{¿} \xrightarrow{\div\ 4} \text{Ef}$$

se puede transformar en una simple.

2. Al final de estas páginas encuentras máquinas compuestas pero están incompletas, así como en el ejemplo de la página anterior, con cada una de estas máquinas haz lo siguiente:

- Escribe el número que consideras debe ir en el cuadro para que se forme una máquina compuesta que se pueda transformar en una simple.
- Escribe la máquina simple que es equivalente a la máquina compuesta que formes.
- Si consideras que en $\square$ puedes colocar varios números que satisfagan la condición de formar una máquina compuesta que se pueda transformar en simple, escribe, si es posible, 5 números diferentes.
- Podrías decir qué condición debe cumplir ese número que va en el $\square$ para que siempre se obtenga una máquina compuesta que se pueda trasformar en simple.

$$\text{Ei} \xrightarrow{\div\, 3} \text{¿} \xrightarrow{\square\, \times} \text{Ef}$$

$$\text{Ei} \xrightarrow{\frac{1}{2}\, \times} \text{¿} \xrightarrow{\square\, \times} \text{Ef}$$

$$\text{Ei} \xrightarrow{\square\, \times} \text{¿} \xrightarrow{\div\, 15} \text{Ef}$$

$$\text{Ei} \xrightarrow{\square\, \times} \text{¿} \xrightarrow{\frac{1}{2}\, \times} \text{Ef}$$

$$\text{Ei} \xrightarrow{2\, \times} \text{¿} \xrightarrow{\square\, \times} \text{Ef}$$

Trabaja en grupo

3. Comenten sus respuestas y procedimientos.

4. Cuál es la relación multiplicativa entre Ef y Ei de las máquinas de la actividad anterior.

En la actividad 2 encontraron algunas máquinas en las que en el $\square$ se puede escribir cualquier número y siempre se forma una máquina compuesta que se puede transformar en una simple. Encontraron otras en las que sólo para algunos números se puede transformar en una simple. Llenen la siguiente tabla:

Máquinas que se pueden completar con cualquier número y siempre se pueden transformar en una simple	Máquinas que se pueden completar solo con algunos números para que se puedan transformar en una simple

5. Estudien las siguientes máquinas:

$$Ei \xrightarrow{\div\, 2} ¿ \xrightarrow{3\, \times} Ef$$

$$Ei \xrightarrow{4\, \times} ¿ \xrightarrow{\div\, 3} Ef$$

¿Estas máquinas se pueden reducir a una simple que sea equivalente?

presenta tu trabajo al profesor

Aprendamos otra forma de pensar fracciones como $\frac{3}{4}$

Máquinas compuestas que no se dejan reducir a simples

Máquinas como las de la actividad 6 de la guía anterior no se pueden reducir a una simple. En estos casos se utilizará una fracción como $\frac{3}{4}$ para representar de forma abreviada lo que hace esta máquina.

$$Ei \xrightarrow{3\,\times} ¿? \xrightarrow{\div\,4} Ef$$

También se puede escribir:

$$Ei \xrightarrow{3\,\times} ¿? \xrightarrow{\frac{1}{4}\,\times} Ef$$

$$Ei \xrightarrow{\frac{3}{4}\,\times} Ef$$

El numerador representa la máquina que amplía.

El denominador representa la máquina que reduce.

¿Cuál es la relación multiplicativa entre Ef y Ei?

"El Ef son los tres cuartos de Ei"

$\Downarrow$

"El Ef son $\frac{3}{4}$ de Ei"

Una máquina como:

$Ei \xrightarrow{\frac{3}{4}\,\times} Ef$ se escribirá como una multiplicación

$$Ef = \frac{3}{4} \times (Ei)$$

1. Utiliza una fracción para representar de forma abreviada las máquinas compuestas:

- $Ei \xrightarrow{\div 5} ¿ \xrightarrow{3\,\times} Ef$
- $Ei \xrightarrow{5\,\times} ¿ \xrightarrow{\div 4} Ef$
- $Ei \xrightarrow{2\,\times} ¿ \xrightarrow{\div 7} Ef$
- $Ei \xrightarrow{2\,\times} ¿ \xrightarrow{\frac{1}{4}\,\times} Ef$

2. Escribe como máquina compuesta las máquinas que se dan, así como muestra el ejemplo.

$$\boxed{Ei \xrightarrow{\frac{5}{4}\,\times} Ef} \iff \boxed{\begin{array}{l} Ei \xrightarrow{5\,\times} ¿ \xrightarrow{\div 4} Ef \\ Ei \xrightarrow{5\,\times} ¿ \xrightarrow{\frac{1}{4}\,\times} Ef \end{array}}$$

- $Ei \xrightarrow{\frac{2}{3}\,\times} Ef$
- $Ei \xrightarrow{\frac{3}{2}\,\times} Ef$
- $Ei \xrightarrow{\frac{5}{4}\,\times} Ef$
- $Ei \xrightarrow{\frac{5}{2}\,\times} Ef$

3. Pon a funcionar las máquinas y encuentra el Ef, después escribe la relación multiplicativa entre Ef y Ei. Así como muestra el ejemplo.

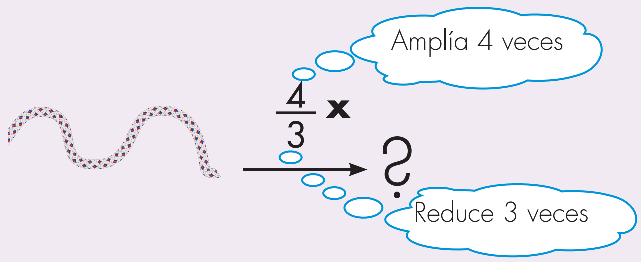
$$8 \xrightarrow{\frac{5}{4}\,\times} Ef \iff \begin{array}{l} 8 \xrightarrow{5\,\times} ¿ \xrightarrow{\div 4} Ef \\ 8 \xrightarrow{5\,\times} 40 \xrightarrow{\frac{1}{4}\,\times} 10 \end{array}$$

Relación multiplicativa entre Ef y Ei:
"10 son los $\frac{5}{4}$ de 8"

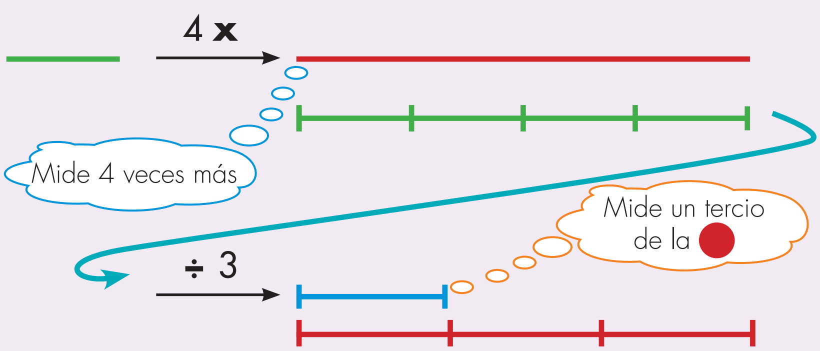
4. Comparen sus procedimientos y respuestas.

Estudiemos los efectos de máquinas como $Ei \xrightarrow{\frac{4}{3}\mathbf{x}} Ef$

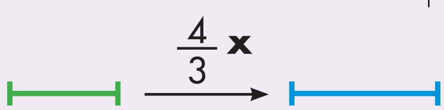
Comparación de las transformaciones de una máquina



Tomemos un pedazo de piola de cualquier longitud. Nosotros tomaremos la piola del dibujo



Apreciemos el efecto de la máquina



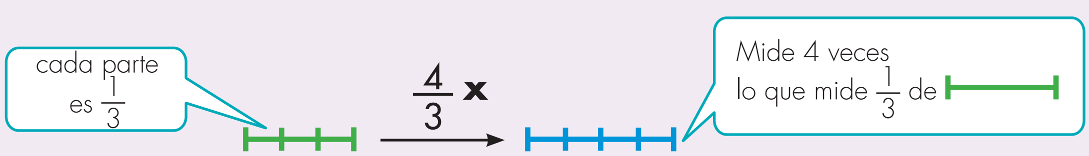
Observemos: la longitud de es $\frac{4}{3}$ la longitud de

La longitud de la cuerda es mayor que la longitud de la cuerda que entra, porque la máquina amplía más (4 veces) de lo que reduce (3 veces)

¿Cual es la relación multiplicativa entre las longitudes de las cuerdas y ?

