Postprimaria

6º MATEMÁTICAS

educación de calidad
EL CAMINO PARA LA PROSPERIDAD

Ministerio de Educación Nacional
República de Colombia
Libertad y Orden

Prosperidad para todos

6.º

Matemáticas

Ministerio de
Educación Nacional
República de Colombia

María Fernanda Campo Saavedra
Ministra de Educación Nacional

Mauricio Perfetti del Corral
Viceministro de Educación Preescolar, Básica y Media

Mónica López Castro
Directora de Calidad para la Educación Preescolar, Básica y Media.

Heublyn Castro Valderrama
Subdirectora de Referentes y Evaluación de la Calidad Educativa

Heublyn Castro Valderrama
Coordinadora del Proyecto

Clara Helena Agudelo Quintero
Gina Graciela Calderón
Luis Alexander Castro
María del Sol Effio J
Omar Hernández Salgado
Edgar Martínez Morales
Jesús Alirio Naspirán
Emilce Prieto Rojas
Equipo Técnico

María Fernanda Dueñas Álvarez
Diego Fernando Pulecio Herrera
Autores de la adaptación

© Ministerio de Educación Nacional
ISBN libro: 978-958-691-419-2
ISBN obra: 978-958-691-411-6

Dirección de Calidad para la Educación Preescolar, Básica y Media
Subdirección de Referentes y Evaluación de la Calidad Educativa
Bogotá, Colombia, 2010
www.mineducacion.gov.co

Fundación Manuel Mejía
Andrés Casas Moreno
Aura Susana Leal Aponte
Catalina Barreto Garzón
Coordinación del proyecto

Solman Yamile Díaz
Coordinación pedagógica

Erika Mosquera Ortega
Paula Andrea Ospina Patiño
Coordinación editorial

Ángela Duarte Pacheco
Coordinadora del libro

Ángela Duarte Pacheco
Eusebia Vega García
Juan Gabriel Duarte Pacheco
Yoana Carolina Martínez
Autores

Marta Osorno Reyes
Edición

Víctor Leonel Gómez Rodríguez
Diseño de arte

Leidy Joanna Sánchez
Víctor Leonel Gómez Rodríguez
Fransue Escamilla Pedraza
Diseño y diagramación

Richard Rivera Ortiz
Ilustración
Shutterstock
Fotografía

Agradecimientos especiales a: Raquel Suárez Díaz, Wilson Giral, Guido Delgado Morejón, Geovana López y Eliana Catalina Cruz, quienes contribuyeron al desarrollo de esta publicación.

Presentación

El Ministerio de Educación Nacional, presenta a la comunidad educativa la nueva versión del modelo **Postprimaria Rural**, en su propósito de disminuir las brechas educativas del país en cuanto a permanencia y calidad en todos los niveles. Este material se presenta como una alternativa que busca dar respuesta, a las necesidades de formación y desarrollo educativo en poblaciones de las zonas rurales y urbano-marginales.

La propuesta pedagógica del modelo Postprimaria, se desarrolla a través de una ruta didáctica que permite a los estudiantes analizar e interpretar diversas situaciones problema, para aproximarse a su cotidianidad, construir saberes y convertir los contenidos en aprendizaje significativo para sus vidas.

Para el logro de este objetivo, se ha diseñado un conjunto de materiales de aprendizaje que abordan las áreas obligatorias y fundamentales, las cuales desarrollan contenidos actualizados que incorporan los referentes de calidad del MEN, especialmente los Estándares Básicos de Competencias. También el modelo brinda material educativo, que permite a los establecimientos educativos implementar proyectos de alimentación, tiempo libre, salud y nutrición. Adicionalmente, teniendo en cuenta la necesidad de las nuevas generaciones de las zonas rurales, se propone el trabajo con Proyectos Pedagógicos Productivos, el cual ofrece un doble beneficio: por un lado, se convierte en la oportunidad de desarrollar aprendizajes prácticos, con lo que se fomenta no solo el saber sino el saber hacer en el contexto del estudiante; y por otro, se promueve el espíritu empresarial, que permite a los jóvenes comprender distintas posibilidades productivas.

Postprimaria rural cuenta con un Manual de implementación en el que se presenta el enfoque pedagógico y alternativas didácticas que se pueden aplicar en cada área curricular. Éstas son una herramienta de apoyo para el docente porque le facilita, con ayuda de su creatividad e iniciativa personal, promover una educación pertinente para el estudiante de la zona rural y urbano marginal, e incrementar el interés por ampliar su escolaridad, hasta alcanzar la culminación del ciclo básico.

Este modelo es una oportunidad para impulsar la participación activa de los estudiantes como ciudadanos colombianos, toda vez que con ello se contribuye a ampliar sus posibilidades de vida digna, productiva y responsable, lo que repercutirá en la construcción de una sociedad colombiana más justa y con mayores posibilidades de desarrollo humano.

Ministerio de Educación Nacional

Así es esta cartilla

Querido estudiante:

Bienvenido a este nuevo curso de **Matemáticas** de la Postprimaria rural. Esperamos que esta experiencia sea enriquecedora tanto para ti, como para todos los integrantes de la comunidad.

Lee con atención el siguiente texto. Te ayudará a entender como están organizadas las cartillas que se utilizarán para el trabajo en las áreas fundamentales, en los proyectos transversales y en los proyectos pedagógicos productivos.

Esta cartilla te acompañará durante todo el curso y orientará tu proceso de enseñanza-aprendizaje. El conocimiento y uso adecuado de ella te permitirá obtener un mejor desempeño, que se verá reflejado en tu formación personal.

En cada una de las guías que componen los módulos, encontrarás unos íconos que indican el tipo de trabajo que vas a realizar:

Lo que sabemos

Las actividades acompañadas por este ícono te permiten indagar los conocimientos que has adquirido en años anteriores y en tu vida diaria. Esta sección te servirá como punto de partida para construir nuevas formas de conocer el mundo.

Aprendamos algo nuevo

En esta sección encontrarás información y actividades con las cuáles podrás construir nuevos y retadores aprendizajes. Es importante que hagas tu mejor esfuerzo en su realización, y compartas con tu docente y compañeros las dudas que se te presenten. Recuerda que los nuevos aprendizajes y el uso que hagas de ellos, te permitirán mejorar tus competencias como estudiante y como ciudadano responsable, y comprometido en la comunidad en la que vives.

Ejercitemos lo aprendido

Este ícono identifica las actividades que te permitirán poner en práctica tus aprendizajes y ganar confianza en el uso de los procedimientos propios de cada área.

Apliquemos lo aprendido

Encontrarás identificadas con este ícono las actividades de aplicación a través de las cuales podrás ver cómo lo que has aprendido, te sirve para solucionar situaciones relacionadas con tu vida cotidiana, con el área que estás trabajando y con otros campos del saber.

Evaluemos

En esta sección se te presentarán tres preguntas fundamentales:

- ¿Qué aprendí? Dónde explicarás la forma como vas desarrollando tus competencias.
- ¿Cómo me ven los demás? Esta pregunta la responderás con la ayuda de tus compañeros.
- ¿Cómo me ve mi maestro? Aquí tu maestro te apoyará para establecer tus niveles de desempeño.

El análisis de estas respuestas te ayudará a identificar acciones para superar dificultades y determinar diferentes maneras para mejorar tus competencias y las de tus compañeros.

Trabajo en grupo

Cuando las actividades estén acompañadas de este ícono, debes reunirte con uno o más de tus compañeros. Recuerda respetar sus opiniones, sus ritmos de trabajo y colaborar para que la realización de estas actividades favorezca el desarrollo de competencias en todos los integrantes del grupo.

Te invitamos a hacer un buen uso de esta cartilla y a cuidarla de manera especial, para que pueda ser usada por otros estudiantes en años posteriores.

Contenido

Módulo 1

Estableciendo relaciones y operaciones con los números decimales

¿Qué vas a aprender?

¿Te has puesto a pensar cuál es la diferencia entre el número que utilizas para expresar tu estatura y el número que utilizas para contar cuántos compañeros de clase tienes?

Esta diferencia está marcada, matemáticamente, por los números decimales involucrados en la primera situación. Con frecuencia encontramos información que usa los números decimales; por ejemplo, el tiempo empleado por un atleta para recorrer determinada distancia.

Según lo anterior, es muy importante aprender a reconocer relaciones de organización en forma ascendente o descendente entre los datos involucrados expresados como números decimales. A su vez, puede llegar a ser de gran utilidad comprender cómo realizar las operaciones adición, sustracción, multiplicación y división con estos números especiales. Todo esto, permite contribuir a la comprensión de algunas ideas matemáticas tales como la exactitud, la aproximación y la continuidad que se entienden al abordar algunos sistemas numéricos, como el que veremos en el presente módulo.

Estándares básicos de competencias

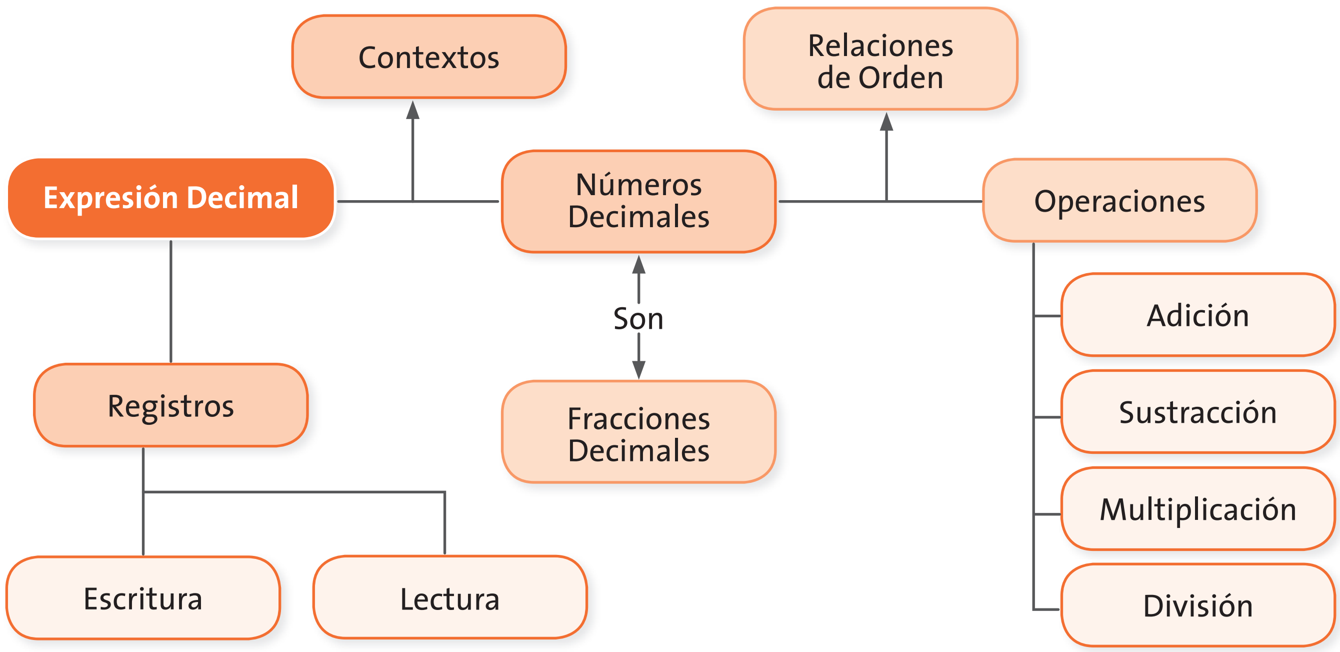
Pensamiento numérico y sistemas numéricos

- Utilizo números racionales, en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida.
- Formulo y resuelvo problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos.

La realización de las actividades propuestas en las guías que conforman este módulo te permitirá alcanzar competencias en matemáticas que privilegian el desarrollo del pensamiento numérico y aleatorio, mediante situaciones que conducen a la comprensión de la utilización de los números decimales y de los procedimientos para operar con ellos. Igualmente, favorecerá el desarrollo de algunos procesos generales de la actividad matemática como son razonamiento, resolución de problemas y ejercitación de procedimientos, que en conjunto evalúan la capacidad para operar y utilizar expresiones decimales en diferentes contextos. La siguiente tabla muestra el concepto que aprenderás.

Guía	Concepto	Procesos
Guía 1. Expresiones decimales	**Números decimales**	Se favorecen diferentes procesos: • El de **razonamiento** cuando se comparan, ordenan y seleccionan números decimales. Se ejercita este proceso general de la actividad matemática al permitir hacer conjeturas sobre situaciones cotidianas, con argumentos y razones. • El de **ejercitación de procedimientos**, al analizar y operar con números decimales, afianzando la ejecución segura y rápida de algoritmos, considerando los mecanismos cognitivos involucrados en estos. • El de **resolución de problemas** al plantear estrategias que permitan solucionar situaciones que involucran números decimales, permitiendo así lograr una actitud perseverante e inquisitiva que lleve al estudiante a encontrar soluciones lógicas y coherentes según lo aprendido.
Guía 2. Sumar y restar con números decimales	**Adición y sustracción con decimales**	
Guía 3. Multiplicar y dividir con números decimales	**Multiplicación y división con decimales**	

El siguiente esquema te muestra la manera en que se pueden relacionar los conceptos.



¿Para qué te sirve lo que vas a aprender?

Los números decimales son sin duda una excelente herramienta para brindar información que con otro tipo de números no podríamos o sería muy inexacta. Por ejemplo, se utilizan actualmente en muchos campos como la agricultura para determinar el peso y costo de los alimentos; en los deportes, para establecer los tiempos de finalización de muchas competencias; incluso cuando queremos determinar nuestra estatura o la de otras personas recurrimos a medidas con números decimales.

Igualmente, nos permiten enriquecer nuestro saber matemático al operarlos de diferentes maneras y obtener así un resultado útil, por ejemplo, cuando se desea saber el peso total de sustancias sólidas, al hacer un experimento de ciencias naturales o cuánto debes pagar para liquidar una deuda a una tasa de interés dada por el banco.

¿Cómo y qué se te va a evaluar?

Este módulo contempla diferentes momentos en los que tú, tus compañeros y tu maestro podrán emplear para evaluar tus progresos cuando establezcas relaciones entre diversas representaciones de números racionales relacionadas particularmente con los números decimales y las operaciones que puedan realizarse con este tipo de números.

Cada una de las tres guías que componen este módulo, contemplan actividades de diverso tipo de complejidad que te permitirán emprender un nuevo camino en el saber matemático que paso a paso te va dejando nuevos conocimientos útiles para tu quehacer diario.

Al terminar de estudiar las tres guías, se proponen espacios para que midas qué tanto aprendiste durante el desarrollo del módulo, se propicia la autoevaluación y la creación de una visión compartida con tus compañeros de clase para socializar los conocimientos adquiridos.

Al final del módulo encontrarás dos secciones: *Aplico lo aprendido* y *Evaluación* en las que se proponen problemas y actividades que retarán tu capacidad y la de tus compañeros para dar respuesta a este tipo de situaciones.

Explora tus conocimientos

Nuestro país tiene el número más grande de especies animales por unidad de área en el planeta. Cuenta con más de 1.800 especies de aves. La fauna es muy variada, especialmente en las selvas amazónicas donde hay gran cantidad de especies únicas en el mundo.

A. ¿Qué animales se encuentran exclusivamente en tu región?

B. Escribe al menos diez especies de aves de nuestro país.

C. Investiga qué especies en peligro de extinción hay en la región donde vives.

El oso perezoso tarda aproximadamente 0,5 minutos en mover una extremidad y recorre 0,25 metros en un minuto. Es bastante miope, oye poco y su olfato apenas le sirve para diferenciar las plantas de las que se alimenta.

A. ¿Qué distancia alcanza a recorrer el oso perezoso durante cinco minutos?

B. Encuentra la medida promedio del cuerpo de un oso perezoso y expresa esta medida en metros.

C. Encuentra la medida de su cola y expresa esta medida en centímetros.

D. Averigua el peso aproximado de un oso perezoso.

Guía 1

Expresiones decimales

Estándares
Pensamiento numérico

- Utilizo números racionales, en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida.
- Formulo y resuelvo problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos.

Lo que sabemos

Cotidianamente nos encontramos con expresiones decimales que nos muestran una parte completa y unos pedazos. Estas expresiones nos muestran la necesidad de la exactitud y es por eso que se usan en situaciones de medición como el tamaño de un objeto, una distancia, el tiempo de duración de una actividad, la capacidad de un recipiente, entre otros. La guía que trabajarás a continuación, te permitirá trabajar con expresiones decimales en situaciones problema.

Trabajo en grupo

Organícense en parejas y realicen las siguientes actividades. Lean la información y respondan las preguntas:

El descanso es importante para mantener la buena salud. Una de las actividades que se considera descanso es dormir. Resulta sorprendente conocer la cantidad de tiempo que necesitan dormir algunos animales durante un día.

Parte del día que necesitan algunos animales para dormir

Animal	Parte del día (24 horas) que dedican a dormir
Oso perezoso	0,8
Oveja	0,125
Gorila	0,5
Gato	0,625
Armadillo	0,75

- ¿Cuánto tiempo, en horas y minutos, duerme el oso perezoso en un día?
- ¿Cuánto tiempo, en horas y minutos, usa la oveja para dormir?
- ¿Cuánto el gorila?¿Y el gato?
- ¿Cuánto duerme el armadillo diariamente?

Expliquen la estrategia seguida para determinar los anteriores valores.

- ¿Por qué todos los decimales que representan la parte del día dedicado a dormir comienzan con cero?
- Ordenen de menor a mayor, los decimales que expresan la parte del día que duermen los animales.
- Según los datos suministrados, ¿podemos afirmar que los animales más pequeños necesitan menos tiempo de descanso? Justifiquen su respuesta.
- ¿Qué animal requiere más tiempo para dormir? Justifiquen su respuesta.
- ¿Qué animal duerme menos durante el día? ¿Cuántas horas duerme?

Aprendamos algo nuevo

Cuando leemos y escribimos números naturales tenemos en cuenta la posición de cada una de las cifras, así:

...	Centenas de mil	Decenas de mil	Unidades de mil	centenas	decenas	unidades
		3	5	8	4	6

Se lee: ***treinta y cinco mil ochocientos cuarenta y seis.***

En todas las expresiones decimales se reconoce una parte entera y una parte decimal. Así como sucede con los números naturales, cada una de las cifras de la parte decimal posee un nombre.

Por ejemplo, el número 0,83 se lee *"ochenta y tres centésimas" y tiene una parte entera y una decimal.*

decenas	unidades	décimas	centésimas	milésimas	diezmilésima	cienmilésima	...
	0,	8	3				

Parte entera   Coma decimal   Parte decimal

Ordenar de mayor a menor las expresiones decimales presentadas en la tabla anterior, "Parte del día que necesitan algunos animales para dormir", te permitirá saber cuáles animales necesitan más tiempo para descansar.

Ubiquemos las expresiones decimales que conforman esos números de acuerdo al lugar que ocupan sus cifras.

Posición que ocupan algunas cifras decimales

Unidades	décimas	centésimas	milésimas
0,	8		
0,	1	2	5
0,	5		
0,	6	2	5
0,	7	5	

Observemos las cifras de izquierda a derecha:

- ¿Cuál es la cifra que corresponde a la unidad de cada número?

Debido a que es la misma cifra, se observa la cifra de las décimas y se identifica la que sea mayor. A partir de esta,se organizan los demás datos. Si tuviéramos cifras iguales para decidir cuál es la mayor, revisaríamos la cifra de las centésimas, y así sucesivamente.

El orden de mayor a menor de las expresiones decimales es:

$$0{,}8 > 0{,}75 > 0{,}625 > 0{,}125$$

Ejercitemos lo aprendido

1. La siguiente tabla representa la información nutricional de un paquete de pasabocas.

   Datos nutricionales de paquete de rosquitas

Datos nutricionales valores por paquete	
Grasa total (g)	1,67
Colesterol (g)	0,002
Sodio (g)	0,044
Carbohidrato (g)	13,16
Fibra dietaría (g)	0,87
Proteína (g)	1,56
Vitamina A	3,30
Vitamina C	5,27

- ¿Cuál es el componente de mayor valor nutricional en este paquete de pasabocas?
- Ordena de menor a mayor los datos numéricos que aparecen en el paquete de pasabocas.
- ¿Cómo se leen y escriben las expresiones decimales?

2. Asocia, con una flecha, la forma de leer el número con la expresión decimal correspondiente.

Uno coma sesenta y tres centésimas	5,008
Catorce diezmilésimas	0,001
Cinco coma y ocho decimas	0,01
Una milésima	1,00063
Uno coma y sesenta y tres milésimas	1,063
Dieciséis centésimas	1,63
Una centésima	0,0014
Uno coma y sesenta y tres cienmilésimas	5,8
Catorce cien milésimas	0,00014
Cinco coma y ocho milésimas	0,16

3. Cinco jugadores de baloncesto se organizaron en una fila por orden de estatura, de mayor a menor. Con la siguiente información, organiza en una tabla los nombres de los jugadores y su correspondiente estatura.