La longitud de la cuerda es $\frac{4}{3}$ de

Si imaginamos la cuerda dividida en 3 partes, la cuerda mide 4 de estas partecitas.



1. Utiliza cuerdas para comparar las longitudes del Ef y Ei de las siguientes máquinas y escribe la relación multiplicativa en Ef y Ei.

$Ei \xrightarrow{\frac{4}{6}\,\times} Ef$ $\quad$ $Ei \xrightarrow{\frac{3}{2}\,\times} Ef$

$Ei \xrightarrow{\frac{2}{3}\,\times} Ef$ $\quad$ $Ei \xrightarrow{\frac{4}{5}\,\times} Ef$

2. Remplaza el Ei por los números que en cada caso se sugieren y pon a funcionar las máquinas para obtener el Ef. En cada caso compara Ef con el Ei, di si Ef es mayor, menor o igual al Ei y la relación multiplicativa entre Ef y Ei.

$Ei \xrightarrow{\frac{5}{4}\,\times} Ef$ $\quad$ Ei = 4 y Ei = 8

$Ei \xrightarrow{\frac{1}{3}\,\times} Ef$ $\quad$ Ei = 6 y Ei = 15

$Ei \xrightarrow{\frac{6}{4}\,\times} Ef$ $\quad$ Ei = 4 y Ei = 12

3. Usa agua, vasijas y vasitos. Haz las medidas necesarias para obtener el Ef en las siguientes máquinas:

$\xrightarrow{\frac{5}{2}\,\times} Ef$

$\xrightarrow{\frac{4}{3}\,\times} Ef$

4. Usa arena que empacas en bolsas. Haz las medidas necesarias para obtener el Ef en las siguientes máquinas:

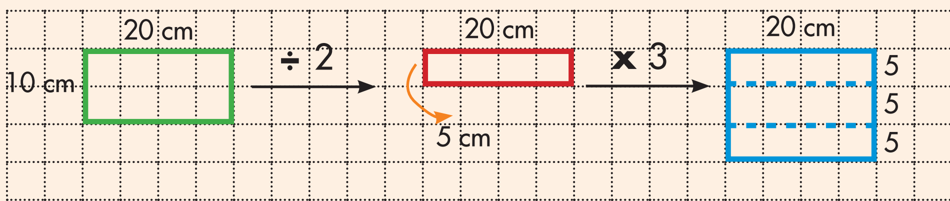
$\xrightarrow{\frac{2}{3}\,\times} Ef$

$\xrightarrow{\frac{6}{5}\,\times} Ef$

Comparación entre Ef y Ei con áreas

$$\text{Ei} \xrightarrow{\frac{3}{2}\times} \text{Ef}$$

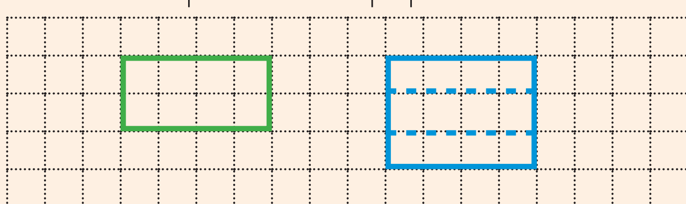
Tomemos un pedazo de papel de forma rectangular de 20 cm de largo y 10 cm de ancho.



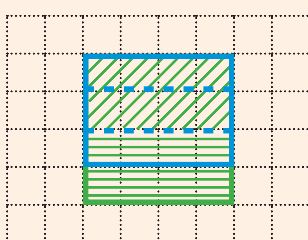
El área del pedazo es $\frac{3}{2}$ del área del

¿Qué significa decir que el área del pedazo azul es $\frac{3}{2}$ del área del pedazo verde?

Recortemos los dos pedazos de papel.



Veamos cuántos pedazos se necesitan para cubrir el pedazo



El pedazo cabe 1 vez completa y media en el

Por eso se dice que es $\frac{3}{2}$ del

5. Dibuja rectángulos y compara el Ef y el Ei en cada caso, así como se hizo en la página anterior. Recorta pedazos de hoja de forma rectangular de las medidas que te parezcan adecuadas y compara el tamaño de los pedazos. Explícate el significado de la fracción que expresa la relación multiplicativa entre las áreas de los rectángulos Ef y Ei.

- $\text{Ei} \xrightarrow{\frac{3}{4}\times} \text{Ef}$
- $\text{Ei} \xrightarrow{\frac{5}{4}\times} \text{Ef}$
- $\text{Ei} \xrightarrow{\frac{1}{3}\times} \text{Ef}$
- $\text{Ei} \xrightarrow{\frac{6}{3}\times} \text{Ef}$

6. Haz lo mismo que en la actividad anterior pero en este caso hazlo con números. Toma los números que se recomiendan en cada caso.

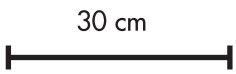
- $\text{Ei} \xrightarrow{\frac{2}{5}\times} \text{Ef}$ Toma como Ei cualquier múltiplo de 5.
- $\text{Ei} \xrightarrow{\frac{6}{4}\times} \text{Ef}$ Toma Ei cualquier múltiplo de 4.

7. Comparen sus procedimientos y respuestas.

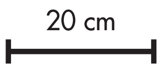
Guía 4 D

Usemos lo aprendido en situaciones de la vida

1. A continuación se da la longitud de una piola, corta otra cuya longitud sea lo que en cada caso se indica.



- Corta una piola que tenga una longitud igual a los $\frac{7}{6}$ de la del dibujo.



- Corta una piola que tenga una longitud igual a los $\frac{4}{3}$ de la del dibujo.

2. Alberto y Juan comparan el peso de dos pedazos de queso. El primer pedazo pesa 240 g, del segundo se sabe que pesa $\frac{8}{6}$ del primero. ¿Cuánto pesa el segundo?

3. En los últimos meses ha llovido poco. Don Joaquín cultiva café, él estima que en la cosecha apenas recogerá $\frac{3}{5}$ de la cosecha anterior. Si se sabe que en la cosecha anterior recogió 160 sacos:

- ¿Cuántos bultos estima recoger don Joaquín?
- Averigua cuánto pesa un saco, expresa la cantidad que estima recoger don Joaquín en arrobas y en kilogramos.
- Averigua el precio de un saco de café, calcula cuánto dinero estima recibir por la venta de lo producido.

4. Consigue vasijas y agua y ejecuta las acciones que necesitas para resolver los siguientes problemas:

- $\frac{3}{4}$ de litro de agua se reparten en frascos a los que les cabe $\frac{1}{12}$ de litro. ¿Cuántos de estos frascos se necesitan?

- $\frac{1}{2}$ de galón se reparte en tarros de $\frac{1}{6}$ de galón. ¿Cuántos tarros se necesitan?

5. Haz gráficos que ilustren la forma como resolviste los problemas anteriores .

6. Comparen sus procedimientos y respuestas.

Guía 5 A

Máquinas y fracciones equivalentes

Reconozcamos máquinas distintas que producen lo mismo

1. Estudia las siguientes máquinas:

M1: $\text{Ei} \xrightarrow{\div 6} ¿ \xrightarrow{2\,\times} \text{Ef} \Rightarrow \text{Ei} \xrightarrow{\div 3} \text{Ef}$

M2: $\text{Ei} \xrightarrow{\div 12} ¿ \xrightarrow{4\,\times} \text{Ef} \Rightarrow \text{Ei} \xrightarrow{\div 3} \text{Ef}$

Estas dos máquinas son distintas, sin embargo, ambas se pueden reducir a la misma máquina simple, a una máquina que reduce a la tercera parte.

Comprueba que estas dos máquinas producen el mismo efecto con los siguientes valores de Ei

- 8
- 12
- 20
- 40

2. Compara el Ef que cada vez sale de los pares de las siguientes máquinas y di cuál es la relación multiplicativa entre ellos.

- $\text{Ei} \xrightarrow{\div 3} ¿$ $\quad$ $\text{Ei} \xrightarrow{\div 12} ¿$
- $\text{Ei} \xrightarrow{\div 20} ¿$ $\quad$ $\text{Ei} \xrightarrow{\div 5} ¿$
- $\text{Ei} \xrightarrow{3\,\times} ¿$ $\quad$ $\text{Ei} \xrightarrow{15\,\times} ¿$
- $\text{Ei} \xrightarrow{\div 4} ¿$ $\quad$ $\text{Ei} \xrightarrow{\div 15} ¿$

¿Por qué M1 y M2 hacen lo mismo?

Una forma de explicar porque M1 y M2 hacen lo mismo.

Las dos máquinas M1 y M2 reducen más que lo que amplían, ambas reducen tres veces más de lo que amplían.

M1 $Ei \xrightarrow{\div 6} ¿ \xrightarrow{2\,\mathbf{x}} Ef$

Reduce 6 veces mientras amplía 2 veces.

M2 $Ei \xrightarrow{\div 12} ¿ \xrightarrow{4\,\mathbf{x}} Ef$

Reduce 12 veces mientras amplía 4 veces.

Por eso ambas máquinas reducen a la tercera parte.

Otra forma de explicar porque M1 y M2 hacen lo mismo.

M2 reduce el doble de lo que reduce M1.

M1 $Ei \xrightarrow{\div 6} ¿$

M2 $Ei \xrightarrow{\div 12} ¿$

M1 reduce 6 veces. M2 reduce el doble de M1 es decir reduce 12 veces.

M2 amplía el doble que M1

M1 $Ei \xrightarrow{\div 6} ¿ \xrightarrow{2\,\mathbf{x}} Ef$

M2 $Ei \xrightarrow{\div 12} ¿ \xrightarrow{4\,\mathbf{x}} Ef$

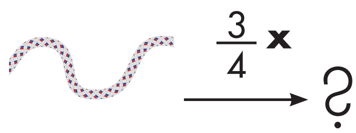
M1 amplía 2 veces. M2 amplía el doble que M1, es decir amplía 4 veces.

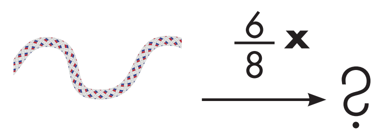
M2 reduce el doble que lo que reduce M1, pero también amplía el doble que lo que amplía M1.

3. Investiga si las dos máquinas siguientes hacen lo mismo.

$Ei \xrightarrow{\div 5} ¿ \xrightarrow{10\,\mathbf{x}} Ef$ $\qquad$ $Ei \xrightarrow{\div 15} ¿ \xrightarrow{30\,\mathbf{x}} Ef$

4. Toma dos pedazos de piola de igual magnitud. Toma una y pásala por la primera máquina y después toma la otra y pásala por la segunda máquina.





- Compara el Ef de las dos máquinas. ¿Las dos piolas salen con la misma o con diferente longitud?
- Explica por qué se obtiene el resultado al que se llega.
- Intenta encontrar otro par de máquinas distintas a "$\frac{3}{4}$ **x**" a "$\frac{6}{8}$ **x**" que haga lo mismo.

Trabaja en grupo

5. Comparen sus procedimientos y respuestas. Hagan gráficos que les permitan explicar el resultado.

6. Comparen los dos pares de máquinas. ¿Cuál de ellos tienen dos máquinas que hacen lo mismo?

$Ei \xrightarrow{\frac{1}{2}\,\mathbf{x}} Ef \qquad Ei \xrightarrow{\frac{4}{8}\,\mathbf{x}} Ef$

$Ei \xrightarrow{\frac{5}{2}\,\mathbf{x}} Ef \qquad Ei \xrightarrow{\frac{15}{6}\,\mathbf{x}} Ef$

7. Toma dos colecciones de 6 tapas y a cada colección aplícale una máquina.

$Ei \xrightarrow{\frac{2}{3}\,\mathbf{x}} ?$

Sugerencia: haz tres grupos iguales y después toma dos.

$Ei \xrightarrow{\frac{4}{6}\,\mathbf{x}} ?$

¿Que sucede? ¿Las dos máquinas hacen lo mismo?

8. Consigue otros ejemplos como los anteriores.

Identifiquemos máquinas equivalentes

Máquinas equivalentes

Se dice que dos máquinas son equivalentes si siempre que entra el mismo Ei producen el mismo Ef. Es decir, si las dos máquinas producen la misma transformación.

Ejemplo:

$$\text{Ei} \xrightarrow{\frac{2}{5}\times} \text{Ef} \qquad\qquad \text{Ei} \xrightarrow{\frac{6}{15}\times} \text{Ef}$$

Son equivalentes porque ambas máquinas siempre producen la misma transformación Si Ei = 15

$$15 \xrightarrow{\frac{2}{5}\times} ¿? \qquad\qquad 15 \xrightarrow{\frac{6}{15}\times} ¿?$$

$$\Downarrow \qquad\qquad \Downarrow$$

$$15 \xrightarrow{\frac{1}{5}\times} 3 \xrightarrow{2\times} 6 \quad \Longleftrightarrow \quad 15 \xrightarrow{\frac{1}{15}\times} 1 \xrightarrow{6\times} 6$$

Si Ei = 30

$$30 \xrightarrow{\frac{2}{5}\times} 12 \quad \Longleftrightarrow \quad 30 \xrightarrow{\frac{6}{15}\times} 12$$

1. Investiga cuáles de los siguientes pares son máquinas equivalentes:

$$\text{Ei} \xrightarrow{\frac{2}{3}\times} \text{Ef} \qquad\qquad \text{Ei} \xrightarrow{\frac{8}{12}\times} \text{Ef}$$

$$\text{Ei} \xrightarrow{\frac{3}{4}\times} \text{Ef} \qquad\qquad \text{Ei} \xrightarrow{\frac{4}{5}\times} \text{Ef}$$

2. Escribe en los cuadros los números para que la máquina sea equivalente a la de la izquierda.

- $Ei \xrightarrow{\frac{4}{3}\times} Ef$ $\qquad$ $Ei \xrightarrow{\frac{\square}{\square}\times} Ef$

- $Ei \xrightarrow{\frac{2}{3}\times} Ef$ $\qquad$ $Ei \xrightarrow{\frac{\square}{\square}\times} Ef$

3. Utiliza un rectángulo o un círculo, aplica las máquinas y comprueba si son o no son equivalentes.
Sugerencia: revisa la Guía 4C de esta cartilla.

- $Ei \xrightarrow{\frac{2}{3}\times} Ef$ $\qquad$ - $Ei \xrightarrow{\frac{6}{9}\times} Ef$

4. Conversen sobre los resultados obtenidos en las actividades anteriores y hagan lo que se indica.

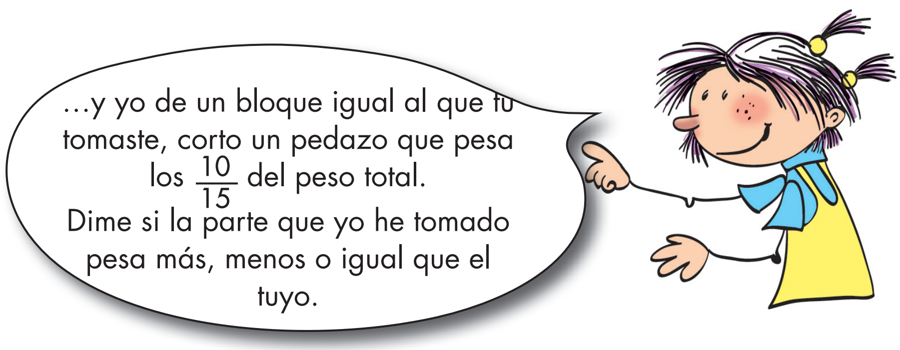
- Intenten encontrar 5 máquinas distintas que sean equivalentes a la máquina.

$$Ei \xrightarrow{\frac{1}{3}\times} Ef$$

- Conversen sobre una forma de obtener máquinas equivalentes a la máquina dada.