» La diferencia entre las estaturas de Andrés y Miguel coincide con la diferencia de estaturas de Luis y Miguel.

» Miguel mide 1,74 m y está al lado de Andrés.

» La diferencia de estatura entre el primero y el último es de 0,3 m.

» Luis se encuentra al lado de Miguel y su diferencia es de 0,12 m.

» El jugador más alto supera los 1,85 m.

Guía 2

Sumar y restar con números decimales

Estándares

Pensamiento numérico

- Utilizo números racionales, en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida.
- Formulo y resuelvo problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos

Lo que sabemos

Abordar procedimientos aritméticos en situaciones aditivas con diferentes dominios numéricos entre los que están los números decimales es nuestra intención en este momento.

En esta guía trabajaremos los números decimales y sus operaciones adición y sustracción; aprenderás a trabajar con ellas para resolver situaciones cotidianas.

Trabajo en grupo

Reúnete con un compañero para realizar las siguientes actividades:

Don Jorge llevó a su negocio cuatro paquetes de papa para vender. El primer paquete pesa 25,82 Kg; el segundo pesa 12,5 Kg más que el primero. El tercer paquete pesa el triple del peso del segundo paquete y el cuarto paquete pesa 30 Kg menos que el tercero.

- ¿Cuál es el peso de cada paquete?
- ¿Cuál es el paquete más liviano y cuál es el paquete más pesado?
- Sin realizar ningún cálculo en el cuaderno, realiza tus propias **conjeturas** sobre lo siguiente: ¿Cuántos kilogramos de papa lleva don Jorge a su negocio? Justifica tu respuesta y socializa con tus compañeros.

Aprendamos algo nuevo

Todas las expresiones decimales no se pueden considerar números decimales puesto que los números decimales se definen como aquellos que se pueden expresar con una fracción cuyo denominador sea una potencia de diez.

Por ejemplo:

- 0,3 es un número decimal porque se puede expresar con la fracción $\frac{3}{10}$.
- 1,222 es un número decimal porque se puede expresar con la fracción $\frac{1222}{1000}$.
- Existen otras expresiones que se pueden expresar como una fracción pero no son números decimales:0,81818181… es una expresión decimal que se puede expresar como una fracción $\frac{9}{11}$ ya que nunca llegaremos a encontrar una fracción equivalente que tenga como denominador una potencia de diez.
- Existen otras expresiones que nunca las podremos expresar como una fracción, por ejemplo:1,41421356237309… Este número es una expresión decimal de la raíz cuadrada de 2.

Para encontrar la fracción que contenga en el denominador una potencia de diez, a partir de una cantidad decimal, implica desarrollar el siguiente procedimiento: escribe la cantidad decimal en el numerador sin coma y en el denominador se coloca la potencia de diez que contenga tantas cifras como el número decimal después de la coma.

Por ejemplo:

4,56

El numerador sería 456 y el denominador el número 100 ya que este decimal tiene dos cifras después de la coma.

0,00005 el numerador sería 5 y el denominador el número 100.000 ya que este decimal tiene cinco cifras después de la coma.

Para encontrar el número decimal correspondiente de una fracción decimal se realiza la división correspondiente.

Por ejemplo:

$$\frac{37}{100} \qquad \begin{array}{r|l} 370 & 100 \\ \cline{2-2} 700 & 0{,}37 \\ 0 & \end{array}$$

Con los números decimales podemos realizar adiciones y sustracciones.

Para determinar el peso total de papa que lleva don Jorge debemos obtener el peso de cada paquete.

- ¿Cuánto más es el peso del segundo paquete con respecto al primero?

Para obtener el peso del segundo paquete de papa debemos sumar 12,5 kg y 25,82 kg. El procedimiento es el siguiente:

1. Se escribe cada cifra en la posición decimal correspondiente. Se verifica que las comas estén alineadas.

2. Se inicia desde la parte derecha; las posiciones en las que no hay cifras se escriben ceros hasta igualar la cantidad de cifras decimales para los sumandos.

3. Se realiza el procedimiento de sumar como se hace con los números naturales.

Adición de números decimales

	Decenas	Unidades	décimas	centésimas
		1		
+	2	5,	8	2
	1	2,	5	0
	3	8,	3	2

Entonces, el peso del segundo paquete es 38,32 kg.

- ¿Cuál es el peso del tercer paquete?

Para obtener este peso debemos triplicar el peso del segundo paquete. Una forma de hacerlo es:

Procedimiento para triplicar un número decimal

	Centenas	Decenas	Unidades	décimas	centésimas
	1	2			
+		3	8,	3	2
		3	8,	3	2
		3	8,	3	2
	1	1	4,	9	6

El peso del tercer paquete es 114,96 kg.

- Finalmente, ¿cuál es el peso del cuarto paquete?

Para obtener el peso de este paquete debemos restarle 30 kg al peso del tercer paquete.

El procedimiento para realizar restas, es el siguiente:

1. Se escribe cada cifra en la posición correspondiente de cada número decimal. Se verifica que las comas estén alineadas.
2. Se inicia, desde la parte derecha y las posiciones donde no hay cifras se escriben ceros hasta igualar la cantidad de cifras decimales en el minuendo y en el sustraendo.
3. Se realiza el procedimiento de restar como se hace con los números naturales.

Resta de números decimales

	Centenas	Decenas	Unidades	décimas	centésimas
	0	11			
	1	1	4,	9	6
−		3	0,	0	0
		8	4,	9	6

El peso del cuarto paquete es 84,96 kg.

Ejercitemos lo aprendido

1. Escribe el número decimal correspondiente a la fracción decimal dada:

a. $\frac{789}{10}$ b. $\frac{12}{10.000}$

c. $\frac{45}{1.000}$ d. $\frac{3}{1.000.000}$

2. Escribe la fracción decimal correspondiente a cada número decimal:

a. 2,456 b. 5,0001

c. 34,5678 d. 0,0000001

3. De las siguientes expresiones selecciona las que corresponden a un número decimal:

a. 0,333333… b. 0,25

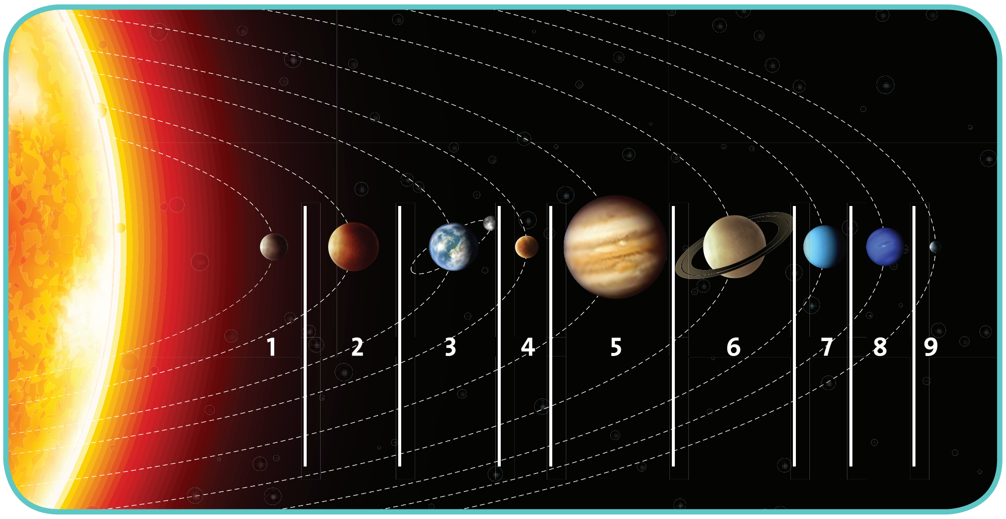
c. 34,4578912…. d. 0.1212121212…

e. 0,45 f. 0,78914

4. La siguiente tabla muestra datos del cambio del peso de un objeto con respecto al que obtendría ese objeto en la Tierra. Estos cambios se deben a la fuerza de gravedad que existe en dichos planetas.

Peso relativo de planetas

Cuerpo celeste	Peso relativo
Venus	0,907
Tierra	1
Marte	0,377
Júpiter	2,364
Saturno	0,921
Urano	0,889
Neptuno	1,125



1. Mercurio
2. Venus
3. Tierra
4. Marte
5. Júpiter
6. Saturno
7. Urano
8. Neptuno
9. Plutón

Sin realizar aún ningún cálculo en el cuaderno, realiza tus propias conjeturas sobre lo siguiente:

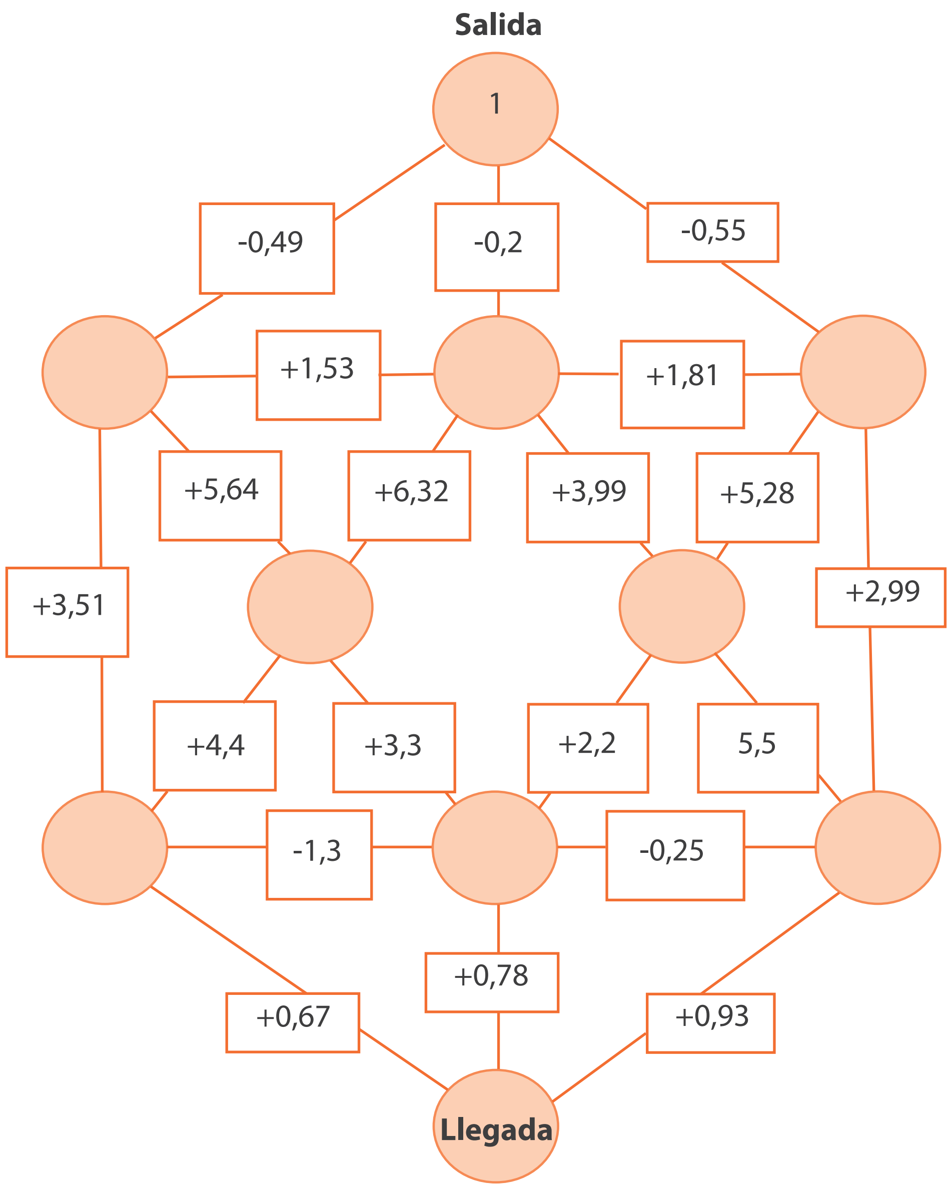
- Si se tiene un objeto en la Tierra que pesa 56 kg, ¿en cuál planeta este objeto pesaría más?
- Si se tiene un objeto en la Tierra que pesa 3 kg, ¿en cuál planeta este objeto pesaría menos?

Debate con tus compañeros tus respuestas a las preguntas anteriores, sustentando tu punto de vista. Una vez socializadas, realiza el ejercicio en tu cuaderno para encontrar la respuesta correcta.

- Determina las diferencias de pesos entre los siguientes planetas:
  » Venus y Marte
  » Urano y Júpiter
  » Neptuno y Tierra
  » Saturno y Marte

5. Encuentra el valor de un número en cada uno de los siguientes enunciados para que este sea verdadero.
   » Un número aumentado en 1,25 es igual a 12,5.
   » Un número disminuido en 4,5 es igual a 19,54.
   » El doble de un número es igual a 34,102.
   » Un número aumentado en 2,475 es igual al doble de 15,4.
   » Un número disminuido en 32,5 es igual a 41,02.
   » La cuarta parte de un número es 0,75.

6. Completa las casillas escribiendo los números correspondientes. Comienza con el 1 y termina en la LLEGADA realizando los procedimientos que se indican en cada recuadro.



a. Colorea el camino desde la SALIDA hasta la LLEGADA que te permita encontrar el mayor resultado después de realizar las operaciones indicadas.

b. Encuentra el camino que permite obtener el número más pequeño.

c. Copia en tu cuaderno nuevamente el tablero y escribe el resultado en cada círculo luego de realizar las operaciones indicadas. Comienza con el número 2,5 a cambio del número 1.

Guía 3

Multiplicar y dividir con números decimales

Estándares:

Pensamiento numérico

- Utilizo números racionales, en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida.
- Formulo y resuelvo problemas en situaciones aditivas y Multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos.

Lo que sabemos

En esta guía se abordarán los procedimientos de multiplicación y división con números decimales.

Trabajo en grupo

Reúnete con un compañero.

Don Roberto vende en su tienda frutas frescas.

- El día de hoy vende cada kilogramo de peras en $2.400. Una pera pesa aproximadamente 0,125 kg.
- Cada kilogramo de papaya cuesta $4.000. Una papaya pesa aproximadamente 0,25 kg.

Discute con tu compañero: ¿Qué procedimientos nos permiten resolver cada una de las siguientes preguntas?

- ¿Cuántas peras completan aproximadamente un kilogramo?
- ¿Cuál es el costo de una pera?
- ¿Cuál es el costo de cuatro peras?
- ¿Cuántos kilogramos pesan aproximadamente una decena de peras?

Para responder las anteriores preguntas es necesario organizar la información de tal manera que podamos establecer las relaciones adecuadas entre sus datos, y así llegar a la solución.

Por ejemplo, para responder la última pregunta se puede realizar una suma cuyo sumando es 0,125 y repetirlo diez veces o hacer la multiplicación.

Veamos cómo sería la multiplicación 0,125 kilogramos × 10.

Aprendamos algo nuevo

Para multiplicar un número decimal por 10, 100, 1.000, 10.000... desplazamos la coma decimal tantas cifras a la derecha como ceros tenga dicho número.

Peso de una pera por una decena.

De esta manera, la multiplicación 0,125 kilogramos × 10 queda resuelta así:

0,125 kilogramos × 10 = 1,25 kilogramos

Para multiplicar dos números decimales, se desarrolla como los números naturales y en el resultado se ubica la coma después de correrla tantas cifras decimales como tengan los dos números que multiplicamos.

Por ejemplo: 0,25 × 12

$$\begin{array}{ccccc} & & 0 & 2 & 5 \\ \times & & & 1 & 2 \\ \hline & & 0 & 5 & 0 \\ + & 0 & 2 & 5 & \\ \hline & 0 & 3 & 0 & 0 \end{array}$$

La respuesta es 300. Se ubica la coma dos lugares a la izquierda ya que uno de los factores tiene dos decimales. Por eso, nos quedaría 3,00 que es lo mismo que 3.

Otro ejemplo: $23{,}689 \times 0{,}0001$

$$\begin{array}{r}
2\ \ 3\ \ 6\ \ 8\ \ 9 \\
\times\ \ 1 \\
\hline
2\ \ 3\ \ 6\ \ 8\ \ 9
\end{array}$$

Los números que multiplicaremos son: 23689 con 1 y su producto da 23689.

Para ubicar la coma, se tiene en cuenta que en el primer factor hay 3 cifras decimales y en el segundo factor hay 4, entonces se corre la coma 7 cifras a partir del 9.

Obtenemos:

$$0{,}0023689$$

Lo que quiere decir

$$23{,}689 \times 0{,}0001 = 0{,}0023689$$

Doña María necesita comprar dos docenas de peras y sólo tiene 10.000 pesos. Realiza tus propias conjeturas sobre lo siguiente y luego socializa tus respuestas con un compañero.

- ¿Le alcanza el dinero?
- ¿Cuánto le falta o le sobra?

Para resolver esta situación es necesario considerar las preguntas de la tabla.

- Complétala.

Preguntas	Respuestas
¿Cuál es el peso de una pera?	
¿Cuál es el costo de un kilogramo de peras?	
¿Cuántas peras pesan aproximadamente un kilogramo?	
¿Cuál es el precio de una pera?	
¿Cuál es el costo de dos docenas de peras?	
¿Le alcanza el dinero a doña María para comprar las peras?	
¿Cuánto dinero le sobra?	

La división entre números decimales consiste en convertir los números decimales a números naturales. Para ello, se multiplican por una potencia de 10 que nos sirva para convertir uno o los dos números decimales a dividir a números naturales.

Ejemplo 1:

$$2 \div 0{,}125$$

Observamos que el dividendo 2 es un número natural y el divisor 0,125 un decimal con tres cifras decimales, entonces debemos multiplicarlo por 1.000.

$$0{,}125 \times 1.000 = 125$$

Como multiplicamos por mil al divisor debemos hacer lo mismo con el dividendo, es decir, multiplicarlo por 1.000.

Se obtiene

$$2 \times 1.000 = 2.000$$

Ahora resolvemos la división como lo veníamos haciendo tradicionalmente.

$$\begin{array}{r|l} 2.000 & 125 \\ \cline{2-2} 750 & 16 \\ 000 & \end{array}$$

Resolver la división 2.000 ÷ 125 es lo mismo que resolver la división

$$2 \div 0{,}125.$$

Entonces: **2 ÷ 0,125 = 16**

Ejemplo 2:

$$0{,}63 \div 0{,}126$$

Observamos que el dividendo 0,63 es un número decimal con dos cifras decimales y el divisor 0,126 un decimal con tres cifras decimales, entonces debemos multiplicar por 1.000 tanto al dividendo como el divisor. Entonces se tiene:

$$0{,}63 \times 1.000 = 630$$
$$0{,}126 \times 1.000 = 126$$

Se obtiene la división

$$630 \div 126 = 5$$

Resolver la división 630 ÷ 126 es lo mismo que resolver la división

$$0{,}63 \div 0{,}126.$$

Entonces: **0,63 ÷ 0,126 = 5**

Ejercitemos lo aprendido

1. Realiza cada una de las siguientes operaciones.

» 18,45 x 24
» 47,824 x 56,5
» 46,8 ÷ 12
» 245 ÷ 0,2
» 2,9325 ÷ 3,45
» 7,46 x 100
» 3,1416 x 100.000
» 98,0025 x 10.000
» 465 ÷ 10
» 592,3 ÷ 100
» 27,436 ÷ 100.000
» 64,2 x 0.5
» 10 ÷ 0,2
» 0,005 x 5
» 3,4 ÷ 2

2. ¿Qué número multiplicado con 0,125 da 0,03125?

3. ¿Qué número es el dividendo que al dividir por 0,5 da como cociente 2,5?

Apliquemos lo aprendido

1. El precio del dólar varia frecuentemente. Encuentra el precio del dólar el día de hoy y responde las siguientes preguntas:

   » ¿A cuántos pesos equivalen 25 dólares?

   » ¿A cuántos pesos equivalen 100 dólares?

   » ¿A cuántos dólares equivalen 500.000 pesos?

   » Se estima que el precio del dólar mañana se incrementará en 13,18 pesos, ¿cuál será entonces el precio en pesos?

2. La luz recorre aproximadamente 300.000 kilómetros en un segundo.

   » Si la distancia entre mi casa y el parque es un kilómetro y medio. ¿Cuánto se demora la luz en recorrer esa distancia?

   » Calcula el tiempo en que tardaría en recorrer la luz una distancia de diez kilómetros.

3. Los submúltiplos del metro son el decímetro, el centímetro y el milímetro.

   » ¿Cuántos milímetros hay en 1,26 m?

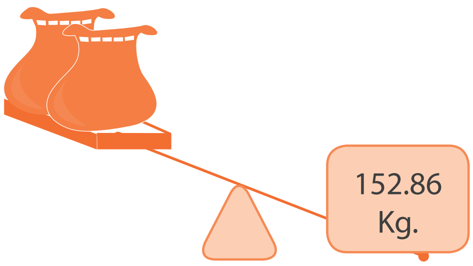
   » ¿Cuántos centímetros hay en 18,4 dm?

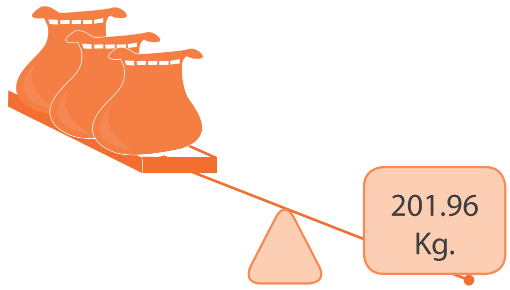
   » ¿Cuántos milímetros hay en 1.362,8 dm?

   » ¿Cuántos decímetros hay en 2,5 m?

   » ¿Cuántos metros representan 250 cm?

4. Encuentra el peso que debe tener cada bulto en las balanzas, para que estas se mantengan en equilibrio.





» Realiza el pesaje de varios objetos en una balanza o una gramera y anota la medida, organízalos de menor a mayor peso.

5. Encuentra la medida de cada una de las siguientes medidas corporales de tres personas diferentes y encuentra la diferencia entre estas. Exprésala con números decimales.

» Hombros: ______________cm

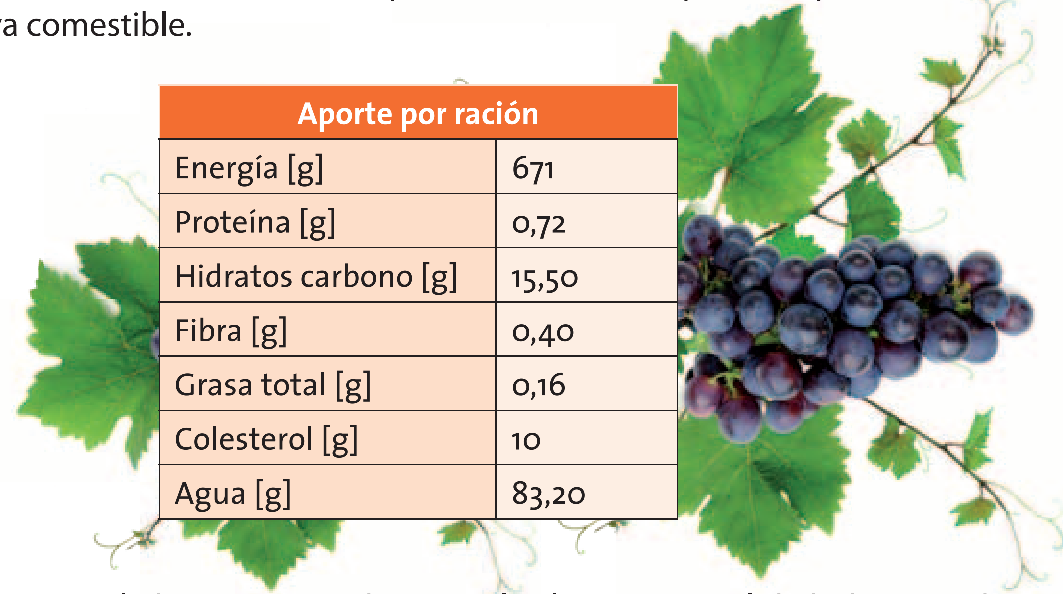
» Bíceps contraído: _____________cm

» Antebrazo: ________________cm

Evaluemos

¿Cómo me ve mi maestro?

Selecciona la respuesta correcta en cada pregunta teniendo en cuenta lo planteado en la siguiente tabla. Ella muestra el componente nutricional por cada porción de 100 gramos de uva comestible.



Aporte por ración	
Energía [g]	671
Proteína [g]	0,72
Hidratos carbono [g]	15,50
Fibra [g]	0,40
Grasa total [g]	0,16
Colesterol [g]	10
Agua [g]	83,20

1. El valor nutricional de agua cuando una persona consume 1.000 gramos de uva es:

   a. 83,20 g
   b. 832,0 g
   c. 8.320,0 g
   d. 8,320 g

2. El valor nutricional de proteína cuando una persona consume 400 gramos de uva es:

   a. 1,88 g
   b. 0,72 g
   c. 4,72 g
   d. 2,88 g

3. El valor nutricional de hidratos carbono cuando una persona consume 50 gramos de uva es:

   a. 15,50 g
   b. 7,75 g
   c. 31 g
   d. 7,25 g

4. El valor nutricional de grasa total y colesterol cuando una persona consume 200 gramos de uva es:

   a. 0,52 g
   b. 0,32 g
   c. 20,32 g
   d. 32,2 g

5. El aporte nutricional de energía y fibra de 300 gramos de uva es:

a. 2014,2 c. 2012,1

b. 2013,12 d. 2004,2

Ahora responde lo siguiente:

- ¿Las herramientas dadas en el módulo que acabas de estudiar te brindan las herramientas necesarias para contestar las preguntas anteriores?
- ¿Consideras que lo visto en las guías te puede ayudar a resolver problemas de tu vida cotidiana?
- ¿Hoy sabes más de lo que sabias hace un mes?

Justifica tus respuestas y socializa con el resto de la clase.

¿Cómo me ven los demás?

Formemos grupos de tres personas. Para la siguiente actividad necesitaremos una revista de algún almacén, preferiblemente de cadena como Carrefour, Éxito o cualquier otra revista en donde encontremos diferentes artículos. Vamos a darle un precio a cada uno de los artículos de la revista, con la única condición que dichos precios estén todos expresados como números decimales.

A continuación, uno de los tres va a jugar como cajero y los otros dos como clientes. Cada uno hará un pedido en particular, con tantos productos de la revista como se deseen (se pueden repetir productos o pedir varias veces el mismo). Al final, el cliente deberá pagar, en billetes de juguete dibujados previamente, el valor total del pedido, asegurándose que el cajero tenga que dar cambio pero teniendo en mente la suma de lo que se escogió. De esta manera pueden realizar tantas compras como la energía se los permita.

Al final del ejercicio, reúnanse para debatir qué tan fácil fue comprar en el supermercado del compañero y evalúen qué tan rápido realizaron los cálculos los tres integrantes del grupo, identificando posibles inconvenientes con el aprendizaje de los números decimales y llamándole la atención a reforzar sus estudios a los compañeros que los hayan demostrado durante el ejercicio.

¿Qué aprendí?

Completa la siguiente tabla, marcando con una X cada uno de los aspectos desarrollados durante el módulo, teniendo en cuenta todo lo que aprendiste. Recuerda justificar tu respuesta.

	Sí	A veces	No	Justificación
Leo y escribo números decimales.				
Reconozco los valores de las cifras de los números decimales.				
Comprendo la relación del número decimal con la fracción decimal.				
Comparo y ordeno números decimales.				
Realizo adiciones con números decimales para resolver diversos problemas.				
Realizo sustracciones con números decimales para resolver diversos problemas.				
Realizo multiplicaciones y divisiones con números decimales para resolver diferentes problemas.				
Realizo mis tareas responsablemente tanto en los trabajos individuales como en los grupales.				
Me relaciono adecuadamente con mis compañeros y mi maestro.				
Aporto en las actividades que son trabajo en grupo.				
Acepto mis errores o dificultades y trato de superarlos.				
Participo activamente en clase, expresando mis opiniones de manera clara y respetuosa.				
Respeto las opiniones de mis compañeros de curso.				
Me intereso por aprender entendiendo el uso y el significado de lo que aprendo.				

Determina estrategias para mejorar cada día tu trabajo. Establece un plan de seguimiento con tu maestro.

Módulo 2

Los números enteros

¿Qué vas a aprender?

Hay situaciones de la cotidianidad que podemos modelar con los números enteros. Por ejemplo: para indicar la variación de precios en los alimentos y en la moneda extranjera; para indicar los ingresos y los egresos de una empresa o de los miembros de una familia; al indicar temperaturas inferiores o superiores a cero, para señalar los goles a favor o en contra de cierto equipo de fútbol, cuando se indican desplazamientos hacia la izquierda o hacia la derecha, al referirse a los pisos superiores o inferiores de un edificio de un centro comercial, esas son algunas de las situaciones en las que utilizamos los números enteros.

En este módulo conocerás un sistema numérico denominado los números enteros. Comenzarás por reconocer los números relativos, con los cuales es posible describir situaciones de la cotidianidad, y al mismo tiempo situaciones que corresponden específicamente al campo de las Matemáticas, desarrollando así los estándares básicos de competencia, relacionados con los diferentes pensamientos. Así mismo, se aborda la idea de distancia y de relaciones de orden.

Estándares básicos de competencias

Pensamiento numérico

- Resuelvo y formulo problemas en contextos de medidas relativas y de variaciones en las medidas.
- Justifico procedimientos aritméticos utilizando las relaciones y propiedades de las operaciones.

Pensamiento variacional

- Describo y represento situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales generalizadas y tablas).
- Utilizo métodos informales (ensayo y error, complementación) en la solución de ecuaciones.

Pensamiento espacial

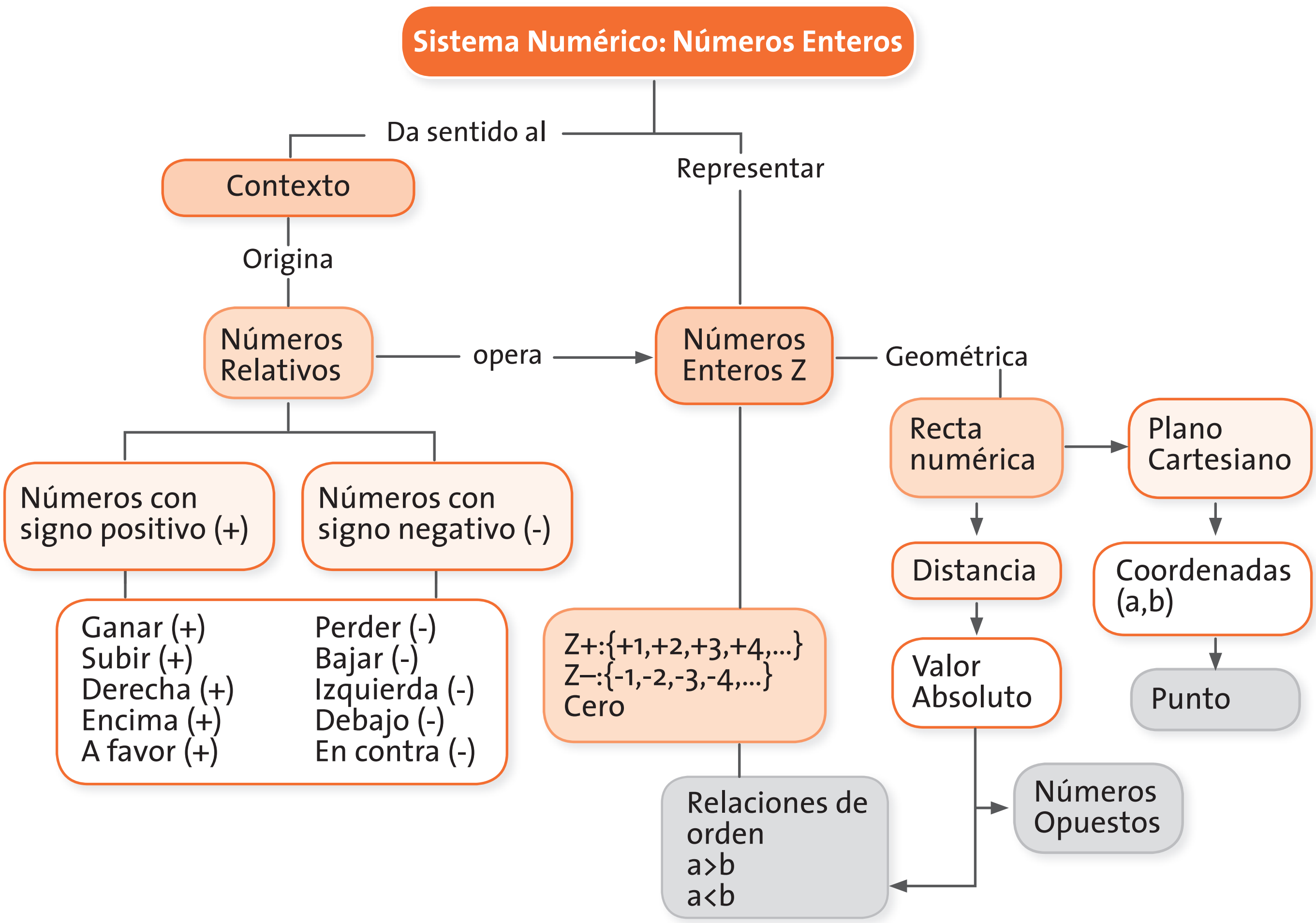
- Identifico características de localización de objetos en sistemas de representación cartesiana y geográfica.

Para alcanzar esos estándares, se proponen situaciones y actividades que privilegian el desarrollo de estos pensamientos,así como el desarrollo de procesos de la actividad matemática tales como la comunicación, el razonamiento, la modelación y la resolución de problemas.

En la siguiente tabla, se presentan los conceptos que se trabajaran en el módulo.

Guías	Conceptos	Procesos
Guía 4. Números con signos positivos y negativos	**Números relativos**	Se favorecerá el manejo de los procesos: • **Comunicación**, al utilizar adecuadamente los números enteros con su correspondiente signo, para representar situaciones de la vida cotidiana. • **Modelación**, al manejar correctamente las propiedades de los números enteros, logrando establecer relaciones entre números relativos y las situaciones que estos representan. • **Formulación y resolución de problemas** al utilizar diferentes procedimientos de cálculo aplicando adecuadamente las propiedades de los números enteros, para dar solución a los problemas propuestos, relacionados con situaciones científicas y de la vida cotidiana.
Guía 5. Desplazamientos	**Números enteros**	
Guía 6 Distancias	**Números enteros:** **Valor absoluto** **Representación en la recta numérica**	
Guía 7. Ordenando los números	**Orden de los números enteros** **Representación en el plano cartesiano**	

El siguiente esquema te permite relacionar los temas que se van a desarrollar en el módulo.



¿Para qué te sirve lo que vas a aprender?

En nuestro día a día, nos encontramos con situaciones en las que es necesario el manejo de números con valores positivos y negativos; por ejemplo, cuando observamos la variación del cambio climático, el movimiento de las acciones de una empresa o de la bolsa o simplemente en situaciones en las requerimos fijar un punto relativo. Es así como el manejo de los números enteros se convierte en indispensable para el buen desarrollo de nuestra vida en la sociedad.

Los números enteros nacen de la necesidad que tuvo el hombre de la antigüedad de dar un valor positivo o negativo a los números naturales, y aunque al principio no eran aceptados por todas las sociedades, hoy son reconocidos y utilizados universalmente.

El uso de los números enteros ha contribuido históricamente a la construcción de la misma Matemática en torno a problemas relacionados con hallar valores para que una ecuación sea cierta o poder representar geométricamente situaciones de variación.

¿Cómo y qué se te va a evaluar?

Tanto las actividades explicativas como las planteadas en el transcurso del módulo están orientadas a desarrollar los procesos de comunicación, modelación, resolución de problemas y ejercitación de procedimientos, permitiendo que tanto el maestro como el estudiante puedan evaluar el grado de aprendizaje; con el fin de lograr el entendimiento y la comprensión de los números enteros, sus aplicaciones y la correcta utilización de sus propiedades; logrando desarrollar la capacidad de establecer relaciones entre las mismas.

Explora tus conocimientos

El director de la institución organizó la información de la cantidad de estudiantes matriculados. Observa la tabla.

Número de estudiantes por grado

Grado	Cantidad de estudiantes
6º	12
7º	8
8º	5
9º	9

Estudiantes de Posprimaria

Cada grado debe tener nueve estudiantes.

- ¿Qué grupos tienen más de esa cantidad?
- ¿Qué grupos tienen menos?
- ¿Cuántos estudiantes menos, hay en grado 7º?
- ¿Cuántos estudiantes más, hay en grado 6º?
- Si a la escuela llegan once estudiantes nuevos, ¿esa cantidad de estudiantes es suficiente para organizar otro grupo?
- Si los once estudiantes que llegan ingresan a grado 8º, ¿cuántos estudiantes sobrepasan el cupo?
- Si se reparten seis de esos estudiantes para grado 8º y el resto en grado 9º, ¿en cuánto sobrepasarían el cupo deseado en cada curso?

Guía 4

Números con signos positivos o negativos

Estándares

Pensamiento numérico

- Resuelvo y formulo problemas en contextos de medidas relativas y de variación en las medidas.

Pensamiento variacional

- Describo y represento situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales generalizadas y tablas).

En esta guía conocerás algunas situaciones en las cuales se usan números que están acompañados de un signo ya sea positivo o negativo: la asignación de este signo depende del contexto de la situación.

Para comprender el signo que se debe colocar a un número es necesario tener un punto de referencia. Por ejemplo, cuando se representa una línea del tiempo, el punto de referencia es el año cero (0), que corresponde al año del nacimiento de Cristo. Por esa razón los años antes de Cristo se acompañan de un signo menos y los años después de Cristo se acompañan de un signo más. Estas designaciones a los años nos han permitido calcular los años de vida de personajes importantes en la historia como Euclides (nació en el año 325 a. C y murió en el año 265 a. C.) o el emperador de Roma, Cesar Augusto (nació en el año 63 a. C y murió en el año 14 d. C).

Lo que sabemos

Los hermanos Castillo, cada viernes muy temprano, van en su canoa a pescar. Horas más tarde regresan con lo obtenido para venderlo en el mercado el fin de semana.

Una vez son tratados para su consumo, los pescados se ubican en una cuerda, uno tras otro, formando una fila. Esto comúnmente se conoce como una sarta. En cada sarta los hermanos deciden colocar seis pescados.

Venta de pescado

Después de organizar las sartas quedan algunas unidades sobre el mesón de su puesto en el mercado. Observa la tabla.

Cantidad de pescado

Clase de pescado	Unidades pescadas
Bocachico	11
Bacalao	3
Trucha	4
Mojarra	9

Analiza la información:

- Si se va a organizar una sarta con las mojarras, ¿cuántos pescados sobrarían?
- ¿Es suficiente el número de bocachicos que quedan después de armar una sarta para armar otra?
- Si quiere formar una sarta de truchas, ¿cuántos pescados faltarían?
- ¿Cuántos bacalaos faltan para organizar una sarta?

Aprendamos algo nuevo

En situaciones como la anterior se hace necesario tomar una referencia numérica que sirve como punto de partida para expresar, en este caso, la cantidad de pescados que sobran o faltan, al organizar una sarta.

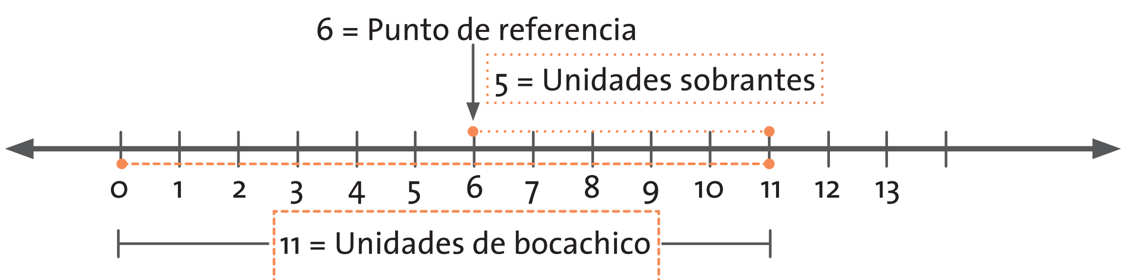
Como cada sarta contiene seis pescados, entonces ese número es el punto de referencia.

Con esa información, completa la tabla.

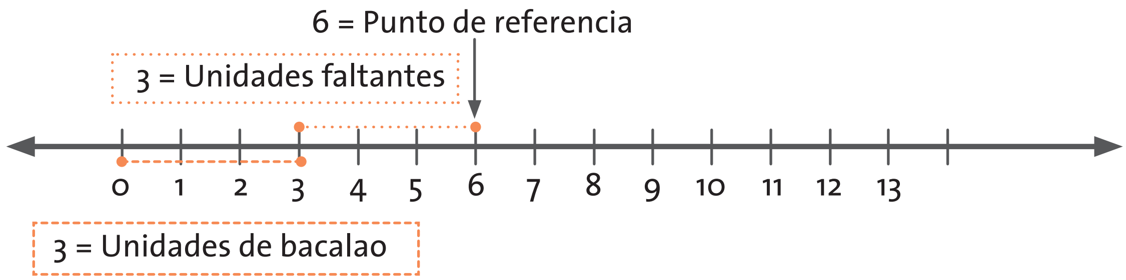
Cantidad de pescado organizado por sartas

Clase de pescado	Pescados que faltan	Pescados que sobran
Bocachico	0	5
Bacalao	3	0
Trucha		
Mojarra		

a. Bocachico



b. Bacalao



Hay situaciones en las que las cantidades están acompañadas de acciones contrarias debido a que hay una referencia. En el caso de la sarta de pescados se dan situaciones en las que sobran y situaciones contrarias en las que faltan, lo que hace que los números que acompañan dichas acciones se relativicen a positivo y negativo. Estos números se le conocen como **números relativos**.