- ¿Cuantas máquinas distintas equivalentes a la máquina dada podrán encontrar?

5. Aplica la idea de las máquinas equivalentes y resuelve la pregunta de Mariana.



6. Resuelve los problemas.

- Don Alberto siembra de tomate $\frac{2}{5}$ de su parcela y $\frac{3}{10}$ de zanahoria. ¿A cuál de los dos productos le dedica más terreno?

- $\frac{5}{12}$ de las mujeres de la vereda son mayores de 25 años y $\frac{2}{6}$ son niñas menores de 12 años. ¿Hay más, menos o la misma cantidad de niñas menores de 12 años que mayores de 25?

Estudiemos fracciones equivalentes

1. Escribe los pares de fracciones como máquinas y si las máquinas son equivalentes entonces las fracciones son equivalentes. Di si las dos fracciones son equivalentes.

- $\frac{3}{4}$ y $\frac{15}{20}$
- $\frac{1}{5}$ y $\frac{6}{30}$
- $\frac{2}{3}$ y $\frac{6}{8}$
- $\frac{2}{5}$ y $\frac{8}{20}$

2. Haz gráficos con rectángulos o círculos y verifica si las siguientes fracciones son equivalentes:

- $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{6}$
- $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{12}$

3. Encuentra 5 fracciones que sean equivalentes a la fracción dada en cada caso:

- $\frac{2}{3}$
- $\frac{1}{2}$
- $\frac{4}{5}$

4. Comparen sus procedimientos y respuestas.

5. Conversen sobre un método que les permita encontrar fracciones equivalentes.

   ¿Cuántas fracciones equivalentes a una fracción dada podrían encontrar si aplican el procedimiento encontrado?

Complificación de fracciones

Se tiene la fracción $\frac{3}{4}$

Multiplicando numerador y denominador por 2

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}$$

Multiplicando numerador y denominador por 3

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}$$

Se puede seguir por 4, por 5, etc.

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{3 \times 4}{4 \times 4} = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \cdots$$

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = \frac{15}{20} = \cdots$$

A este proceso se le llama complificar. Nos permite transformar una fracción a otra equivalente, que tenga numeradores y denominadores mayores.

6. Aplica el método de complificación para obtener 10 fracciones equivalentes a la fracción dada.

- $\frac{2}{3}$
- $\frac{4}{8}$
- $\frac{5}{3}$

7. En la escuela tienen una parcela de forma rectangular de 240 m por 120 m. Los alumnos preparan el terreno para sembrar dos tipos de hortalizas A y B. A la hortaliza A desean dedicar la cuarta parte de su parcela y a la B la tercera parte, ayúdales a dividir el terreno. Haz un croquis en el que muestres por dónde recomiendas hacer las divisiones y di a cuál de las dos hortalizas vas a destinar más terreno. Justifica tus respuestas.

8. Conversen sobre sus procedimientos y respuestas.

Simplificación de fracciones

El procedimiento anterior se puede hacer en sentido contrario.

Por ejemplo se tiene $\frac{72}{120}$

$$\frac{72}{120} = \frac{72 \div 2}{120 \div 2} = \frac{36}{60}$$

$$\frac{36}{60} = \frac{36 \div 2}{60 \div 2} = \frac{18}{30}$$

$$\frac{18}{30} = \frac{18 \div 2}{30 \div 2} = \frac{9}{15}$$

$$\frac{9}{15} = \frac{9 \div 3}{15 \div 3} = \frac{3}{5}$$

Se verifica si el numerador y el denominador son múltiplos de 2 y se hacen las divisiones, después si son múltiplos de 3, de 5, etc.

$$\frac{72}{120} = \frac{36}{60} = \frac{18}{30} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5} \qquad \boxed{\frac{72}{120} = \frac{3}{5}}$$

A este método se le llama simplificación de fracciones. A expresiones como $\frac{3}{5}$ se les llama **fracción irreducible**, porque ya no se puede reducir más; su numerador y denominador no tienen un múltiplo común; es decir, no hay un mismo número, que los dividida a ambos.

9. Simplifica las fracciones siguientes, hasta obtener una fracción irreducible.

- $\frac{6}{12}$
- $\frac{42}{70}$
- $\frac{6}{9}$
- $\frac{21}{42}$

10. Combina los métodos de complificación y simplificación para transformar las dos fracciones a otras dos que tengan el mismo denominador que se indica.

- $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{6}$ denominador 12
- $\frac{2}{3}$ y $\frac{1}{5}$ denominador 15

Apliquemos las fracciones para resolver problemas cotidianos

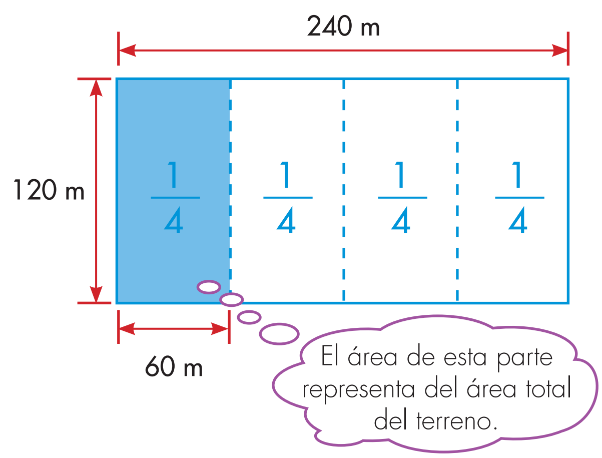
Trabaja en grupo

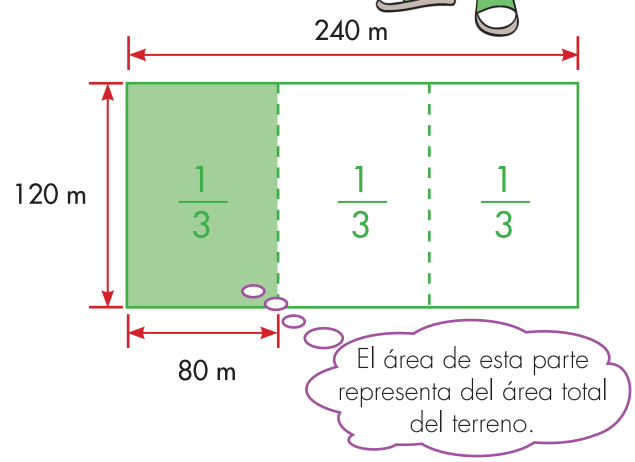
1. Estudien el diálogo de Mariana y Alejo que tienen cuando tratan de resolver un problema de la actividad 7 de la Guía 5C.

✓ Primero que todo vuelvan a leer el problema y después estudien lo que hacen Mariana y Alejo.

Mariana, para saber a cuál de las hortalizas dedican más terreno, te propongo que dibujemos el terreno y representemos las partes que dedican a cada hortaliza.

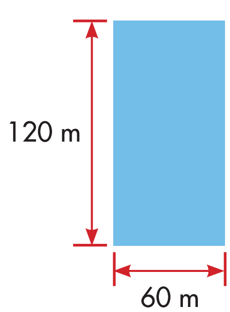
Bueno, hagámoslo. Después te cuento la forma como yo pensé el problema.