Los números relativos también son los números con signos. Se asocian los números con signo positivo a aquellas expresiones como: sobran, después, más que, a la derecha, por encima de, ganancias, entre otras.

Se asocian los números con signo negativo a aquellas expresiones como: faltan, antes, menos que, a la izquierda, por debajo de, deudas, entre otras.

Por eso, podemos representar la cantidad de pescados que sobra después de organizar la sarta, colocando un signo **+** antes del número.

Por ejemplo, con el número **+3**, se indica la cantidad de mojarras que sobran después de formar una sarta.

Con el número **+5** se representa la cantidad de bocachicos que quedan, cuando se organiza otra sarta.

Los números **+3** y **+5**, son **números con signo positivo**.

En el caso contrario, es decir, para indicar que faltan pecados para completar una sarta, se utilizan los **números con signo negativos**. Estos números se representan anteponiendo un signo **–** al número.

Por ejemplo, con el número **-2**, se representa el número de truchas que faltan para completar una sarta.

De acuerdo a los datos de la tabla anterior, contesta:

- ¿Cuál número relativo indica la cantidad de bacalaos que faltan para completar una sarta?
- ¿Qué indica –3 como número relativo en la situación, cuando se observa la cantidad de mojarras?

Los hermanos Castillo deben pagar semanalmente la renta del puesto de pescados y además, realizar compras para su alimentación. En estos gastos invierten en promedio $ 180.000.

En la siguiente tabla se registra el dinero que recibieron durante las últimas cinco semanas:

Ingresos por venta de pescados

Semana	Dinero recibido ($)
5º	350.000
4º	240.000
3º	180.000
2º	120.000
1º	270.000

Para indicar la ganancia de la semana, el punto de referencia que se considera es $180.000. Ese valor representa el **cero relativo**. Los valores que están por encima de esa cantidad se consideran ganancia y los que están por debajo se consideran pérdida.

Con esa información responde:

a. ¿Qué días hubo ganancias?

b. ¿Qué día hubo perdidas?

c. ¿Qué sucedió en la tercera semana?

d. Completa la siguiente tabla utilizando números relativos.

Ganancias o pérdidas de la venta de pescado

Semana	Cero relativo $ 180.000	Valor de la ganancia o perdida ($)	Número relativo que la representa
5º	0	170.000	+170.000
4º	0		
3º	0		
2º	0		
1º	0	90.000	+90.000

- ¿En la columna del valor de la ganancia o pérdidade la tabla anterior aparecen valores iguales?
- ¿Cómo escribiste los números para diferenciar que uno de ellos representa ganancia y que el otro representa pérdida?
- ¿Cuáles son esos números?

Recordemos ahora la situación propuesta en la sección *Explora tus conocimientos* de este módulo. El número con signo **+ 3**, indica la cantidad de estudiantes que sobran del grado sexto debido a que debe tener exactamente 9 estudiantes.

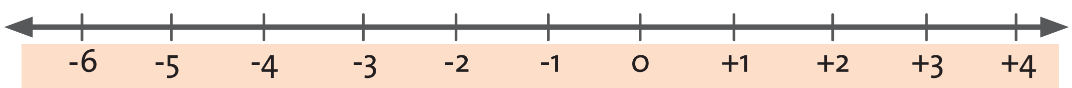
El número con signo **- 1**, indica la cantidad de estudiantes que faltan para completar 9.

El número con signo - **4**, indica la cantidad de estudiantes que faltan en grado octavo.

En grado 9º, no sobran ni faltan estudiantes. Debido a que nueve estudiantes es el punto de referencia y se indica con el número cero.

El punto de referencia de una situación se representa con el número 0. Si ubicáramos dicho punto en una recta horizontal, los puntos que quedan a la derecha de 0, son los números de signo positivo y los que quedan a la izquierda son los números con signo negativo.

Si ubicáramos dicho punto en una recta vertical, en los puntos de la parte superior se ubican los números con signo positivo y en la parte inferior se ubican los números con signo negativo.

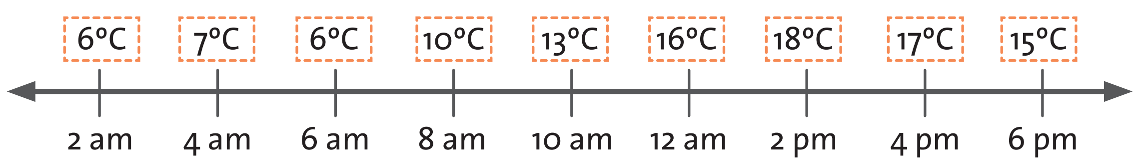


Ejercitemos lo aprendido

Trabajo en grupo

Forma pareja con un compañero.

A continuación se presenta una imagen que representa la variación de la temperatura en grados centígrados (°C) a través del tiempo, en un día entre las 2 a.m. y las 6 p.m.:



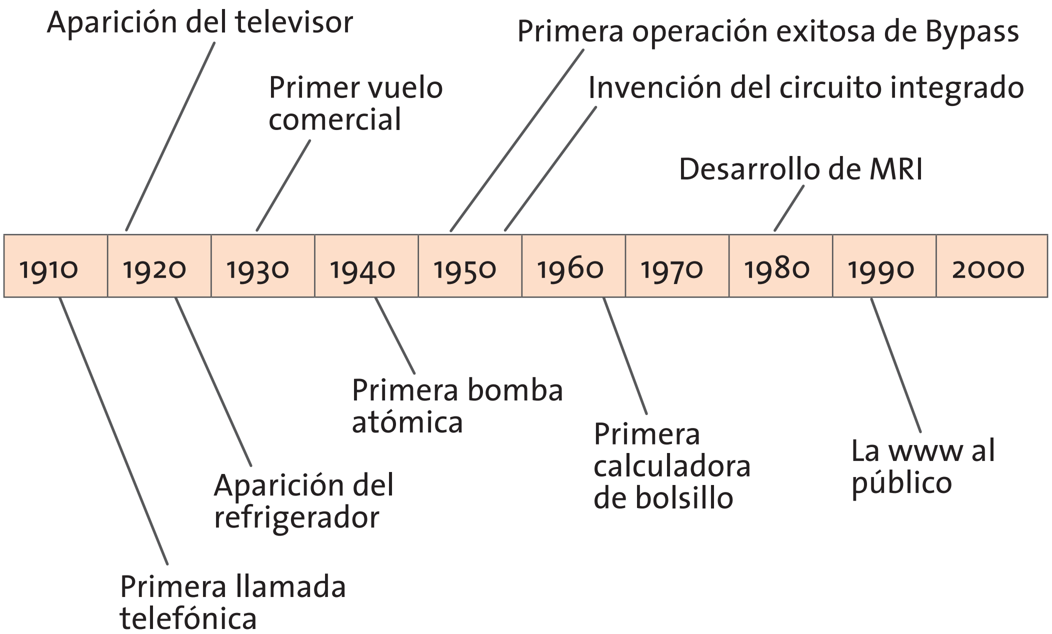
Con base en la información de la figura anterior, respondan:

1. Si el punto de referencia son las 8 a.m., ¿cuántos grados hay de diferencia o cuánta es la variación de temperatura en relación a las 2 p.m.?, ¿la temperatura aumentó o disminuyó?

2. Si el punto de referencia son las 6 a.m., ¿cuántos grados hay de diferencia en relación a las 2 a.m.?, ¿la temperatura aumentó o disminuyó?

- Mira con atención la siguiente figura relacionada con la aparición de algunos inventos:

Aparición de algunos inventos[1]



3. Si se toma como referencia la invención del circuito integrado, ¿cuántos años hay de diferencia en relación con la primera llamada telefónica?

4. Si se toma como referencia la aparición del refrigerador, ¿cuántos años hay de diferencia en relación con la primera calculadora de bolsillo?

5. Indiquen con una flecha si la variación en el precio aumenta o disminuye. Si aumenta dibuja ↗ y si disminuye dibuja ↘.

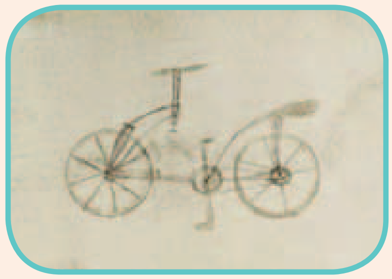
Variación de precio de algunos productos

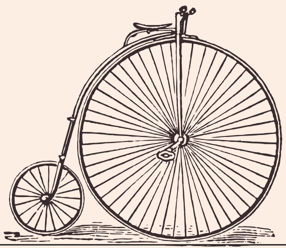
Verdura	Precio por kilo	Variación
Mazorca	\$ 2.569	- 378 pesos
Papa pastusa	\$ 850	- 210 pesos
Ahuyama	\$ 1.200	+ 189 pesos
Pepino cohombro	\$ 2.100	- 219 pesos
Tomate	\$ 1.785	+ 348 pesos

1 *Tomado de http://d3ds4oy7g1wrqq.cloudfront.net/apuntesdematematicas/myfiles/Linea-del-Tiempo.jpg*

6. Uno de los inventos más antiguos que ha existido en la historia es la bicicleta. Así es, las civilizaciones antiguas como la egipcia, la china y la india, dejaron en sus inscripciones y jeroglíficos, evidencia de la utilización de un artefacto elaborado con dos ruedas unidas a un potro, que utilizaban, seguramente, para trasportarse. En la siguiente tabla, se registran los años que se dieron cambios a los modelos de lo que hoy conocemos como bicicleta.

Cambios de la bicicleta

Año	Cambios	
1500	Aparecen los dibujos realizados por Leonardo Da Vinci. Leonardo ya pensó en una transmisión de cadena como en las que se utilizan en la actualidad. Estos dibujos fueron dispersados en el transcurso del tiempo y quedaron recopilados sin orden en la biblioteca Ambrosiana de Milán.	
1790	El francés Sivrac construye el primer modelo de Celerífero. El celerífero de 1790 no tenía dirección, tenía dos ruedas una detrás de la otra. Estaban unidas por medio de una viga sobre la cual se montaba como a caballo. Para avanzar con suficiente rapidez, el ciclista tenía que utilizar sus piernas y sus pies como aparatos de propulsión.	
1816	El barón alemán Karl Drais de Sanerbronn construyó una bicicleta que era impulsada como un patín, es decir, mediante impulsos de los pies en el suelo. Esta primera bicicleta fue llamada, por el nombre de su conductor, draisina. La draisina tenía un manillar que pivotaba sobre el cuadro, permitiendo el giro de la rueda delantera. Después, inventores franceses, alemanes y británicos introdujeron mejoras.	

Año	Cambios	
1861	El francés Ernest Michaux inventa los pedales en la rueda delantera. Aunque el descubrimiento fue de suma importancia, tropezó con un grave problema que durante cierto tiempo resultó infranqueable; no había forma de mantener el equilibrio con el movimiento a pedales. Ernest se dio cuenta de que la máquina de dos ruedas sería estable siempre que fuera a una velocidad suficiente.	
1873	En 1873, James Starley, un inventor inglés, produjo la primera máquina con casi todas las características de la famosa bicicleta común o de rueda alta. La rueda delantera de la máquina de Starley era tres veces más grande que la de atrás.	
1880	Aparece la primera máquina con rueda baja o segura. Las ruedas eran casi del mismo tamaño y los pedales, unidos a una rueda dentada a través de engranajes y una cadena de transmisión, movían la rueda de atrás.	

Utiliza la información de la tabla y responde:

- ¿Cuántos años, trascurrieron entre el modelo de Celerífero y la invención de los pedales en la rueda delantera?
- ¿Cuántos años, pasaron entre la draisina y la invención de la bicicleta de los pedales en la rueda delantera?
- ¿Cuántos años antes o después de la bicicleta con rueda baja, se construye la draisina?
- ¿Cuántos años han transcurrido desde la invención del Celerífero hasta la actualidad?
- Escriban las respuestas anteriores empleando números relativos. Indiquen el punto de referencia en cada caso.

Guía 5

Desplazamientos

Estándar

Pensamiento numérico

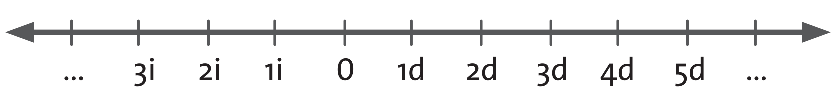
Justifico procedimientos aritméticos utilizando las relaciones y propiedades de las operaciones.

Lo que sabemos

Esta guía te permitirá ubicar los números con signos positivos y negativos en una recta. Con las ideas de ubicación y desplazamientos se facilitará llegar a la construcción de los números enteros.

Trabajo en grupo

- Forma un grupo con tres compañeros.
- Consigan una moneda, un dado y tiza y salgan al patio de la institución.
- En el piso dibujen una recta y señalen un punto que escogerán como referencia. Llámenlo 0.
- Luego marquen puntos que mantengan la misma distancia a la derecha como a la izquierda de 0. A los puntos de la derecha asígnenles los nombres 1d, 2d, 3d,.., hasta 30d y a los de la izquierda los nombres 1i, 2i, 3i,…, hasta 30i. Así como se muestra en la siguiente figura:



Recta de "caminata aleatoria"

Cada uno se ubica en el punto cero, y van a jugar a realizar una "caminata aleatoria", se llama así porque se camina al azar o a la suerte, según el resultado del lanzamiento de una moneda y un dado. Inicia el que obtenga el mayor puntaje en el dado y luego lanzan los otros dos para determinar quién sigue.

Después de determinar los turnos, cada uno lanza la moneda y el dado: si aparece cara, se debe avanzar hacia la derecha tantos puntos como indique el dado; y, si aparece sello debe avanzar hacia la izquierda tantos puntos como indique el dado.

Gana el juego él que llegue primero al punto 30d.

Analicen y respondan.

- Supongan que Martín estaba en el punto 4i y en su lanzamiento: sale en el dado 5 y en la moneda cara. ¿A qué punto debe desplazarse Martín?

- A Carlos en su primer lanzamiento le sale 6 y sello. ¿En qué punto debe ubicarse?

- Andrea quiere saber si se ha desplazado bien, puesto que ha lanzado cinco veces: primero obtuvo 3 en el dado y sello en la moneda; en el segundo, obtuvo 6 y cara; en el tercero, 2 y cara, en el cuarto, 4 y sello y en el quinto, 5 y sello. ¿En qué punto debe estar ubicada Andrea?

- Si Martín sacó 3 y cara en el primer turno. ¿Qué le salió en la moneda y en el dado en el segundo turno, si después de lanzar se ubica en 4i?

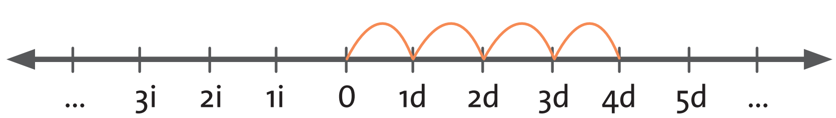
- Después del primer turno, Martín se ubica en 3d, Carlos en 4i y Andrea en 1i. Si en el segundo turno todos se ubican en la posición 2d. ¿Cómo salieron las monedas y los dados de cada uno de ellos?

Aprendamos algo nuevo

Si se ubicaran puntos en una recta como se hizo en el juego, los que se ubican a la derecha y a la izquierda del punto de referencia, cero, son puntos que marcan distancias, todas del mismo valor que la que se establece entre el punto 0 y 1i; es decir, la misma distancia hay entre 4i y 3i como de 4d y 5d. Así mismo los puntos marcados indican cuántas unidades se desplazan hacia la derecha o cuántas hacia la izquierda del cero.

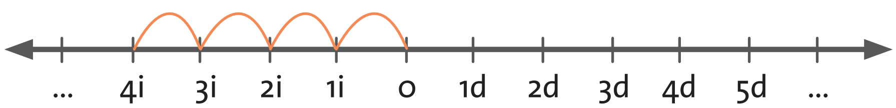
Por ejemplo, el punto marcado como 4d en la figura, indica un desplazamiento desde el punto de referencia 0 hasta cuatro unidades hacia la derecha. Igualmente, la distancia de ese desplazamiento es de cuatro unidades.

Desplazamientos a la derecha en la recta



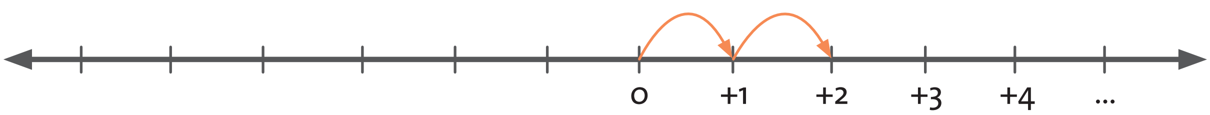
El punto marcado como 4i en la figura, indica un desplazamiento de cuatro unidades y que inicia en el punto de referencia 0, hasta cuatro unidades hacia la izquierda.

Desplazamientos a la izquierda en la recta



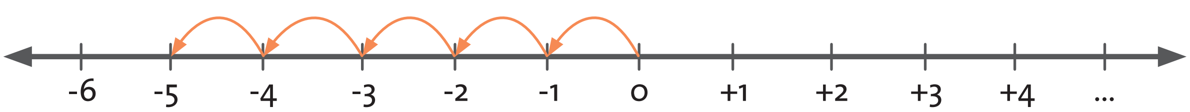
- Escribe qué indican en la recta los puntos marcados como: 5d y 2i.

Una forma de representar el valor y la dirección del desplazamiento es indicándolo con signos: Para indicar que un desplazamiento se realiza hacia la derecha del punto de referencia, se escribirá un signo + antes del número. Por ejemplo, un desplazamiento de dos unidades hacia la derecha, lo escribimos: +2 y lo representamos en la recta, así:



Para indicar que un desplazamiento es hacia la izquierda, entonces, se escribirá un signo menos (-) antes del número.

Por ejemplo, un desplazamiento de cinco unidades hacia la izquierda, lo escribimos -5 y lo representamos en la recta:

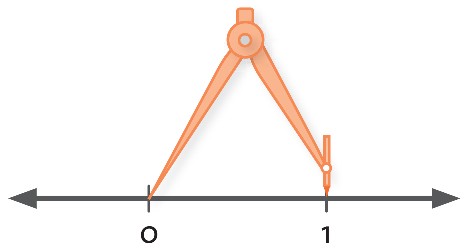


Como se sabe que la distancia entre cada punto es la misma. Esa distancia es una **unidad de referencia**.

Para construir la unidad de referencia, puedes utilizar un compás.

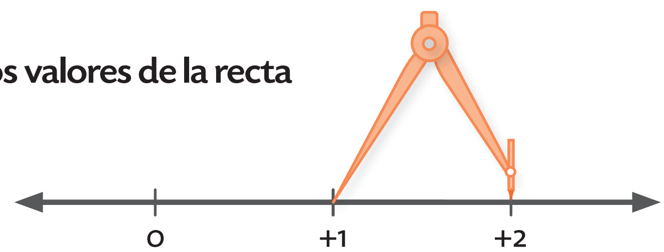
Sobre una recta, ubica el punto de referencia 0. Luego ubica el punto +1. Después, ubica el compás con una abertura igual a esa distancia.

Construcción de una unidad de referencia



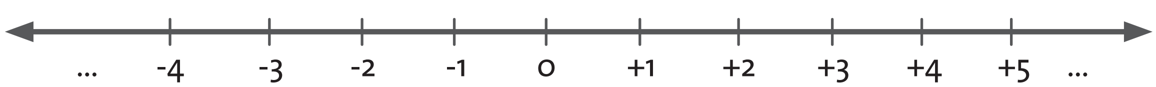
Con esa abertura del compás y haciendo centro en +1, se marca un arco sobre la recta y en su intersección se ubica +2. Se continúa así para ubicar con la misma distancia los otros números tanto con signo positivo como negativo.

Construcción de los valores de la recta

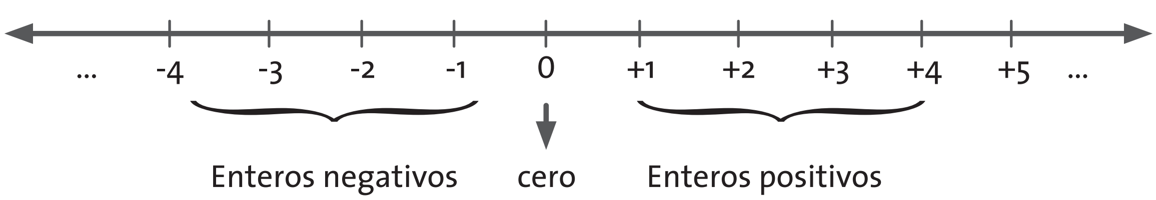


La distancia que hay entre dos números consecutivos sobre la recta numérica es la unidad de referencia.

Gráficamente representar los números con signo sobre la recta numérica sería así:



Estos números se conocen como los **números enteros**. Los números que están a la derecha de cero, se conocen como **enteros positivos** y los que están a la izquierda como **enteros negativos**.



Los números enteros son los que se forman de la unión de los enteros positivos con los enteros negativos y el número cero. Se simboliza con la letra **Z**.

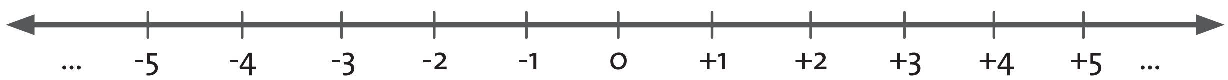
$$\mathbf{Z} = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, \ldots\}$$

Para representar los números enteros negativos, se escribe así: $\mathbf{Z}^-$ y los enteros positivos se escribe así: $\mathbf{Z}^+$

Simbólicamente, para representar los números enteros se escribe:

$$Z = Z^- \cup \{0\} \cup Z^+$$

- Traza una recta, y en ella ubica los números desde -5 hasta +5.

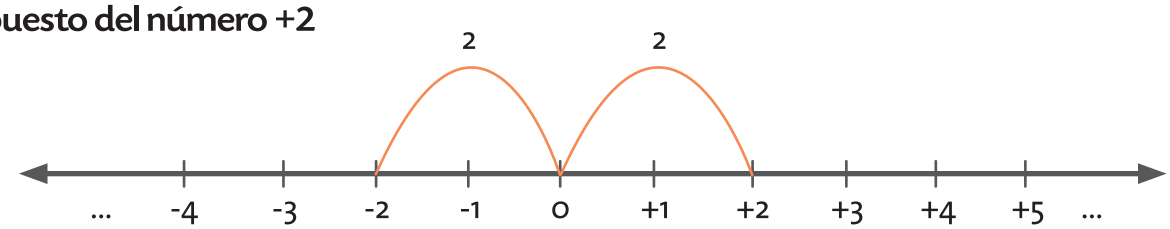


- Cuenta las unidades que hay desde 0 hasta -4. ¿Cuántas hay?
- ¿Y desde 0 hasta +4?
- ¿Cómo son esas distancias, iguales o distintas?
- Cuenta las unidades que hay entre 0 y +3, y entre 0 y -3. ¿Cómo son esas distancias?

Los números enteros que están a la misma distancia de cero, se denominan números opuestos. Estos números tienen signos diferentes.

Observa que -2 es el opuesto de +2 y, +2 el opuesto de -2.

Opuesto del número +2



- ¿Cuál es el opuesto de +1?
- ¿Cuál es el opuesto de -4?
- ¿Cuál es el opuesto de +3?
- ¿Cuál es el opuesto de -5?
- ¿Cuál es el opuesto de 0?

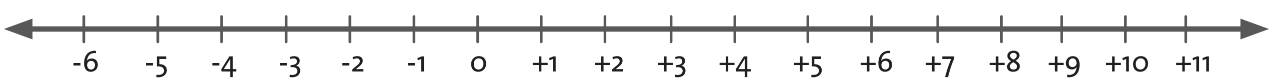
Ejercitemos lo aprendido

Trabajo en grupo

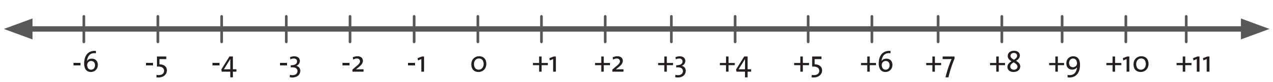
Forma pareja con uno de tus compañeros.

1. Ubiquen los siguientes números en la recta numérica:

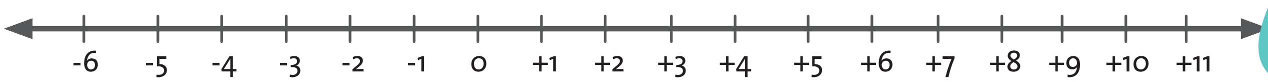
» **+7**



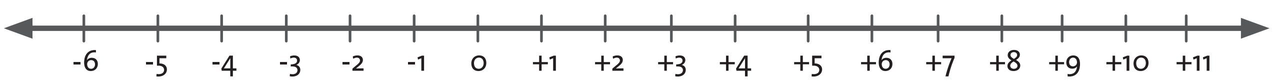
» **-5**



» **+9**

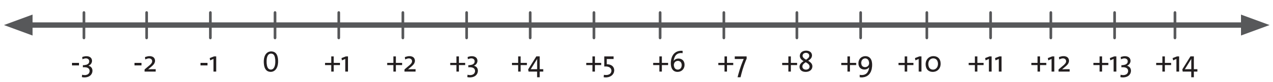


» **-4**



2. Representen la siguiente información en una recta numérica:

   - Mauricio caminó de su casa a la entrada del colegio y gastó 8 minutos, luego camino de la entrada del Colegio al salón de clases y gastó 3 minutos y luego caminó del salón de clases a la cafetería y gastó 2 minutos. ¿Cuántos minutos caminó Camilo para realizar este recorrido?



3. El doctor Antonio va de visita a San Juan. Él quiere saber en dónde quedan ubicados los siguientes sitios: el montallantas, el hospital, el hotel, el restaurante y el monumento principal. Preguntándole a las personas que pasan por su vía, Antonio recoge la siguiente información: Todos los sitios que le interesan se encuentran sobre la vía en la misma dirección hacia donde él se dirige. El monumento principal queda a un kilómetro pasando el puente. Tres kilómetros después del monumento se encuentra el montallantas. El hospital queda un kilómetro antes del puente y dos kilómetros antes del hospital queda el restaurante. El hotel está a cinco kilómetros del montallantas.

   - Representen los cinco sitios en una recta numérica y tomen como punto de referencia el puente. Consideren cada unidad como un kilómetro. Escriban el orden de los sitios.

   - Tomando como punto de referencia el puente, escriban los números relativos que representan la ubicación del:

     » montallantas
     » hospital
     » restaurante
     » monumento principal
     » hotel

   - Escriban los sitios que están ubicados en números enteros opuestos. ¿Cuáles son esos números opuestos?

   - Si se toma el hospital como punto de referencia, escriban la ubicación de los sitios y determinen los que están ubicados en números opuestos. Coinciden los lugares con la actividad anterior. ¿Por qué?

4. Escriban el número opuesto de los siguientes números enteros.

   -22 +34 -3 +19 -24 -12

Guía 6

Distancias

Estándares

Pensamiento numérico

- Justifico procedimientos aritméticos utilizando las relaciones y propiedades de las operaciones.

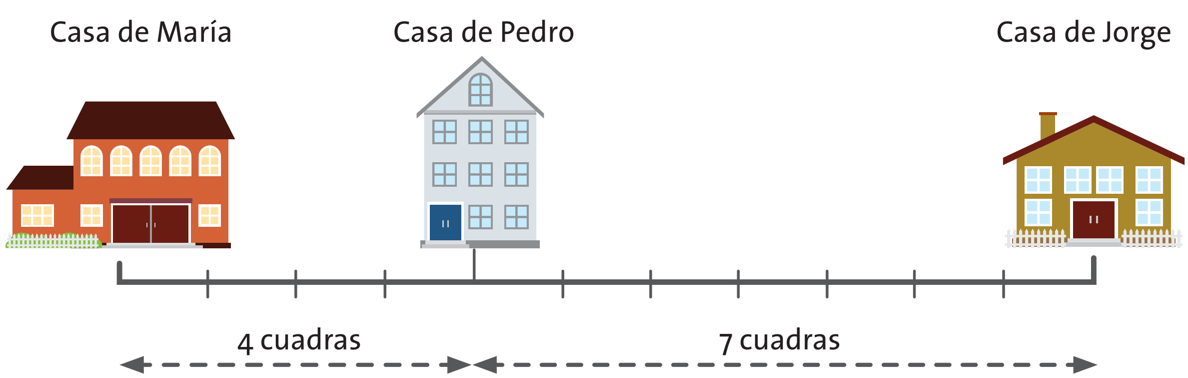
Pensamiento variacional

- Utilizo métodos informales (ensayo y error, complementación) en la solución de ecuaciones.

En esta guía se presentará una interpretación geométrica de la distancia entre dos puntos en una recta numérica, en especial entre un número entero y el punto cero y los números opuestos

Lo que sabemos

Mira con atención la siguiente figura y contesta las preguntas:



Tomando como punto de referencia la casa de María:

- ¿Cuántas cuadras separan la casa de María de la casa de Pedro?
- ¿Cuantas cuadras separan la casa de María de la casa de Jorge?

- Representa estas situaciones en la siguiente recta numérica, ubicando el punto de referencia, las casas y escribiendo las unidades correspondientes a las cuadras.

- ¿Qué número relativo corresponde a la casa de Pedro?

Si se toma ahora como punto de referencia la casa de Jorge:

- ¿Cuántas cuadras separan la casa de Jorge de la casa de María?
- ¿Cuántas cuadras separan la casa de Jorge de la casa de Pedro?
- Representa estas situaciones en la siguiente recta numérica, ubicando el punto de referencia, las casas y escribiendo las unidades correspondientes a las cuadras.

- ¿Qué número relativo corresponde a la casa de Pedro?

Si se toma ahora como punto de referencia la casa de Pedro:

- ¿Cuántas cuadras separan la casa de Pedro de la casa de María?
- ¿Cuántas cuadras separan la casa de Pedro de la casa de Jorge?
- Representa estas situaciones en la siguiente recta numérica, ubicando el punto de referencia, las casas y escribiendo las unidades correspondientes a las cuadras.

- ¿Qué número relativo corresponde a la casa de Pedro?
- ¿Qué se puede concluir de estas tres representaciones de la recta numérica?

Aprendamos algo nuevo

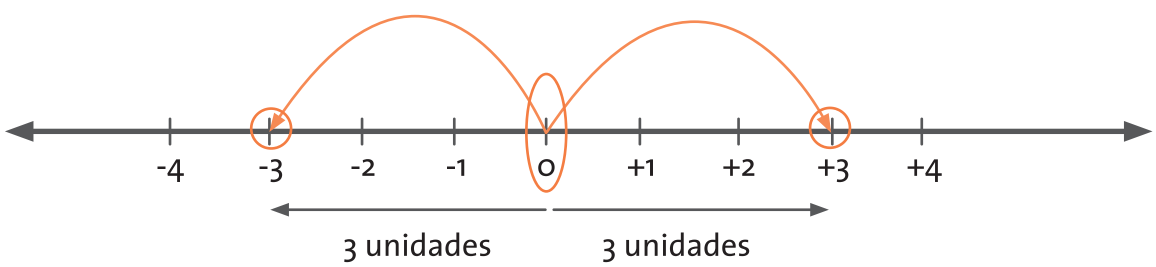
Hallar la distancia de un número a cero es hallar el valor absoluto. En todos los casos la distancia siempre es un número positivo.

El valor absoluto de -4 y de +4 es +4, puesto que cada uno de esos números se encuentra a cuatro unidades del cero en la recta numérica, se escribe en lugar de +4 el número sin signo, así: 4.

Para indicar que se desea encontrar la distancia de un número entero a cero o hallar el valor absoluto de un número entero *cualquiera*, se acostumbra escribir el número entre barras verticales. Por ejemplo, hallar la distancia de -5 a cero, se simboliza |- 5| y esta es de 5 unidades.

Sobre la recta numérica se puede verificar que el valor absoluto o la distancia de cada par de números opuestos a cero es siempre el mismo.

Valor absoluto de 3



$|-3| = 3$ y $|+3| = 3$

Trabajo en grupo

Representen la siguiente situación:

Un practicante de natación, recorre 5 metros para subir de la piscina al trampolín, la piscina tiene una profundidad de 5 metros.

- ¿Cuál número relativo puede representar la posición del trampolín y cuál la profundidad de la piscina?
- ¿Cuál puede ser un punto de referencia para la situación planteada?
- Si el practicante se lanza desde el trampolín, ¿cuántos metros recorrerá hasta llegar al fondo de la piscina?

Ejercitemos lo aprendido

1. Indica algunos sitios reconocidos de dónde vives como el puesto de salud, la iglesia, la tienda, la plaza o el parque.
    - Toma uno de esos sitios como punto de referencia, por ejemplo el parque, y estima la distancia de ese punto a los diferentes sitios que escogiste.
    - Suponiendo que todos los sitios están en una misma recta, ubícalos y considera que cada unidad corresponde a 100 metros.
    - Indica cuál es el número entero que representa la ubicación de cada uno de los sitios y cuál es su valor absoluto con respecto al punto de referencia.
    - ¿Cuál de los lugares que mencionaste está más cerca de tu casa? ¿Cuál está más lejos?
    - Estima la distancia que debes recorrer para llegar a uno de esos sitios, desde tu casa.
    - Imagína, que tu casa y todos esos sitios se encuentran en una recta. Representa esa recta y esos sitios, toma como punto de referencia tu casa.
    - Escribe el número entero que representa cada uno de esos sitios al ubicarlos en la recta. Luego expresa el valor absoluto de cada uno.
2. Representa la siguiente situación en una recta:

Dos personas salen de una finca, montados cada uno en su caballo. Uno de ellos va calle arriba y recorre 11 kilómetros; el otro sale en dirección contraria y recorre 15 kilómetros.

- ¿Qué punto se toma como referencia en esta situación?
- ¿Qué número representa ese punto de referencia?
- ¿Cuál entero representa la posición de la persona que parte calle arriba, respecto al punto de referencia?
- ¿Qué número entero representa la posición de la persona que parte en sentido contrario, respecto al punto de referencia?
- Calcula el valor absoluto de +11.
- Calcula el valor absoluto de -12.

Trabajo en grupo

Trabaja con un compañero.

1. Miren con atención la siguiente tabla:

Temperatura promedio de algunas capitales colombianas

Ciudad	Temperatura promedio en °C
Armenia	24
Pasto	13
Barranquilla	23
Bogotá	14
Cúcuta	28
Leticia	26
Manizales	18

Representen estos datos en la siguiente recta numérica con su correspondiente ciudad.

- ¿Cuál es la ciudad con mayor temperatura promedio?
- ¿Cuál es la ciudad con menor temperatura promedio?
- ¿Qué tipo de número permite representar la temperatura bajo cero?
- ¿Cuántos grados centígrados en promedio hay de diferencia entre las ciudades de Pasto y Leticia?
- ¿Cuántos grados centígrados en promedio hay de más en Cúcuta que en Bogotá?

2. Consideren los números enteros. Respondan las preguntas argumentando sus respuestas.

- ¿Cuáles tienen valor absoluto mayor que 7?
- ¿Cuáles tienen valor absoluto menor que 7?
- ¿Cuál es el valor absoluto de cero?
- ¿Por qué el valor absoluto de un número es siempre positivo?

3. En la siguiente lista se presentan algunos personajes históricos, con sus correspondientes fechas de nacimiento

Año de nacimiento de algunos personajes históricos

Nombre	Año de nacimiento
Aristóteles	384 a de C
Nicolás Copérnico	1473
Isaac Newton	1642
Alejandro Magno	356 a de C
Galileo Galilei	1564
Albert Einstein	1879
John von Neumann	1903

- Representen los datos en una recta numérica.
- ¿Cuál es el personaje más antiguo de la lista?
- ¿Cuál es el personaje más actual de la lista?
- ¿Cuál es el número que permite hacer la distinción entre las fechas de nacimiento antes de Cristo y después de Cristo?
- ¿Cómo expresarías numéricamente el año de nacimiento de Aristóteles sin el a de C?

Guía 7

Ordenando los números

Estándares

Pensamiento numérico

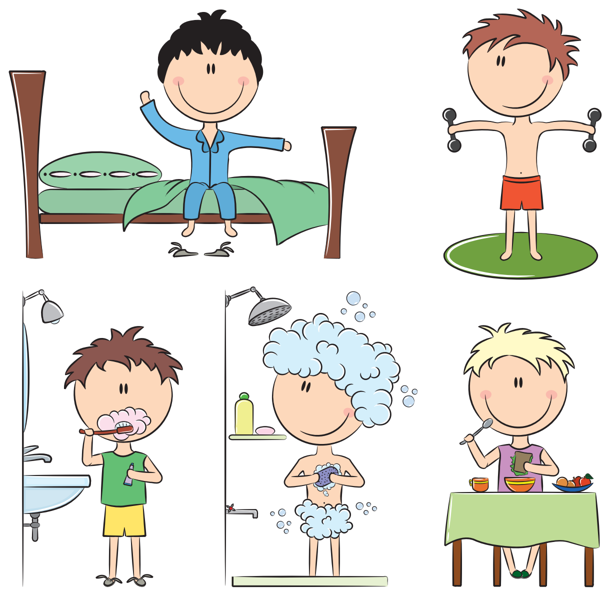
- Justifico procedimientos aritméticos utilizando las relaciones y propiedades de las operaciones.
- Resuelvo y formulo problemas en contextos de medidas relativas y de variaciones de las medidas.

Pensamiento espacial

- Identifico características de localización de objetos en sistemas de representación cartesiana y geográfica.

Al igual que en los números naturales, en los números enteros también se pueden establecer relaciones de orden para identificar el mayor o el menor de dos o más números enteros.

La representación en la recta numérica permite reconocer relaciones de orden entre los números enteros.



Lo que sabemos

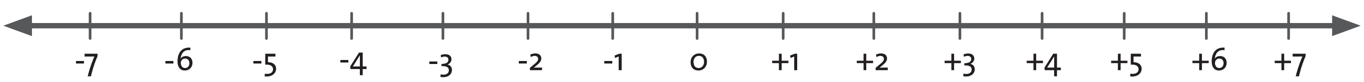
Las actividades que realizamos a diario siguen cierto orden. Por ejemplo, ponerse los zapatos va después de las medias. Enjabonarse después de estar mojado con el agua. Poner crema en el cepillo de dientes antes de cepillarlos.

1. Escribe las actividades que haces entre las siete de la mañana y las siete de la noche en un día hábil de la semana.

   • ¿Todos los días realizas las mismas actividades?

- ¿Cuál es la que más te gusta? ¿Por qué?
- Escribe al frente de cada actividad la hora aproximada en la que la realizas.
- Describe el orden en que realizas las actividades en la mañana.

2. ¿Tienes horario de clases en la escuela?
    - ¿Crees que es importante tener ese horario? ¿Por qué?
    - ¿Qué clase tienes a la primera hora de los viernes en el colegio?
3. Dibuja una recta numérica cuyo punto de referencia sea las 12 del mediodía, ubica las horas de siete de la mañana hasta la siete de la noche. Investiga qué significa a.m. y p.m. Escribe en la recta que dibujaste, las actividades que realizas durante el



día.

4. Dibuja una recta paralela a la anterior, en la que coincida el número entero cero con las 12 del mediodía y que tenga la misma unidad de medida entre las horas. Ubica en esta nueva recta, números enteros, que correspondan a cada una de las horas.
    - ¿Cuáles actividades realizas después del medio día? ¿Qué números enteros indican cada una de esas actividades? ¿Qué actividad realizas después de las doce del día y qué números enteros indican cada una de esas actividades?
    - ¿Qué número entero y qué horas indica la hora de ir a la escuela?
    - ¿Qué números enteros y qué horas indican lo que haces después de la hora del almuerzo?

Aprendamos algo nuevo

Cuando representas las actividades que realizas en un día sobre una recta, lo haces de manera ordenada.

Así como las actividades que realizas en el día se pueden ordenar de acuerdo a lo que realizas "antes de" o "después de", entre los números se establecen relaciones de orden de acuerdo a "mayor que" o "menor que"; en el caso de los números enteros se establecerán dichas relaciones.

En la figura se ubicaron algunos números enteros en una recta numérica.

Recta numérica

Observa que algunos números enteros se ubican a la derecha o la izquierda de otro tomado como referencia.

Por ejemplo, el número +4 está ubicado a la izquierda del número +6, o el número +6 está ubicado a la derecha del número +4, en estos casos es sencillo determinar cuál de ellos es el mayor. ¿Cuál es?

Recordemos que para representar las relaciones de orden utilizamos los símbolos:

Mayor que: >   Menor que: <

- ¿El número -2 está ubicado a la derecha o la izquierda del número +1?¿Cuál es mayor?
- ¿El número -2 está ubicado a la derecha o la izquierda del número - 5?¿Cuál es mayor?
- Representa esas relaciones de orden con los símbolos.

Cuando ubicas números enteros en una recta numérica horizontal, es mayor aquel número entero que se encuentre a la derecha de otro.