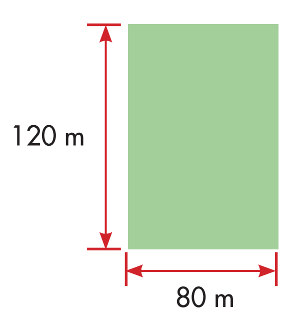


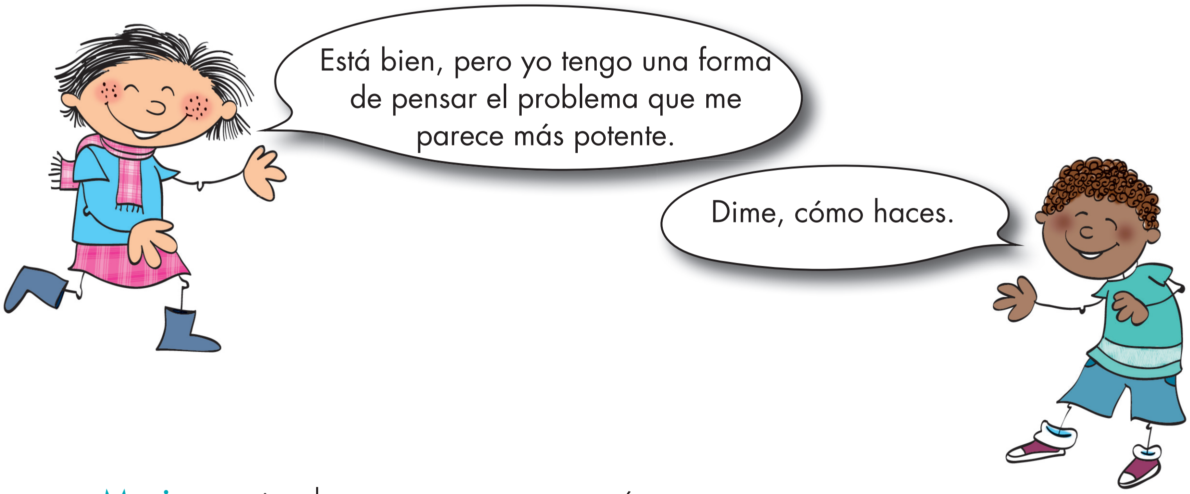


El dialogo entre Mariana y Alejo continua así:

Alejo: si comparas la parte correspondiente a $\frac{1}{4}$ con la parte correspondiente a $\frac{1}{3}$, concluimos que la de $\frac{1}{3}$ es más grande que la de $\frac{1}{4}$.







Mariana: simplemente yo razono así:

Hortaliza A = $\frac{1}{4}$ o sea de 4 partes iguales toman 1.
Hortaliza B = $\frac{1}{3}$ o sea de 3 partes iguales toman 1.

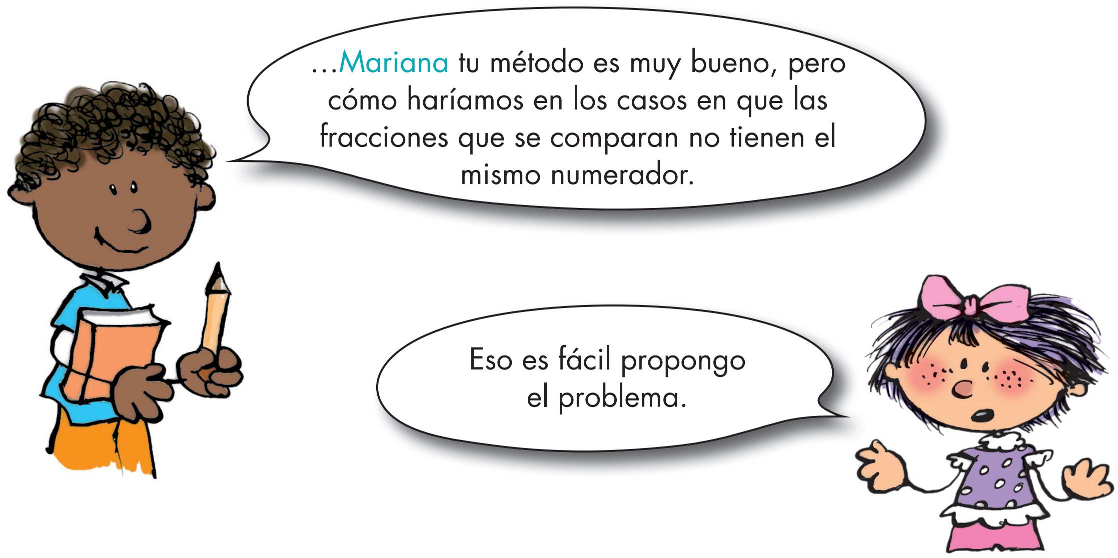
Las partes de los tercios necesariamente son más grandes que las de los cuartos, porque en el primer caso se divide en menos partes que en el segundo. Como en ambos casos se toman de a una parte, a la hortaliza B se le dedica más terreno.

Alejo: sí, tienes razón, este método es mucho más potente que el mío para casos como estos, pues no tenemos que hacer gráficos, además no importan para nada las medidas del terreno. Ahora entiendo, $\frac{1}{3}$ de algo siempre será más grande que $\frac{1}{4}$ no importa lo que sea ese algo, siempre que ese algo sea el mismo.

Mariana: eso es, por ejemplo, podríamos pensar en otro problema, digamos que en un hospital $\frac{1}{4}$ de los pacientes son hombres y $\frac{1}{3}$ mujeres, y que nos preguntan: ¿hay más, menos o la misma cantidad de pacientes mujeres que hombres?

2. ¿Cuál es tu respuesta a la pregunta anterior?

3. Inventen un problema en el que la totalidad que se reparte sea leche, y una parte sea $\frac{2}{5}$ y la otra $\frac{2}{7}$. Conversen cómo lo resolverían.



Alejo: por ejemplo este problema, don Arturo recoge su cosecha de naranja: grandes, medianas y pequeñas. Don Arturo elaboró la siguiente tabla. Observa que en la tabla el manchón no deja ver la fracción de naranjas medianas.

Fracción de naranjas según tamaño	
Tamaño	**Fracción**
Grandes	$\frac{2}{5}$
Medianas	
Pequeñas	$\frac{3}{7}$

¿Hay más, menos o igual cantidad de naranjas pequeñas que grandes?

Mariana: como aquí el numerador y el denominador son diferentes, te propongo que transformemos las dos fracciones para llevarlas a fracciones que tengan el mismo denominador.

$$\overset{7\,\mathbf{x}}{\underset{7\,\mathbf{x}}{\frac{2}{5} = \frac{14}{35}}} \qquad \overset{5\,\mathbf{x}}{\underset{5\,\mathbf{x}}{\frac{3}{7} = \frac{15}{35}}}$$

Ahora podemos hacer la comparación con facilidad.

$$\frac{14}{35} < \frac{15}{35}$$

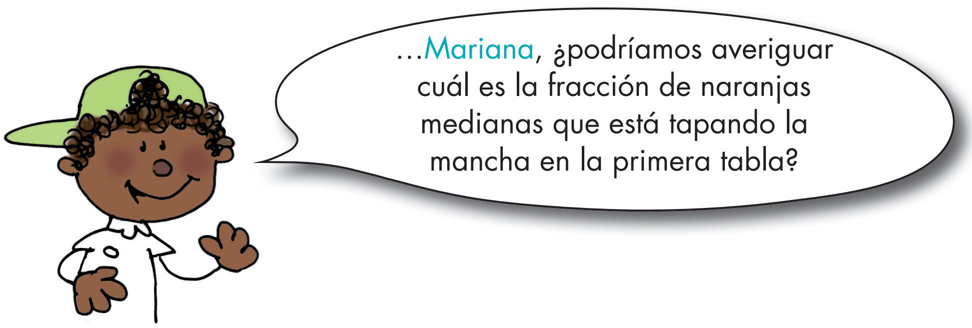
$$\frac{2}{5} < \frac{3}{7}$$

Hay menos naranjas grandes que pequeñas.

4. Si en lugar de la tabla anterior don Arturo hizo la tabla:

Fracción de naranjas según tamaño	
Tamaño	Fracción
Grandes	$\frac{3}{8}$
Medianas	$\frac{5}{24}$
Pequeñas	$\frac{5}{12}$

¿Cuál de los tamaños es más abundante?



Mariana: sí, podemos reescribir la tabla:

Tamaño	fracción	fracciones transformadas
Grandes	$\frac{2}{5}$	$\frac{14}{35}$
Medianas		?
Pequeñas	$\frac{3}{7}$	$\frac{15}{35}$

Como la totalidad de las naranjas son $\frac{35}{35}$ es fácil saber cuál es la fracción de las medianas.