- Escribe qué número es el mayor en cada pareja. Utiliza los símbolos < o >.

+3 ___ -7   +6 ___ -4   +8 ___ -3

De ahí que, si un número entero es positivo y el otro entero es negativo, el número positivo es mayor que el entero porque está a su derecha.

- Escribe qué número es el mayor en cada pareja. Utiliza los símbolos < o >.

-4 ___ -9 -1 ___ -12 -7 ___ -15

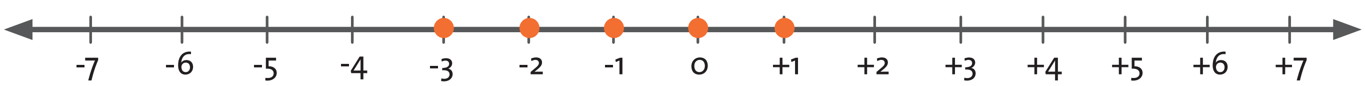
Si los dos números enteros son negativos, el entero mayor es el que está a la derecha del otro y por ende está más cerca del cero.

Si los dos números son enteros positivos, el entero mayor es el que está a la derecha del otro y por ende está más lejos del cero.

Las relaciones de orden permiten establecer conjuntos de enteros.

Observa cómo se representa en una recta el conjunto de los números enteros mayores que -4 y menores que +2; los que cumplen esta condición son: -3, -2, -1, 0 y +1.

Números enteros mayores que -4 y menores que +2



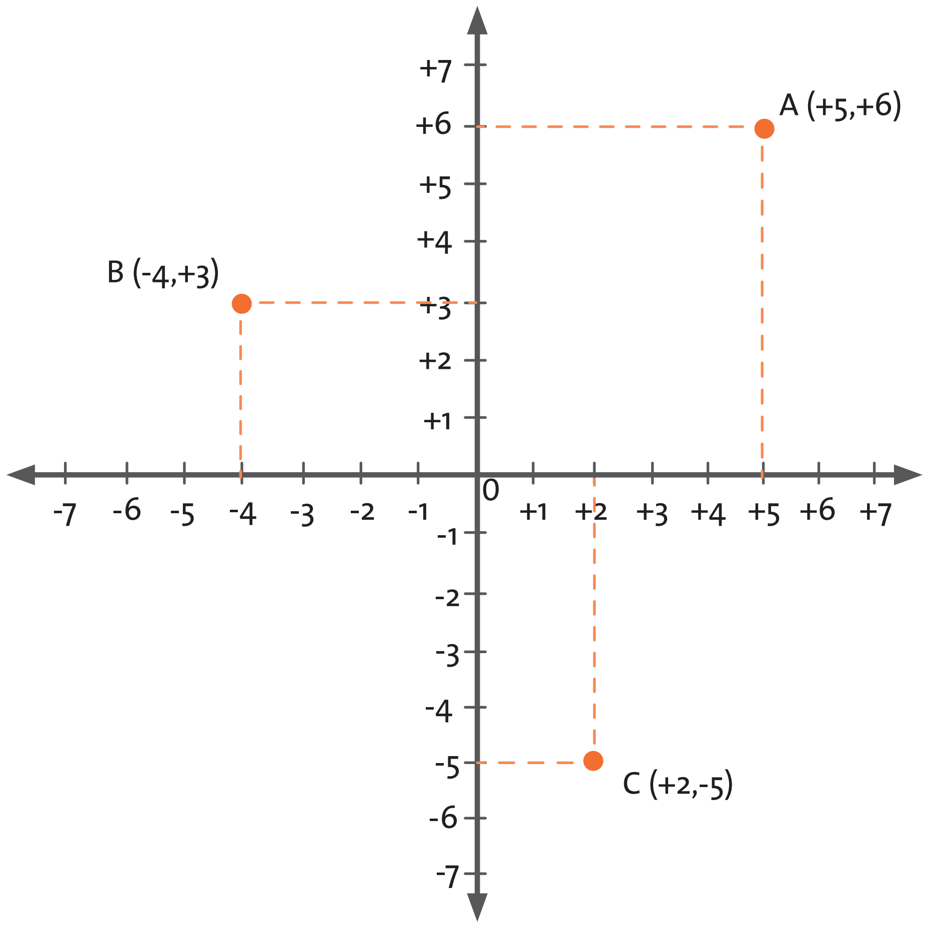
Veamos ahora el plano cartesiano. Se representa con dos rectas perpendiculares: una horizontal y otra vertical. Una forma de denominar la recta horizontal es *abscisa* o eje *x*; y la otra recta, se denomina *ordenada* o eje *y*.

La intersección de estas rectas determina el punto (0,0), el cero de la horizontal y el cero de la vertical.

Cada uno de los cuatro espacios que se determinan permite ubicar puntos por medio de coordenadas como las direcciones de las casas, en un pueblo o en una ciudad.

Para ubicar las coordenadas se dan dos datos, el primero da información del número entero que se encuentra en el eje *x*; y el segundo dato da información del número entero que se encuentra en el eje *y*. Realmente, un punto es la intersección de dos rectas paralelas a cada uno de los ejes que se interceptan.

Puntos ubicados en el plano cartesiano



En la figura se señalan los puntos *A*, *B*, *C* y *O*.

- Las coordenadas del punto *A* son, con respecto al eje *x*: +5; y, con respecto al eje *y*: +6. Se escribe *A* = (+5, +6).
- Las coordenadas del punto *B* son con respecto al eje *x*: -4; y, con respecto al eje *y*: +3. Se escribe *B* = (-4+3).
- Las coordenadas del punto *C* son con respecto al eje *x*: +2; y con respecto al eje *y*: -5. Se escribe *C*= (+2,-5).
- Las coordenadas del punto de origen llamado *O* es cero con respecto a ambos ejes. Se escribe *O* = (0,0)

Ejercitemos lo aprendido

1. Representa en la recta numérica los siguientes conjuntos.

- Los enteros mayores que +2 pero menores que +12.
- Los enteros positivos mayores que +12.
- Los enteros mayores que -6, pero menores que +8.
- Los enteros negativos menores que -8.
- Los enteros mayores que -4, pero menores que +4.

2. Completa cada frase con las palabras “derecha” o “izquierda” y con los signos “<” o “ >”.

   a. +6 está a la ___ de +2. Por tanto, +6 ___ +2.

   b. -7 está a la ___ de -5. Por tanto, -7 ___ -5.

   c. +8 está a la ___ de -2. Por tanto, +8 ___ -2.

   d. -10 está a la ___ de -4. Por tanto, -10 ___ -4.

3. Escribe el signo “<” o “ >” que permite establecer la relación de orden de las siguientes parejas de números enteros:

   a. +2 ___ +3   b. +9 ___ -+6   c. -4 ___ +2

   d. -1 ___ -7   e. -5 ___ -8   f. -12 ___ +3

4. Escribe tres números enteros que estén entre:

   a. -5 y +6   b. 0 y +8

   c. -5 y 0   d. -17 y +12

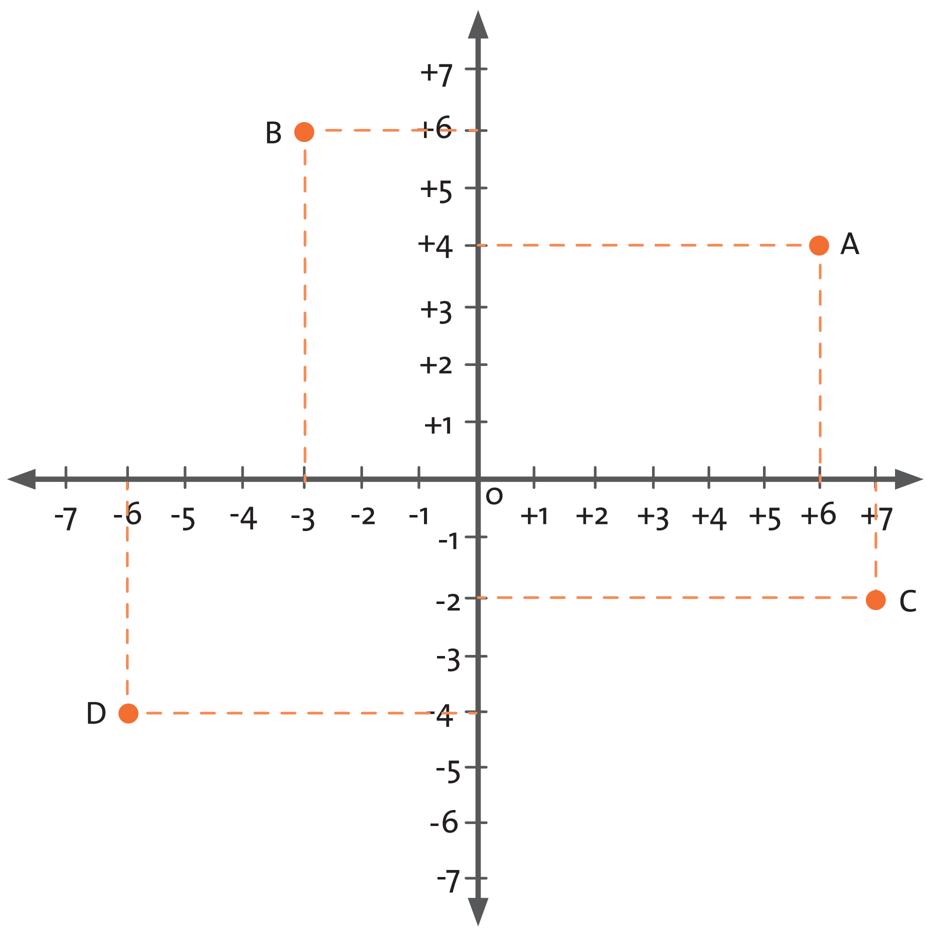
5. Cuando se representan los números enteros en una recta vertical, ¿cómo determinar qué número es mayor que otro, si los dos números son enteros positivos, si los dos números son enteros negativos o si los dos números uno es un entero negativo y otro entero positivo?

   • Realiza una representación gráfica y muestra un ejemplo para cada caso.

6. Los puntos *K*, *L* y *M,* ubicados en la recta, representan números enteros. Determina cuáles son si son Z^+ o Z^- y escribe las relaciones de orden entre las siguientes parejas:

   • K y L • L y K • K y M • M y L

7. Determina las coordenadas de los puntos ubicados en el plano cartesiano.



Apliquemos lo aprendido

Trabajo en grupo

1. Miguel y sus hermanos se reúnen a jugar en la canchas de baloncesto que hay en el pueblo.

   Ellos practican el lanzamiento desde la mitad de la cancha y registran con números positivos los aciertos y con números negativos los lanzamientos perdidos.

   En una serie de cuatro juegos, Miguel obtuvo los siguientes puntajes -12, -8, -4, +5.

   - ¿Pueden afirmar que el primer puntaje fue el mayor? ¿Por qué?
   - ¿Creen que Miguel fue mejorando sus lanzamientos? Expliquen su respuesta.

2. José y Ramón, hermanos de Miguel, obtuvieron en el primer juego, -11 y -9 puntos, respectivamente. ¿Quién ganó? Luego decidieron apostar una empanada con gaseosa. Decidieron que el ganador sería aquel que elevará más su puntaje inicial.

   Los puntajes correspondientes se anotan en la siguiente tabla.

Puntajes de José y Ramón

	Primer juego	Segundo juego	Tercer juego	Cuarto juego
José	-11	-4	+7	+9
Ramón	-9	-4	+9	+11

- ¿Quién ganó la empanada con gaseosa? Expliquen su procedimiento para hallar la respuesta.

3. Miren con atención la siguiente imagen:

Mirando la información de la imagen anterior, ubiquen las direcciones de los siguientes lugares:

» Panadería

» Restaurante

» Cafetería

» Tienda

» Colegio

» Parque

» Plaza de mercado

Evaluemos

¿Cómo me ve mi maestro?

1. Al subir una montaña la temperatura baja 5ºC cada 300 metros. En la base de la montaña la temperatura es de 20ºC. La montaña tiene una altura aproximada de 2.500 m. ¿Cuál será la temperatura a los 2.500 m?

- Completa la tabla que relaciona la altura y la temperatura en esa altura, es decir, a la altura de 300 m se tiene una temperatura de 15ºC.

Temperatura registrada según la altura de la montaña

Altura (m)	0	300	600	900	1.200	1.500	1.800	2.100	2.400
Temperatura (ºC)	+20	+15							

Las preguntas que se dan a continuación se relacionan con la información de la tabla. Para cada una de ellas debes seleccionar una opción que sea la más acorde a las condiciones de la situación.

1. La mayor temperatura registrada en la tabla corresponde a:

   a. La mayor altura de la montaña

   b. Los 1.200 m de altura

   c. La menor altura de la montaña

   d. Los 900 m de altura

2. Se puede afirmar de acuerdo con los datos que a mayor altura de la montaña:

   a. Es mayor la temperatura

b. Es constante en la temperatura

c. Hay variación en la temperatura

d. Es menor la temperatura

3. Los datos numéricos de la altura de la montaña están presentados de:

   a. Menor a mayor

   b. Mayor a menor

   c. En desorden

4. Los datos numéricos de la temperatura están dados de:

   a. Menor a mayor

   b. Mayor a menor

   c. En desorden

¿Cómo me ven los demás?

Elije un acontecimiento importante y especial en tu vida. Realiza un escrito sobre ese evento, ubicándolo espacial y temporalmente con otros hechos que lo acompañen. Por ejemplo, si el evento que seleccionas es el día que tuviste tu primera bicicleta, entonces en el escrito debes indicar algunos eventos que sucedieron en los meses anteriores y posteriores a ese momento. Utiliza unidades exactas de tiempo, un mes antes, cinco meses después, etc.

Luego, formen grupos de cinco estudiantes en los que todos compartan sus escritos, e indiquen en cada caso, los números relativos que pueden representar cada situación. Cuando sea necesario muestren la situación en una recta numérica sobre el tablero.

Conversen acerca de cómo se sintieron en la actividad y el aprovechamiento de esta para el afianzamiento de los temas trabajados.

- ¿Cómo te pareció desarrollar la actividad de manera grupal?
- ¿Cómo interpretaron los datos?
- ¿Consideras que trabajar en grupo es una actividad divertida y enriquecedora? Escribe un comentario.

¿Qué aprendí?

Responde según la manera en la que te desenvolviste en el desarrollo del módulo y justifica tu respuesta.

	Sí	No	A veces	Justificación
Uso los números relativos para representar situaciones.				
Reconozco el conjunto de los números enteros como otro sistema numérico.				
Establezco relaciones de orden entre dos o más números enteros.				
Uso valor absoluto para determinar distancias.				
Utilizo la recta numérica para ubicar un punto de referencia y determinar los valores relativos.				
Utilizo la recta numérica para representar los números enteros y determinar su ubicación y su distancia con respecto al cero.				
Utilizo el plano cartesiano para ubicar puntos a partir de sus coordenadas.				
Uso el ensayo y error para determinar los valores de ecuaciones.				
Participo activamente en clase, expresando mis opiniones de manera clara y respetuosa.				
Respeto las opiniones de mis compañeros.				

	Sí	No	A veces	Justificación
Me preocupo por preparar mis trabajos y exposiciones.				
Acepto mis errores o dificultades y trata de superarlos.				
Aporto en las actividades grupales.				
Soy tolerante con las diferencias de opinión cuando trabajo en grupo.				

Con tu maestro, determina estrategias para mejorar cada día tu trabajo. Establece un plan de seguimiento.

Módulo 3

Operemos con los números enteros

¿Qué vas a aprender?

La realización de las actividades propuestas en las guías que conforman este módulo te permitirá alcanzar estándares básicos de competencias en Matemáticas que privilegian el desarrollo del pensamiento matemático. En este módulo estudiarán las operaciones de adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación de los números enteros, con sus relaciones y propiedades. También se abordan situaciones problemas que se solucionan con algunas de esas operaciones.

Estándares básicos de competencias

Pensamiento numérico

- Justifico procedimientos aritméticos utilizando las relaciones y propiedades de las operaciones.
- Formulo y resuelvo problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos.
- Reconozco y generalizo propiedades de las relaciones entre números racionales (simétrica, transitiva, etc.) y de las operaciones entre ellos (conmutativa, asociativa, etc.) en diferentes contextos.
- Resuelvo y formulo problemas utilizando propiedades básicas de la teoría de números, como las de la igualdad, las de las distintas formas de la desigualdad y las de la adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación.
- Resuelvo y formulo problemas cuya solución requiere de la potenciación o de la radicación.

Pensamiento espacial

- Resuelvo y formulo problemas usando modelos geométricos.

Pensamiento métrico

- Resuelvo y formulo problemas que involucren factores escalares (diseño de maquetas, mapas).

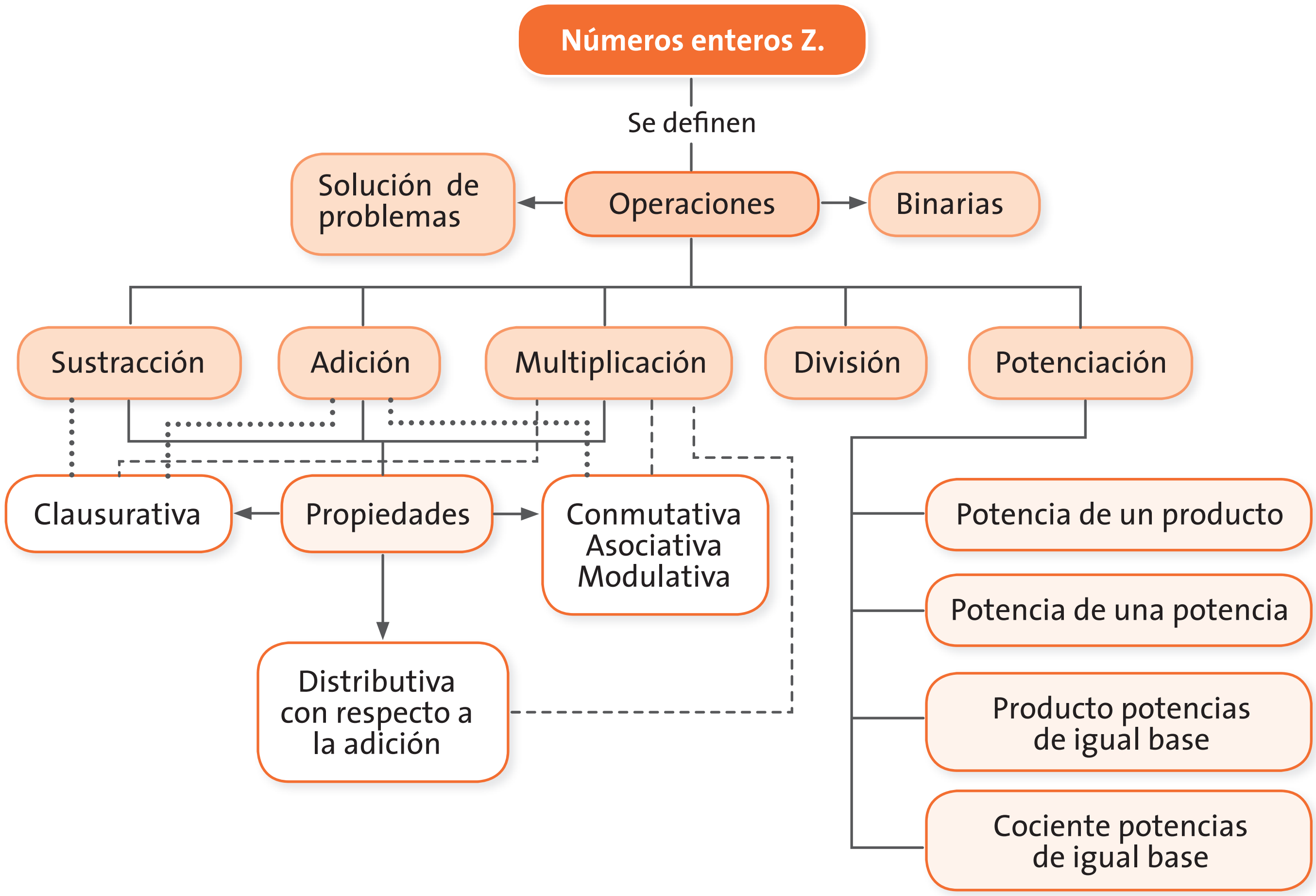
Pensamiento variacional

- Utilizo métodos informales (ensayo y error, complementación) en la solución de ecuaciones.

En la siguiente tabla se especifican las guías que contiene el módulo y lo que se desarrolla en cada una de ellas. Además se especifican los procesos de la actividad matemática que se favorecen en las actividades propuestas.

Guías	Conceptos	Procesos
Guía 8. Adición en los números enteros	**Adición de enteros**	Se favorecen los procesos de: • La **modelación,** cuando se establecen relaciones entre las distintas representaciones de los números enteros y entre las operaciones. • La **comunicación**, al expresar a otros sus ideas sobre las operaciones con números enteros de manera clara, socializando las diferentes utilidades y características de la aplicación de la adición, sustracción, multiplicación y división de números enteros, mediante la utilización de gráficas y tablas que contribuyan a esclarecer ideas. • El **razonamiento,** al seleccionar las propiedades y las operaciones apropiadas de los números enteros para dar solución a las diferentes situaciones o problemas. • La **formulación tratamiento y resolución de problemas,** al resolver problemas cuya solución requiere de los números enteros, aplicando las diversas operaciones que de ellos se derivan.
Guía 9. Sustracción en los números enteros	**Sustracción de enteros**	
Guía 10. Propiedades de las operaciones adición y sustracción de números enteros	**Propiedades de las operaciones adición y sustracción de enteros**	
Guía 11. Multiplicación de números enteros	**Multiplicación de números enteros**	
Guía 12. División de números enteros	**División de números enteros**	
Guía 13. Propiedades de las operaciones multiplicación y división de números enteros	**Propiedades de las operaciones de multiplicación y división de enteros**	
Guía 14. Multiplicando varias veces el mismo número	**Potenciación de números enteros y sus propiedades**	

El siguiente esquema te muestra los contenidos que se van a desarrollar en este módulo.



¿Para qué te sirve lo que vas a aprender?

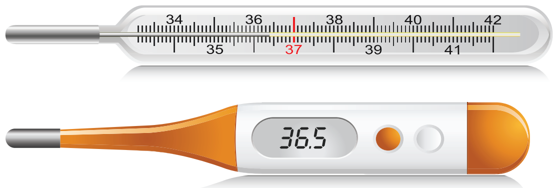
Sabiendo que los números enteros nos permiten la representación matemática de diversas situaciones que se presentan en nuestro día a día y que desde hace muchos años estos forman parte esencial en el desarrollo de las Matemáticas y por ende del de nuestra sociedad, no podemos dejar de lado la utilidad que las operaciones derivadas de estos tienen en nuestra vida, ya que nos permiten establecer relaciones entre los datos dados con este tipo de números. Con los números enteros podemos representar el cambio climático y decir que la temperatura es de -1ºC; con el uso de las operaciones con números enteros podríamos decir qué ocurriría si esta sube 33ºC más o si baja 5ºC y de esta forma saber qué tipo de ropa debemos usar según sea el caso.

Las operaciones con números enteros nos facilitan la vida y reducen el tiempo que podríamos gastar resolviendo determinados problemas de la cotidianidad.

¿Cómo y qué se te va a evaluar?

En el desarrollo de este módulo abordaremos diferentes actividades con diversas finalidades que guardan en común la generación de conciencia sobre tu proceso de aprendizaje.

Es así como, en primer lugar, buscaremos las bases para adquirir un nuevo conocimiento a través de actividades que te permitan aplicar los saberes adquiridos con antelación. Posteriormente avanzaremos por nuevos senderos del conocimiento y finalmente desarrollaremos actividades evaluativas, con las cuales podrás entender la utilidad de los conocimientos adquiridos en el desarrollo de tu vida y cuestionar el valor y la importancia que tienen diferentes formas de desarrollar las actividades propuestas.



Explora tus conocimientos

El termómetro

El termómetro es un instrumento de medición de temperatura. Desde su invención ha evolucionado mucho, principalmente a partir del desarrollo de los termómetros electrónicos digitales.

Inicialmente, se fabricaron aprovechando el fenómeno de la dilatación, por lo que se prefería el uso de materiales con elevado coeficiente de dilatación, de modo que, al aumentar la temperatura, su estiramiento era fácilmente visible. El metal base que se ha utilizado en este tipo de termómetros ha sido el mercurio, encerrado en un tubo de vidrio que incorpora una escala graduada.

- ¿Qué diferencia de temperatura experimenta una persona que pasa del cuarto frío de las verduras que se encuentra a 5ºC, al cuarto frío del pescado, que se encuentra a –12ºC?
- En un nevado el termómetro marcaba -14ºC a las 7 de la mañana; al mediodía la temperatura había subido 12 grados y a las 7 de la noche había bajado 5 grados respecto al mediodía. ¿Cuál era la temperatura a esa hora?
- Si la temperatura del aire disminuye según se asciende en la atmósfera, a razón de 8ºC cada 200 metros y la temperatura al nivel del mar en un punto determinado es de 0°C, ¿a qué altura vuela un avión si la temperatura del aire es de –64ºC?

Guía 8

Adición en los números enteros

Estándares

Pensamiento numérico

- Justifico procedimientos aritméticos utilizando las relaciones y propiedades de las operaciones.
- Formulo y resuelvo problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos.
- Reconozco y generalizo propiedades de las relaciones entre números racionales (simétrica, transitiva, etc.) y de las operaciones entre ellos (conmutativa, asociativa, etc.) en diferentes contextos.

Pensamiento espacial

- Resuelvo y formulo problemas usando modelos geométricos.

En esta guía se abordará la adición con números enteros desde su definición hasta su representación geométrica, lo que permitirá la solución de algunas situaciones que requieren de esta operación.

Lo que sabemos

Todos los movimientos describen una trayectoria, aunque a veces no pueda percibirse. Por ejemplo, cuando vas para la escuela sigues un camino que describe una trayectoria que puede ser recta o curva o cuando ves pasar un avión por el aire; o los movimientos que realiza la Tierra, entre otros.

Para indicar la trayectoria de un objeto que se desplaza, es necesario dar el inicio y el final de este; así se establece la dirección y la cantidad de unidades que se desplazó el objeto.

Supongamos que realizas los siguientes movimientos en línea recta:

Sales de tu casa y vas a la panadería recorriendo 150 m en dirección oriente. Al salir de allí, vas en la misma dirección hacia la farmacia recorriendo 200 m. De ahí, recorres 150 m hacia al occidente donde finalmente, te detienes a saludar a un amigo.

- Representa los desplazamientos descritos en el párrafo anterior sobre una recta numérica en la que cada unidad es un metro. Considera la ubicación de tu casa en el punto 0.

a. ¿En qué puntos de la recta inicia y finaliza el primer desplazamiento?

b. ¿En dónde inicia y finaliza el segundo? ¿Cuáles son los puntos inicial y final del tercer desplazamiento?

- Mauricio, Orlando y Alejandro son tres buenos amigos, ellos fueron a jugar al tiro al blanco, con las siguientes condiciones:

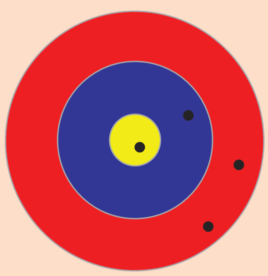
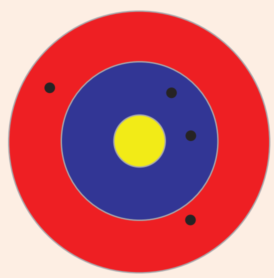
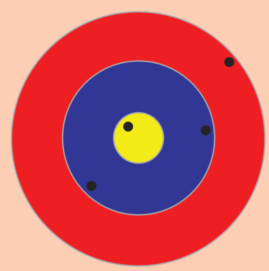
a. Si se daba en el color amarillo sumarían 10 puntos, en el azul se quitarían 5 puntos y en el color rojo se sumarian 3 puntos.

b. Cada uno lanzaríacuatro veces

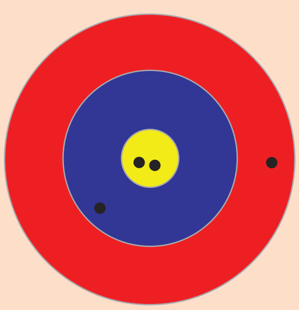
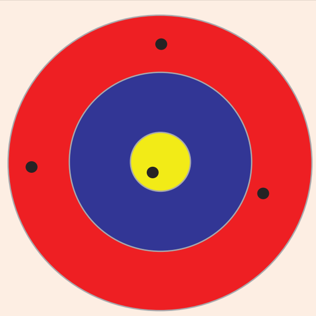
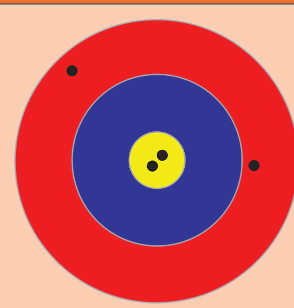
c. Jugarían solo dos rondas.

Los resultados fueron los siguientes:

En la primera ronda:

Mauricio	Orlando	Alejandro
		

En la segunda ronda:

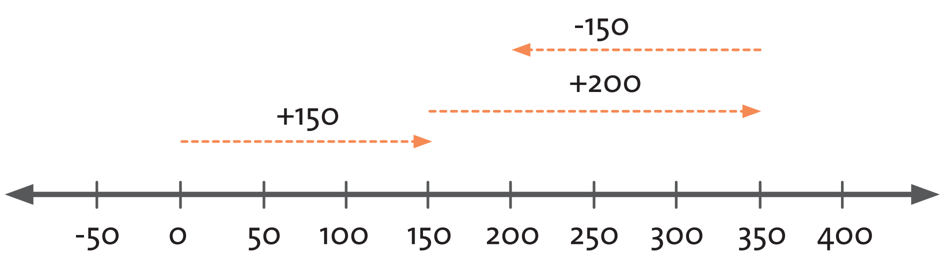
Mauricio	Orlando	Alejandro
		

- Según las condiciones dadas para el juego, ¿qué color o colores representan números negativos?
- ¿Cuál o cuáles colores representan números positivos?
- ¿Cuántos puntos logró Mauricio?
- ¿Cuántos puntos obtuvo Orlando?
- ¿Quién ganó la primera ronda?
- ¿Quién perdió en la segunda ronda?
- Al final, ¿quién ganó el juego? ¿Por qué?

Aprendamos algo nuevo

Trabajo en grupo

En la gráfica se representan los desplazamientos que se describen en la situación planteada en la página anterior.



- Escribe una expresión matemática que represente los dos primeros desplazamientos.
- Luego, escribe una expresión matemática que represente el segundo y el tercer desplazamiento.
- ¿Por qué sobre la recta el último desplazamiento se representa con un número negativo?

Todas las trayectorias realizadas sobre la recta de la situación, se representan con expresiones matemáticas que involucran adiciones, así:

» Primer desplazamiento: 0 + (+150) = +150

» Segundo desplazamiento (+150) + (+200) = +350

» Tercer desplazamiento: (+350) + (-150) = +200

La operación adición de los números enteros

Definir una operación necesita tres elementos: números que se operan, regla que se usa con esos números y símbolo de la operación.

La operación adición de los números enteros se define para dos números enteros con el fin de obtener otro número, cada uno de ellos se denominan sumando. Se simboliza con "+" y su regla consiste en:

a. Si los dos números enteros son del mismo signo se suman sus correspondientes valores absolutos como números naturales y al resultado se coloca el signo de los números enteros.

b. Si los dos números enteros son de distinto signo se restan sus correspondientes valores absolutos como números naturales y al resultado se le coloca el signo del número entero que tiene el mayor valor absoluto.

Estudia los siguientes ejemplos que mostrarán la aplicación de las reglas antes mencionadas, así como sus correspondientes representaciones geométricas.

Ejemplo 1: **(+4) + (+3)=**

Como son sumandos cuyos enteros tienen los signos iguales aplicó el literal a) de la regla, así:

Deduzco los valores absolutos de cada sumando:

$|+4| = 4 \qquad |+3| = 3$

Sumo los valores absolutos como números naturales

$$4 + 3 = 7$$

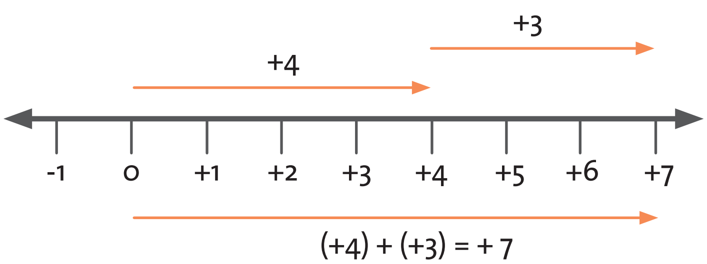
El resultado es 7 y se coloca el signo de los enteros que en este caso, es positivo; por tanto la respuesta es: +7

(+4) + (+3)= (+7)

Su correspondiente representación geométrica es:

Se representan los sumandos (+4) y (+3), uno seguido del otro.

Representación gráfica de +4+3



El resultado es la flecha que inicia en 0 y termina en (+7); por tanto:

$$(+4) + (+3) = (+7)$$

Ejemplo 2: **(-3) + (-2)=**

Como son sumandos cuyos enteros tienen signos iguales aplicó el literal a) de la regla, así:

Deduzco los valores absolutos de cada sumando:

$|-3| = 3$ $\qquad$ $|-2| = 2$

Sumo los valores absolutos como números naturales.

$$3 + 2 = 5$$

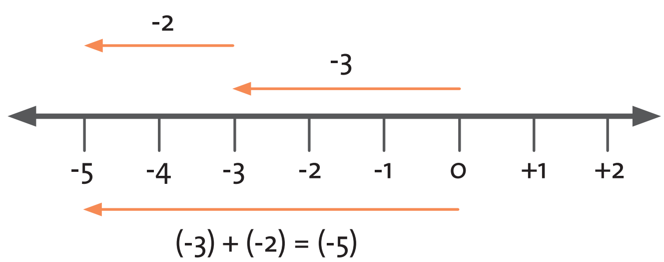
El resultado es 5 y se coloca el signo de los enteros que en este caso, es negativo; por tanto la respuesta es: -5

(-3) + (-2)= (-5)

Su correspondiente representación geométrica es:

Se representan los sumandos (-3) y (-2), uno seguido del otro.

Representación gráfica de -2-3



- El resultado de la adición de dos enteros positivos ¿es un entero positivo o negativo?
- El resultado de la adición de dos enteros negativos ¿es un entero positivo o negativo?
- Realiza las siguientes adiciones de números enteros aplicando la regla de adición, paso por paso, como se mostró en los ejemplos:

(-13) + (-27) $\qquad$ (-6) + (-45)

(+37) + (+18) (-8) + (-11) (-2) + (-5) (+7) + (+112)

- Comprueba las respuestas de las adiciones con su correspondiente representación geométrica.

Ejemplo 3: **(+7) + (-3) =**

Como son sumandos cuyos enteros son de distinto signo aplicó el literal b) de la regla, así:

Deduzco los valores absolutos de cada sumando:

$$|+7| = 7 \qquad |-3| = 3$$

Resto los valores absolutos como números naturales.

$$7 - 3 = 4$$

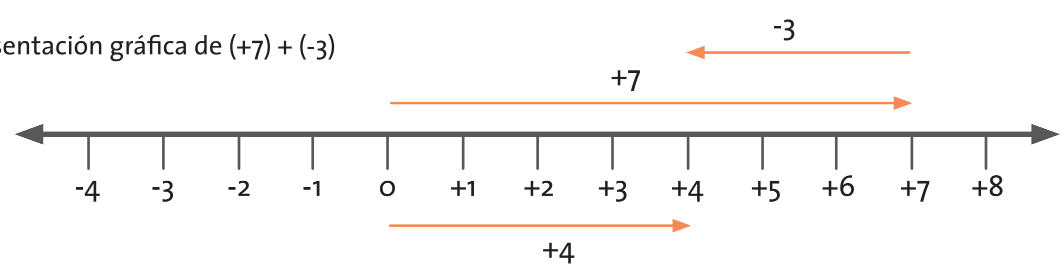
El resultado es 4 y se le coloca el signo del número entero con mayor valor absoluto que en este caso, es positivo; por tanto la respuesta es: +4

$$\mathbf{(+7) + (-3) = (+4)}$$

Su correspondiente representación geométrica es:

Se representan los sumandos (+7) y (-3), uno seguido por el otro sumando.

Representación gráfica de (+7) + (-3)



El resultado es la flecha que inicia en 0 y termina en (+4); por tanto:

$$(+7) + (-3) = (+4)$$

Ejemplo 4: **(+5) + (-9) =**

Como son sumandos cuyos enteros tienen distinto signo, aplico el literal b) de la regla así:

Deduzco los valores absolutos de cada sumando:

$$|+5| = 5 \qquad |-9| = 9$$

Resto los valores absolutos como números naturales:

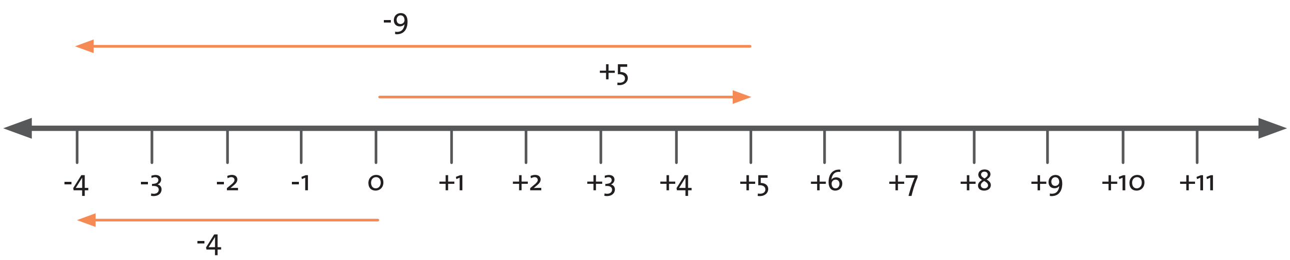
$$9 - 5 = 4$$

Al resultado, 4 se le asigna el signo del número entero con mayor valor absoluto que en este caso, es negativo; por tanto la respuesta es: -4

$$\mathbf{(+5) + (-9) = (-4)}$$

Su correspondiente representación geométrica es:

Representación gráfica de (+5) + (-9)



El resultado es la flecha que inicia en 0 y termina en (-4); por tanto:

$$(+5) + (-9) = (-4)$$

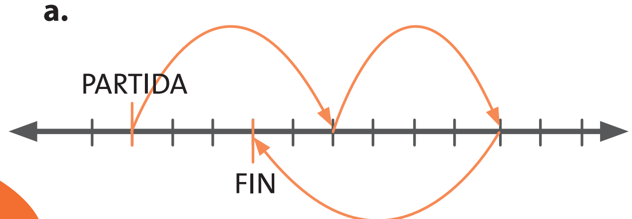
- Representa en una recta numérica la siguiente situación.
- Roberto camina 8 m al sur. Luego sube 11 m ¿Cuál es su nueva posición en la recta con respecto al punto de inicio?
- Halle los resultados de las siguientes adiciones representando en una recta y utilizando la regla para la adición de números enteros:

(+10) + (-16) (-45) + (+21) (+12) + (-8)

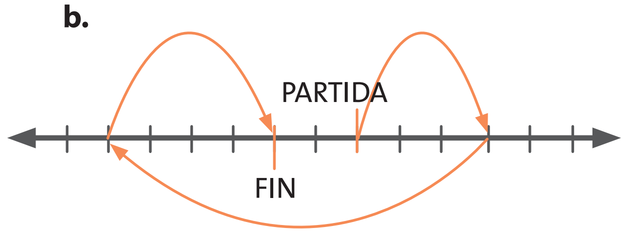
Ejercitemos lo aprendido

1. Escribe una expresión que represente los movimientos en cada recta y halla el resultado.

a.



b.



2. Analiza, representa y expresa matemáticamente cada situación.

- Luisa se desplaza 7 m hacia la derecha, luego 5 m hacia la izquierda. ¿A qué distancia se encuentra del punto de partida?

- José camina tres pasos a la izquierda a partir del cero. Después camina ocho pasos a la derecha, vuelve y avanza cinco pasos en la misma dirección. ¿En qué punto queda José?

Trabajo en grupo

Trabaja con un compañero y realicen las actividades que se proponen a continuación.

1. Ramón y Miguel son habitantes de una vereda de Pitalito, en el departamento del Huila. Un día se encontraron en la tienda, se saludaron y cada uno siguió su camino en bicicleta.

   Ramón partió hacia al oeste y Miguel al este de la tienda. Al cabo de una hora, Ramón había recorrido 3 Km y Miguel 4 Km en línea recta; a la segunda hora, Ramón se devolvió 3 Km, mientras que Miguel sólo se devolvió uno.

   Representen gráficamente el recorrido de Ramón y Miguel durante la primera hora.

   - ¿A qué distancia de la tienda se encuentra Ramón en la primera hora?
   - ¿A qué distancia de la tienda se encuentra Miguel en la primera hora?
   - ¿A qué distancia de la tienda se encuentra Miguel en la segunda hora?
   - ¿A qué distancia de la tienda se encuentra Ramón en la segunda hora?
   - ¿Cuántos kilómetros en total recorrió Ramón?
   - ¿Cuántos kilómetros en total recorrió Miguel?
   - ¿Cuántos kilómetros de distancia hay entre Miguel y Ramón en la segunda hora?