¿Cuál es la fracción que representa la cantidad de naranjas grandes y pequeñas?

$$\underset{\text{GRANDES (G)}}{\frac{14}{35}} + \underset{\text{PEQUEÑAS (P)}}{\frac{15}{35}} = \frac{29}{35}$$

Naranjas medianas = (total de naranjas) – (la suma de G y P)

$$N1 = \frac{35}{35} - \frac{29}{35} = \frac{6}{35}$$

La cantidad de naranjas medianas es de = $\frac{6}{35}$ del total.

> El método de transformar las fracciones con el mismo denominador es útil para comparar dos o más fracciones y decidir cuál es mayor o menor y para sumar o restar.

5. Resuelve los siguientes problemas:

- De un bulto de café María y Juana toman dos partes. María toma $\frac{2}{9}$ y Juana $\frac{4}{12}$, el resto se las dejaron a José.

  ¿Que fracción representa la suma de las dos partes?

  ¿Cuál de las dos partes es mayor?

  Si el bulto pesa 5 arrobas, ¿cuánto pesa cada parte?

  ¿Que fracción del bulto le quedó a José?

Tres señores compraron matas de rosas en un vivero. Del número de matas que había, el primero se llevó $\frac{1}{6}$, el segundo $\frac{1}{3}$ y el tercero $\frac{1}{4}$. ¿Qué parte del número de matas compraron entre los 3 clientes?

De un terreno su propietario vende un lote que es exactamente la tercera parte del terreno. El señor que compra el lote construye una casa que ocupa la cuarta parte de éste. ¿Qué parte del área del terreno inicial ocupa la casa? Sugerencia: representar el problema como máquinas.

Si el terreno mide 480 m^2, ¿cuánto mide el terreno que ocupa la casa?

Guía 6 A

Practiquemos los fraccionarios como razones

Resolvamos problemas

Trabaja en grupo

1. Estudien las distintas formas de representar una fracción.

La maestra de la Escuela Nueva más cercana a la nuestra vino a compartir con nosotros algunas de sus reflexiones acerca del interesante mundo de los números fraccionarios. Para ello nos organizó un concurso de invención de problemas donde éstos aparecen en la realidad, y en situaciones diferentes.

Para recordar e ilustrar cómo aparecen estos números la maestra trajo una cartelera como ésta:

¿Qué expresa la fracción $\frac{3}{5}$ en cada caso?

Situación 1

Sergio utilizó los $\frac{3}{5}$ del área de la cartulina para dibujar una linda casita.

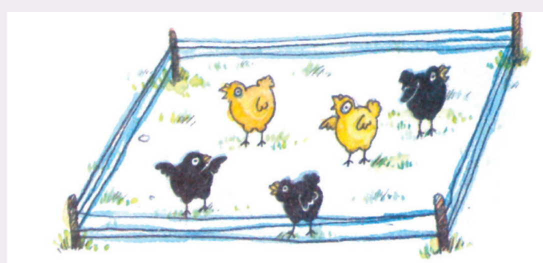
Situación 2

El número de bombas de Toño es igual a los $\frac{3}{5}$ del número de bombas de Rebeca.

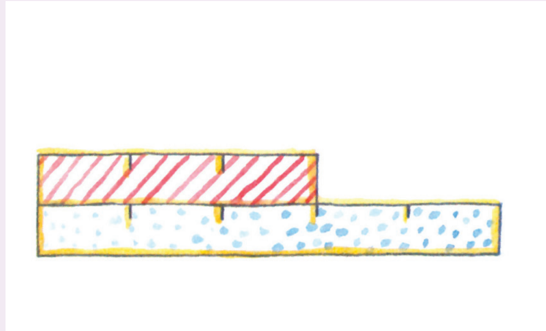
Situación 3

Sonia reparte 3 tortas entre 5 niños. De las tortas a cada niño le corresponde: $3 \div 5 = \frac{3}{5}$.

Situación 4



3 de los 5 pollitos son negros. Los $\frac{3}{5}$ del número de pollitos son negros.

Situación 5	Situación 6
	
En la bolsa hay 5 bolas. De ellas 3 son negras y 2 son blancas. ¿Le apuesto a sacar una negra o a sacar una blanca?	La longitud de la regla rayada es igual a los $\frac{3}{5}$ de la longitud de la regla punteada.
3 de las 5 son negras, $\frac{3}{5}$	

¿En cuál de las situaciones el uso de la fracción $\frac{3}{5}$ es parecido?

En las situaciones 4 y 5, ¿el uso de la fracción $\frac{3}{5}$ tiene algún parecido?

2. Comenten y comparen las demás situaciones y luego redacten en sus cuadernos problemas de la vida cotidiana donde utilicen significados de las fracciones.

> Ejemplos:
>
> Parecido a la situación 3:
>
> Se va a repartir, por igual, 5 litros de leche entre 4 personas, ¿qué cantidad de leche le corresponde a cada una?

Hay dos formas de abordar el reparto

Un litro para cada persona y queda 1 litro para repartir.	Se divide 5 litros ente 4:
$1\,\ell \div 4 = \frac{1}{4}\,\ell$	$5\,\ell \div 4 = \frac{5}{4}\,\ell$
A cada persona le corresponde	A cada persona le corresponden $\frac{5}{4}$ de litro
$1\,\ell + \frac{1}{4}\,\ell = 1\,\frac{1}{4}\,\ell$	$\frac{5}{4} = \frac{4}{4}_{\ell} + \frac{1}{4} = 1\,\ell + \frac{1}{4}\,\ell$; es decir, $1\,\frac{1}{4}$

Parecido a la situación 4:

José Luis compró una docena de huevos. Al salir de la tienda se cayó y se le rompieron 7 huevos. ¿Qué parte de la docena de huevos se rompió? Y ¿qué parte de la docena quedó sana?

Parecido a la situación 5:

En el juego de baloncesto Juana hizo 15 lanzamientos pero sólo acertó 8. ¿Cuál fue su rendimiento?

3. Comparen sus procedimientos, discutan las diferentes interpretaciones de los fraccionarios y revisen las soluciones orientados por el profesor o profesora.

Apliquemos fraccionarios

Trabaja solo

1. En algunos de estos ejercicios seguramente vas a necesitar trabajar con fracciones equivalentes.

- Ester y Toña salen de compras. Cada una lleva la misma cantidad de dinero. Si Ester gastó $\frac{1}{3}$ y Toña $\frac{2}{5}$. ¿Cuál de las dos regresó con más dinero a la casa?

- En otra ocasión en que Ester y Toña salieron a la plaza de mercado, no llevaban la misma cantidad de dinero. Ester gastó $\frac{1}{3}$ de su dinero y Toña $\frac{1}{2}$ del suyo. A la salida de la plaza las dos amigas comentan:

- ¿Cómo puedes explicar que la que hizo compras por $\frac{1}{3}$ de su dinero haya gastado más de lo que gastó la mitad del suyo?

2. Sobre este camino vas a dibujar dos hormigas que disputan un terrón de azúcar. Ambas salieron del hormiguero que está en el extremo izquierdo.

Cuando una de las dos hormigas ha recorrido $\frac{1}{3}$ del camino, la otra ha avanzado hasta $\frac{2}{5}$ del mismo. Dibuja la posición de las hormigas en este momento y dí cuál de las dos está más cerca del terrón de azúcar.

3. De las siguientes fracciones, ¿cuál representa el mayor número fraccionario y cuál el menor?

$$\frac{3}{4},\ \frac{5}{6},\ \frac{7}{12},\ \frac{2}{3},$$

4. Expresa los siguientes grupos de fracciones en otras equivalentes, es decir, que tengan un denominador común.

- $\frac{1}{3},\ \frac{1}{4},\ \frac{3}{8},\ \frac{5}{6},$
- $\frac{2}{3},\ \frac{5}{6},\ \frac{4}{15},\ \frac{1}{5},$
- $\frac{5}{10},\ \frac{8}{40},\ \frac{12}{60},\ \frac{6}{20},$

5. Don Esteban y don Gabriel reciben su quincena.
Don Esteban ahorra la mitad y del resto gasta $\frac{3}{4}$ en vivienda y alimentación.

- ¿Qué parte de la quincena gasta en vivienda y alimentación?
- ¿Qué parte de la quincena le queda disponible?
- Don Gabriel ahorra $\frac{3}{5}$ de la quincena y en sus gastos personales emplea los $\frac{5}{6}$ de lo que queda.
- ¿Qué parte de la quincena emplea en los gastos personales?
- ¿Qué parte de la quincena le queda disponible?
- Si don Esteban y don Gabriel reciben el mismo sueldo quincenal, ¿a cuál de los dos le queda más dinero disponible?

6. Diego y Catalina ahorran en la misma alcancía. Siempre que Diego echa 3 monedas de un mismo valor Catalina echa sólo 2 de ese valor. De esta forma llenaron la alcancía.

- ¿Qué parte del dinero ahorrado es de Catalina? ¿Qué parte es de Diego?
- Si a Catalina le corresponden $6,500, ¿cuánto más ahorró Diego?

Apliquemos los fraccionarios como razones

Razones y proporciones

Enunciados como:

"por cada 5 personas 3 son mayores"

"por cada 5 pollos 3 son negros"

"por cada 5 vasos de jugo se necesitan 3 cucharas llenas de azúcar"

Son muy comunes, ya lo hemos trabajado en varias ocasiones.

En estos casos se dice que:

La razón entre el número total de personas y las personas mayores es "5 es a 3".

La razón entre el número total de pollos y los pollos negros es "5 es a 3".

La razón entre el número de vasos de jugo y el número de cucharas es "5 es a 3".

La razón 5 es a 3 se acostumbra a escribir 5 : 3 y se lee la razón "5 es a 3".

También se acostumbra a utilizar fracciones para representar una razón.

$$\boxed{5 : 3} \Longleftrightarrow \boxed{\frac{5}{3}}$$

1. Escribe las siguientes expresiones como razones, usa también la representación como fracción.

- En una caja de naranjas por cada 20 naranjas buenas se encuentran 3 dañadas.
- En un cultivo de café se encuentra que por cada 100 plantas, 2 se encuentran infectadas.
- Los funcionarios de un hospital adelantan una campaña de vacunación contra el dengue. Ellos saben que actualmente por cada 200 niños 3 están vacunados y desean pasar a que por cada 100 niños, 80 estén vacunados.

2. La razón de la cantidad de pintura blanca y la de color rojo que se ha preparado para pintar una bodega es 7:1

- ¿Cuántos tarros de pintura roja se deben mezclar con 28 de blanca? Y ¿Cuántos con 10.5 tarros?
- Si se usa $\frac{1}{2}$ tarro de pintura roja, ¿cuántos de blanca se necesitan para mantener el mismo color?

¿Cuál de las dos mezclas es más roja?

Si se tienen dos mezclas de gelatina roja con agua:

Primera mezcla	Segunda mezcla
3 cc de polvo por cada 5 vasos de agua	4 cc de polvo por cada 6 vasos de agua

razón	razón
polvo 3 : 5 agua	polvo 4 : 6 agua
o	o
$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{6}$

Para poderlas comparar transformemos las dos fracciones a denominadores iguales.

Como el múltiplo común a los dos denominadores (5 y 6) más pequeño (MCM, mínimo común múltiplo) es 30, por esto se transforman estas fracciones a denominador 30.

$$\underset{6\,\times}{\overset{6\,\times}{\frac{3}{5} = \frac{18}{30}}} \qquad \qquad \underset{5\,\times}{\overset{5\,\times}{\frac{4}{6} = \frac{20}{30}}}$$

Es lo mismo decir que en la primera mezcla la relación entre la cantidad de polvo y la de agua es 3:5 que 18:30; algo semejante podemos decir de la segunda mezcla.

Como la cantidad de agua es la misma en ambas razones (30 vasos) la más roja es la que tiene más polvo.

Guía 6 D

Usemos la idea de razón

1. Utiliza la idea de equivalencia y resuelve los siguientes problemas:

- En el municipio A por cada 100 jóvenes que terminan secundaria 23 entran a estudiar a la universidad y en el B por cada 20 jóvenes, 4 entran a la universidad. ¿En cuál de los dos municipios se puede decir que son mejores las posibilidades de estudio para jóvenes que terminan el bachillerato?

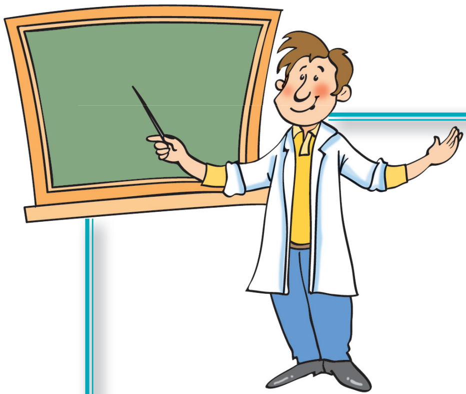
- Se encuesta a los habitantes de dos veredas sobre si están de acuerdo con la construcción de una fábrica de químicos. Los resultados se consignan en la tabla.

Vereda	SÍ	NO
El alto	48	32
La loma	56	44

¿En cuál de las dos veredas la opinión favorable a la construcción de la fábrica es mayor?

2. Comparen sus procedimientos y respuestas.


Aquí termina la primera cartilla del grado Quinto.
Puedes continuar trabajando con la segunda cartilla de grado Quinto.

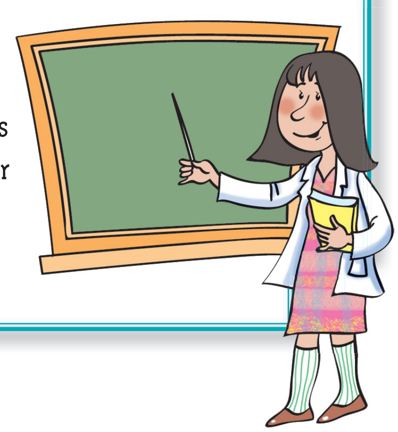


Sugerencias para el Profesor

Estas páginas son un complemento de la Guía del maestro, sugerimos al lector estudiar la parte de esta guía referida al área de matemáticas y especialmente, tener presente aquéllos apartados directamente relacionados con las actividades de esta cartilla. Aquí encontrará sugerencias prácticas y aclaraciones sobre las actividades que se proponen. Estas sugerencias le serán útiles para ayudar a los niños, pero no agotan sus necesidades de planeación y formación. Profesora o profesor, usted apoyará mejor a sus alumnos, entre mayor sea la comprensión que tenga de la forma como ellos piensan cuando desarrollan las actividades propuestas y entre mejor comprenda los conceptos que va a enseñar. Si le es posible revise otros materiales que aparecen en las referencias bibliográficas recomendadas en la Guía del maestro. Recuerde que es posible que algunos de ellos los encuentre en la biblioteca de aula.

Recordemos que en la metodología de Escuela Nueva se concibe la enseñanza como el espacio en el que el profesor dirige y orienta a los niños, apoyándolos para que construyan y complejicen su pensamiento. El camino para lograr esto no es el de brindar a los niños definiciones y procedimientos para que los memoricen. Más bien, consiste en enfrentar a los niños a múltiples y variadas experiencias, llenas de significado y sentido, que los problematice, para que apoyándose en sus propias comprensiones, creen y pongan a prueba ideas que los lleven progresivamente a mejores soluciones. En este proceso interviene el maestro, ofreciendo pequeñas sugerencias, haciendo nuevas preguntas, proponiendo nuevas experiencias que sugieran nuevas relaciones, orientando el intercambio de ideas, exigiendo explicaciones y razones, sugiriendo algunas consultas. En fin, estimulando y agudizando la curiosidad de los niños.

En la Guía del maestro, encontrará un cuadro en el que se indican los Estándares que se relacionan con las actividades propuestas en esta cartilla, se recomienda al maestro revisar este cuadro.



RECOMENDACIONES PARA TRABAJAR LA GUÍA 1

Las actividades de esta guía procuran apoyar a los niños en la comprensión intuitiva de problemas que para la mirada adulta involucran las ideas de razones y proporciones. El diálogo que sostienen Mariana y Alejo en la Guía 1B, ilustra las dificultades que los niños tienen para coordinar de forma multiplicativa las medidas de las dos magnitudes que intervienen en el problema de las mezclas, pero también muestra las grandes posibilidades del pensamiento de los niños; aunque, ellos no sepan de razones y proporciones, no quiere decir que no puedan pensar problemas que involucren estas ideas, aunque las hipótesis que hagan sean erradas, así como ocurre con los primeros intentos de Mariana y Alejo, que en lugar de afrontar estos problemas con sus recursos multiplicativos, lo hacen mediante la adición.

Es muy importante estimular la discusión de los niños sobre lo que hacen y dicen Mariana y Alejo, buscar que hagan sus hipótesis, que las expliciten y las comuniquen de manera clara, que realicen los experimentos y contrasten sus predicciones con los resultados que estos experimentos arrojan. Este proceso les ayudará a complejizar su pensamiento y, como se ha repetido en muchas ocasiones, poco se aporta cuando se asume que apoyar el desarrollo del pensamiento de los niños es llenarlos de informaciones y procedimientos. La propuesta de graficar que se hace en la Guía 1C es muy importante, ya que se trata de hacerles notar que si desean comparar la co-variación entre dos magnitudes no hay otro camino que buscar una escala común.

RECOMENDACIONES PARA TRABAJAR LAS GUÍAS 2, 3 Y 4

En estas guías se busca ayudar a los niños a construir significados de expresiones fraccionarias como $\frac{4}{3}$. En el grado anterior esta expresión se interpretó como 4 veces $\frac{1}{3}$. Este es un buen recurso, pero es un camino que todavía está muy anclado en un pensamiento aditivo. 4 veces $\frac{1}{3}$ está más cerca de la idea de la agregación repetida de $\frac{1}{3}$, que de una interpretación de tipo multiplicativo. La idea de $\frac{4}{3}$ requiere llevarse más allá, debe ayudar al niño a entenderla como el valor de una relación multiplicativa, así como se ha hecho con expresiones de fraccionarios de la forma $\frac{1}{a}$. Claro, expresiones como 1/a son relativamente fáciles de comprender, ya que sólo hay que pensar en una transformación (la que reduce "a veces"), pero una expresión fraccionaria como $\frac{4}{3}$, exige a los niños pensarla como una relación multiplicativa que amplía o reduce a la vez, interpretación que, en un comienzo, no está al alcance de todos los niños de este grado, razón por la que es necesario elevar sus pensamientos al nivel en que sean capaces de comprender la composición multiplicativa de dos transformaciones: una que amplía y otra que reduce.

Precisamente esto es lo que se hace en estas guías. Se parte de la idea de máquinas compuestas. Primero se busca que los niños ejecuten dos transformaciones multiplicativas sucesivas, por ejemplo, una máquina compuesta que primero amplía 3 veces (3x) y después, reduce a 6 veces (÷6) y que verifiquen que el efecto final, resultado de estas dos transformaciones, es reducir el Ei. El Ef es menor que el Ei, porque la máquina reduce más de lo que amplía (reduce 6 veces y amplía 2). ¿Pero de cuánto es la reducción? En este caso se reduce a la mitad. Como segundo paso, después de acumular suficientes experiencias, se busca que el niño logre hacer inferencias como: si primero amplía 3 veces y después reduce 6 veces, entonces, como consecuencia lógica, la máquina reduce a la mitad. Este es el gran salto que se busca producir en el pensamiento de los niños. En investigaciones que hemos hecho, los niños no logran comprender esta composición. En un primer momento ellos interpretan situaciones de este tipo de forma aditiva, por ejemplo, ante preguntas que exijan pensar en dos ampliaciones sucesivas, primero se amplía 2 veces (2x) y después se amplía 3 veces (3x), consideran que la ampliación final es de 5 veces (2 veces y 3 veces es igual a 5 veces) y no de 6 veces (2 veces por 3 veces igual a 6 veces). Por eso es importante trabajar una buena variedad de situaciones que les permita comprender los efectos de componer estas dos transformaciones. Nuevamente, aquí insistiremos en el mismo principio didáctico que se ha mantenido a lo largo de las diferentes cartillas, elevar el pensamiento del niño para que comprenda estas interpretaciones no es el de enseñar las reglas que permitan encontrar el resultado de las diferentes formas posibles de combinar los dos tipos de transformaciones[1], sino el de procurar que reflexione sobre estos efectos y lograr que entienda las razones lógicas de estos resultados.

RECOMENDACIONES PARA TRABAJAR LA GUÍA 5

En esta guía se trabaja la idea de equivalencia de fraccionarios. La idea de equivalencia de fraccionarios, no se reduce a la idea de un procedimiento para encontrar fracciones equivalentes, se trata más bien, de ayudar a los niños a

[1] **Primer caso:** una ampliación seguida de otra ampliación, por ejemplo, una ampliación de 2 veces seguida de una ampliación de 4 veces da una ampliación de 8 veces. **Segundo caso:** una reducción de 2 veces seguida de otra reducción de 2 veces da una reducción de 8 veces. **Tercer caso:** una ampliación de 2 veces seguida de una reducción de 4 veces da como resultado una reducción de 2 veces. **Cuarto caso:** una reducción de 2 veces seguida de una ampliación de 4 veces da como resultado un ampliación de 2 veces.

comprender que hay máquinas compuestas que a pesar de estar compuestas por máquinas simples diferentes siempre producen el mismo resultado. Las máquinas M1 y M2 de la actividad 1 de la Guía 5 A son equivalentes (÷6 seguido de 2x produce el mismo efecto que ÷12 seguido de 4x), porque si M2 reduce el doble de lo que reduce M1 pero después M2 amplía el doble de lo que amplía M1, se produce una compensación y la máquina M2 resulta haciendo lo mismo que la M1. Lo anterior puede resultar poco claro en un primer momento, por eso es necesario, procurar que los niños, nuevamente tomen piolas y tapas, o cualquier otro tipo de objetos, que les apliquen las máquinas y comparen los efectos de una y otra máquina, para que logren comprender las razones lógicas de estos resultados. Una vez que los niños logran comprender estas ideas, ahora sí se pasa a enseñar los procedimientos de simplificación y complificación.

RECOMENDACIONES PARA TRABAJAR LA GUÍA 6

La Guía 6 es como una especie de recapitulación de las diferentes formas de interpretar una fracción. En la Guía 6C se retoman enunciados que implican razones y se muestra que se pueden interpretar como una razón, esto les permite abordar problemas como los de mezclas, que fue trabajado en la Guía 1 de esta cartilla.

Profesora o profesor las actividades de esta cartilla son una herramienta muy útil para el trabajo con los niños, pero está en sus manos crear un ambiente adecuado de trabajo, en el que incentive la curiosidad, el interés de los niños, su capacidad de preguntarse, de sorprenderse y de idear formas de indagación; de construir conocimiento en colaboración con los otros. De autorregularse, de aportar a la regulación de otros y de admitir la regulación sana de los otros. Por eso es importante enriquecer las experiencias de los niños para ir más allá de las que se presentan en esta cartilla. Es determinante su dirección para contextualizar las experiencias al medio, para aprovechar las oportunidades que surgen de las inquietudes de los niños, de las situaciones cotidianas de la escuela y la comunidad local, para establecer conexiones con otras áreas, con los diversos proyectos escolares, estrategias pedagógicas y actividades propias del modelo de Escuela Nueva. Es este conjunto de acciones lo que promoverá logros cada vez mayores que posibiliten acercar la acción pedagógica a los objetivos propuestos. De ahí la importancia de planear, de diseñar y de evaluar de manera permanente, no sólo los progresos de los niños, sino de la propia acción pedagógica, e introducir los correctivos necesarios para adecuar el curso de la acción a las necesidades de los estudiantes.