2. Digan cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas y cuáles falsas. Ilustren cada afirmación con un ejemplo, según sea el caso a favor o en contra de lo que dice el enunciado.

   - El resultado de la adición de dos enteros positivos es un entero positivo.
   - El resultado de la adición de dos enteros negativos es un entero positivo.
   - El resultado de la adición de dos enteros de diferente signo es un entero positivo.
   - El resultado de la adición de dos enteros de diferente signo puede ser un entero positivo o negativo.
   - El resultado de la adición de dos enteros negativos es un entero negativo.

3. Contesten las siguientes preguntas y justifiquen sus respuestas.

   - ¿La suma de dos números enteros será otro número entero?
   - Si en una adición de números enteros, uno de los sumandos es cero ¿cuál es el resultado?
   - ¿Si en una adición de enteros uno de los sumandos es (+5), cuál debe ser el otro entero para que el resultado de la adición sea cero?
   - ¿Si en una adición de enteros uno de los sumandos es (-3), cuál debe ser el otro entero para que el resultado de la adición sea cero?

4. Completen la información de la siguiente tabla para conocer el precio actual de cada producto.

Precio actual de algunos productos

Nombre del producto	Precio inicial por Kilogramo	Variación	Valor final por kilogramo
Cebolla	$1.200	Subió $200	$
Tomate		Bajó $150	$1.950
Aguacate	$2.500		$2.800
Guayaba	$1.400	Bajó $100	$
Zanahoria	$500	Subió $50	$

Guía 9

Sustracción en los números enteros

Estándares

Pensamiento numérico

- Justifico procedimientos aritméticos utilizando las relaciones y propiedades de las operaciones.
- Formulo y resuelvo problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos.

Pensamiento espacial

- Resuelvo y formulo problemas usando modelos geométricos.
- Resuelvo y formulo problemas que involucren factores escalares (diseño de maquetas, mapas).

Pensamiento variacional

- Utilizo métodos informales (ensayo y error, complementación) en la solución de ecuaciones.

Lo que sabemos

En esta guía se abordará la operación sustracción de números enteros y la justificación de su regla de aplicación a través de la relación que existe entre la adición y sustracción.

Trabajo en grupo

Reúnete con un compañero. Lean la siguiente situación.

María, José, Teresa y Luis son compañeros de la clase. Un día salen de la escuela al mismo tiempo y se desplazan en línea recta así: María 100 m hacia la derecha; José 130 m hacia la derecha; Teresa 20 m a la izquierda y Luis 80 m a la izquierda.

- Representen sobre una recta numérica cada uno de los desplazamientos realizados por María, José, Teresa y Luis. La distancia entre cada unidad es de 1 metro.
- ¿A qué distancia se encuentra José de María? ¿Qué expresión matemática permite calcular ese valor? Escríbanla.
- ¿Qué distancia hay entre Luis y Teresa? Escriban la expresión matemática que permite calcular ese dato.
- Calculen las siguientes distancias de acuerdo a la ubicación de las personas:
  » María y Teresa
  » Teresa y José
  » Luis y María
  » José y Luis
- Para cada una de las distancias escriban una expresión matemática que permita calcularlas.

Aprendamos algo nuevo

Contesta las siguientes preguntas:

- ¿Recuerdas cuál es la operación inversa de la adición, en los números naturales?
- ¿Cómo compruebas que 10 – 6 da 4?
- ¿Qué número le adicionas a 6 para obtener 10?
- Halla el valor de las siguientes diferencias:

  a. 12 – 7 b. 23 – 16

  c. 15 – 2 d. 18 – 14
- Realiza las correspondientes pruebas de las diferencias encontradas en cada una de las sustracciones.

En los números naturales cuando se tiene expresiones matemáticas que involucran la sustracción; y en ellas el minuendo es desconocido y se conocen el sustraendo y diferencia; para encontrar el valor del minuendo planteas la adición del sustraendo con la diferencia. Es la misma prueba de la sustracción.

Por ejemplo: ¿qué número debe ir en el lugar de la interrogación para obtener el resultado?

$$\underset{\text{minuendo}}{\boxed{?}} - \underset{\text{sustraendo}}{8} = \underset{\text{diferencia}}{5}$$

El valor desconocido se halla adicionando el sustraendo con la diferencia.

8 + 5 = 13

El número que va en el lugar de la interrogación es 13.

Halla, en cada caso, el valor del sustraendo:

a. ? – 3 = 7 b. ? – 12 = 3

c. ? – 21 = 31

La operación sustracción de los números enteros

Definir la operación de los números enteros exige comprender los tres elementos mencionados en la anterior guía, números con los que se trabaja, regla de aplicación y símbolo.

La sustracción está definida para dos números enteros, se simboliza con "–" y su regla de aplicación es:

Al minuendo se le adiciona el opuesto del sustraendo.

Por ejemplo:

$$(+4) - (+5) = (+4) + (-5) = (-1)$$

opuesto

Minuendo

Diferencia

Sustraendo

El resultado de la sustracción de los enteros dados es (-1).

Es decir, que la operación sustracción en los números enteros se define como una adición especial.

Estudia los siguientes ejemplos:

$$(+10) - (+4) = 10 + (-4) = (+6)$$

opuesto

Minuendo

Diferencia

Sustraendo

$$(+3) - (-5) = (+3) + (+5) = (+8)$$

opuesto

Minuendo

Diferencia

Sustraendo

$$(-6) - (-2) = (-6) + (+2) = (-4)$$

opuesto

Minuendo

Diferencia

Sustraendo

- Realiza las siguientes sustracciones. Aplica la regla:

  (-10) – (-4) (+10) – (-4)

  (-4) – (+10)

Analicemos de dónde viene la regla de la sustracción de los números enteros:

Si tenemos una expresión matemática de una sustracción de enteros donde el minuendo es desconocido. Por ejemplo:

$$\textbf{?} - (-9) = (+5)$$

Para resolverla planteamos una adición de la diferencia con el sustraendo y nos debe dar el minuendo.

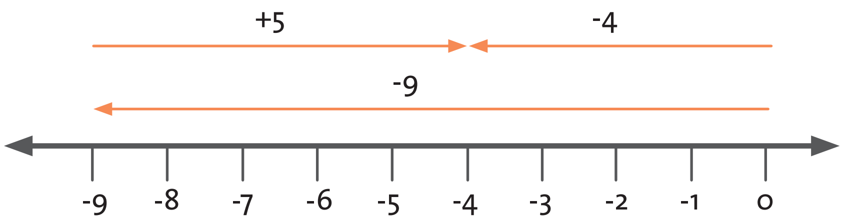
- ¿Cuál es el sustraendo de la expresión matemática?

- ¿Cuál es la diferencia de la expresión matemática?

Al expresar esa adición, obtenemos:

$$(-9) + (+5)$$

El número buscado es (-4) que es el valor del minuendo.



Analicemos las expresiones matemáticas:

Si el interrogante es -4, se tiene que:

$$(-4) - (-9) = (+5)$$

y la otra expresión que tuvimos fue:

$$(-9) + (+5) = (-4)$$

¿Cómo igualar las dos expresiones para que nos dé en ambas (+5), es decir el valor de la diferencia?

Al analizar la expresión (-9) + (+5) = (-4) y para que nos dé (+5), debemos escribirla de la siguiente forma (+5) = (-4) + (+9).

Es decir que,

(+5) = (-4) – (-9) y (+5) = (-4) + (+9) entonces como tenemos dos cosas que son iguales podemos afirmar que:

$$(-4) - (-9) = (-4) + (+9)$$

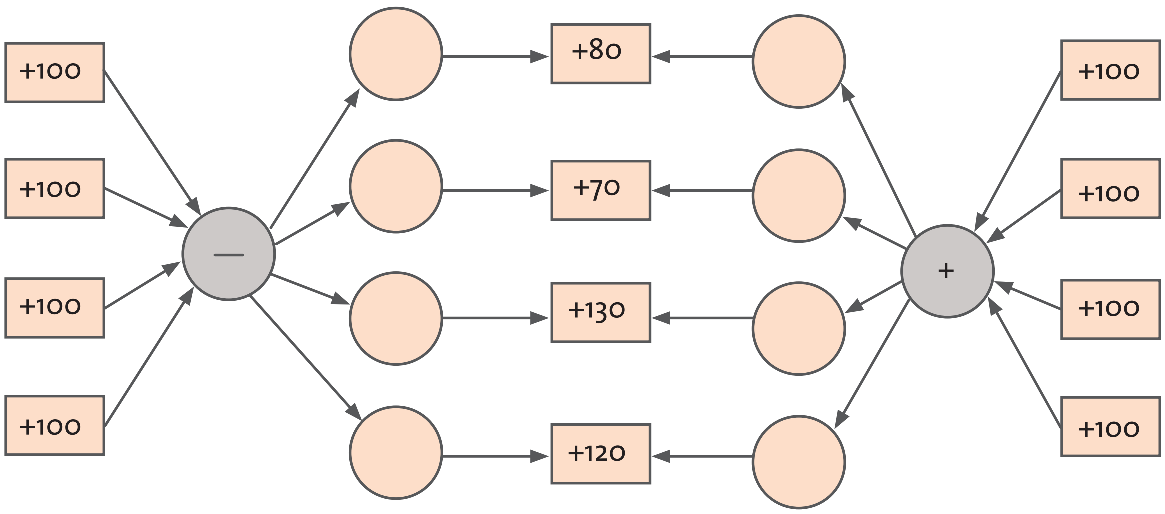
Observemos que el entero correspondiente al sustraendo se cambia por el opuesto y se da la regla de la sustracción **"al minuendo le sumo el opuesto del sustraendo"**.

- Escribe las adiciones necesarias para hallar el valor del interrogante de cada expresión matemática:

  ? – (+2) = (-1) ? – (-3) = (+4) ? – (+6) = (-11)

- Escribe las adiciones que utilizaste para encontrar el valor de los interrogantes del anterior ejercicio como una nueva adición cuyo resultado de esa suma sea el valor del interrogante.

- Completa el siguiente esquema con los correspondientes signos, de tal forma que el resultado de la columna central sea el mismo:



- ¿Cuáles son las operaciones matemáticas que se presentan en el listado de la izquierda?
- ¿Cuáles se presentan en el listado de la derecha?
- ¿Qué relación se puede establecer entre las operaciones de la izquierda y las de la derecha?

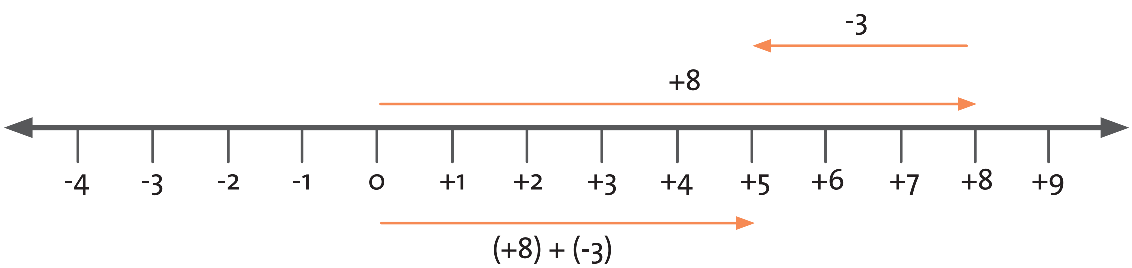
Toda sustracción puede expresarse como una adición en la que al minuendo le adicionó el opuesto del sustraendo.

Simbólicamente: $a - b = a + (-b)$. Donde a y b son números enteros.

Al igual que en la adición, la sustracción de enteros también puede representarse geométricamente:

$$(+8) - (+3) = (+8) + (-3)$$

Se representan los sumandos (+8) y (-3), uno seguido por el otro sumando.



El resultado de esta adición es el resultado de la sustracción.

Ejercitemos lo aprendido

1. Resuelve los siguientes problemas:

   » Mercedes tiene cuatro granadillas. ¿Cuántas debe agregar para obtener 12? Escribe la respuesta como un número entero.

   » Para la segunda ronda del campeonato de microfútbol, el equipo Arrayanes empieza con 14 puntos en contra. ¿Cuántos puntos debe ganar para obtener una puntuación final de 8 puntos a favor?

2. Halla el número que falta (?) en la operación:

$$-20+(+15)-(-?)=7$$
$$+35-(+7)+(-?)=18$$
$$+5+(-7)-(+?)=-23$$

3. Escribe las siguientes sustracciones como adiciones y resuélvelas.

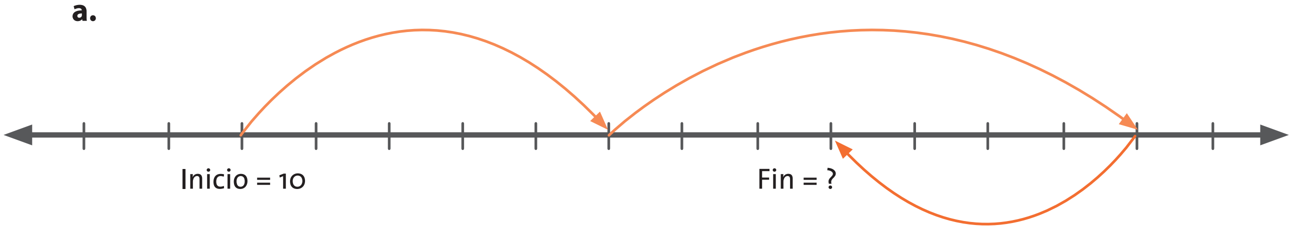
   a. (+12) – (+6)
   b. (+5) –(+11)
   c. (-25) – (-6)
   d. (+20) – (-8)
   e. (+7) – 0
   f. (+40) – (+30)
   g. (-10) – (-5)
   h. (+13) – (+18)

Trabajo en grupo

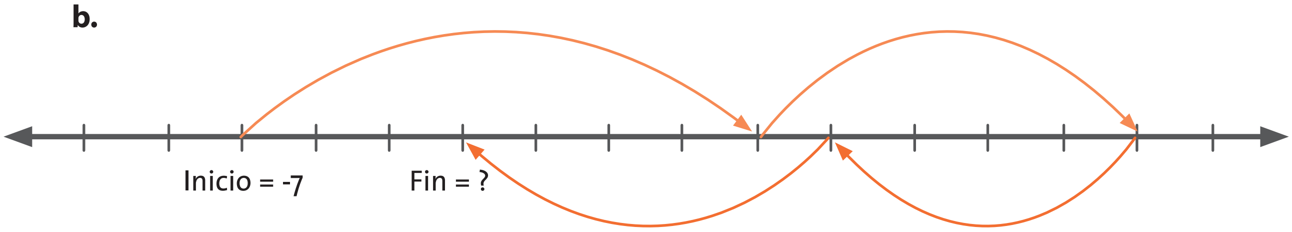
Reúnete con un compañero para realizar las siguientes actividades.

1. Escriban la expresión que refleje los movimientos marcados por las flechas en cada recta y hallen el resultado teniendo en cuenta el valor relativo de partida:

a.



b.



2. Escriban las sustracciones y encuentren el valor del dato desconocido.
- ¿Qué número debe sustraerse de -56 para que la diferencia sea +28?
- ¿Qué número restado de (+36) da (+48)?
- ¿Cuál es el minuendo, si el sustraendo es (+49) y la diferencia es (-7)?
- ¿Cuál es la diferencia si el sustraendo es (-19) y el minuendo es (-25)?
- ¿Cuál es el sustraendo si el minuendo es (+90) y la diferencia (-157)?

3. Resuelvan las siguientes sustracciones.

(+45) – (-13)	(-12) – (+34)	(-9) – (+15)
(+27) – (-31)	(-47) – (-65)	(-43) – (+60)

4. Nicolás salió de su casa en la mañana con $ 78.000. Primero pagó los recibos de servicios de luz y gas por un total de $ 49.000. Luego, se encontró con su padrino que le pagó $ 50.000 que le debía y después pagó el recibo del celular por $ 39.740. ¿Con cuánto dinero regresó Nicolás a la casa?

5. Mónica vive en el quinto piso de un edificio. Baja en ascensor seis pisos para ir a los sótanos de parqueaderos a recoger un regalo. Luego sube cuatro pisos para visitar a su amiga Inés quien está de cumpleaños. ¿En qué piso vive Inés?

Guía 10

Propiedades de las operaciones adición y sustracción de números enteros

Estándares

Pensamiento numérico

- Justifico procedimientos aritméticos utilizando las relaciones y propiedades de las operaciones.
- Formulo y resuelvo problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos.
- Resuelvo y formulo problemas utilizando propiedades básicas de la teoría de números, como las de la igualdad, las de las distintas formas de la desigualdad y las de la adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación.

Lo que sabemos

En los números naturales se estudiaron las propiedades que cumple la adición y que no cumple la sustracción. En esta guía, reconocerás cuáles propiedades cumplen las operaciones adición y sustracción de números enteros.

Trabajo en grupo

Forma pareja con un compañero y respondan las siguientes preguntas.

1. ¿Recuerdan las propiedades que cumple la operación adición de números naturales? Menciónenlas y den un ejemplo de cada una.

2. ¿Alguna de ellas se cumple en la operación sustracción de números naturales? ¿Cuáles sí y cuáles no? Construyan ejemplos que ilustren porque no cumplen con la propiedad.

3. Asocien con una flecha el ejemplo de la columna de la izquierda con el nombre de la propiedad de la columna de la derecha. Los ejemplos y las propiedades corresponden a la adición de números naturales.

$16 + 7 = 7 + 16$	Modulativa
$34 + 12 = 46$	Clausurativa
$48 + 0 = 0 + 48$	Asociativa
$(4 + 9) + 13 = 4 + (9 + 13)$	Conmutativa

4. ¿La adición de dos enteros cumplirá la propiedad conmutativa? Den un ejemplo para argumentar sus respuestas.

5. ¿La adición de números enteros cumplirá la propiedad asociativa? Argumenten su respuesta dando varios ejemplos.

Aprendamos algo nuevo

Representa geométricamente las siguientes adiciones de números enteros. Encuentra el resultado en cada caso:

(-8) + (+5) =	(+5) + (-8) =
(+7) + (-5) =	(-5) + (+7) =
(-10) + (-6) =	(-6) + (-10) =

- ¿Cómo son los resultados de las adiciones que tienen los mismos sumandos pero en diferente orden?
- Se parece a una propiedad que cumple la operación de los números naturales ¿Qué nombre recibe esa propiedad?

Propiedad conmutativa: La cumple la adición de los números enteros porque al alterar el orden de los sumandos el resultado no cambia.

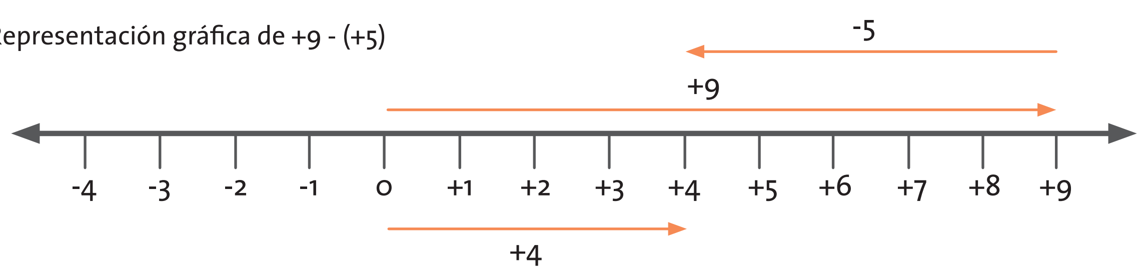
En la siguiente figura se ilustra la representación de la sustracción:

(+9) – (+5):

Al resolverla geométricamente se tiene:

(+9) – (+5) = (+9) + (-5)= (+4)

Representación gráfica de +9 - (+5)



- Calcula de manera geométrica y gráfica el valor de la diferencia de (+5) – (+9).
- ¿Son iguales o distintos los valores de las diferencias?
- ¿La sustracción cumple la propiedad conmutativa? ¿Por qué?

La sustracción de los números enteros no cumple la propiedad conmutativa porque al alterar el orden de los términos el resultado sí cambia.

- Resuelve las siguientes operaciones:

  (+8) + (-9) + (-1)

  (-7)+ (+11) + (+5)

En cada caso, agrupa los dos primeros sumandos y el resultado obtenido le sumas el tercer sumando.

Puedes usar otra forma, agrupa el segundo y tercer sumando y calcula el resultado. Luego, usa ese resultado y súmalo con el primer sumando.

- ¿En ambos casos obtienes el mismo resultado?

La adición de los números enteros cumple la propiedad asociativa porque al agrupar los dos primeros sumandos o los dos últimos sumandos cuando la adición presenta tres sumandos, no se altera el resultado.

¿Qué sucederá con la sustracción de los números enteros?¿Cumplirá la propiedad asociativa?

- Calcula el resultado de (+18) – (+9) – (+12).

Vemos la necesidad de realizar dos sustracciones. Para ello, hay que agrupar de a dos para obtener un resultado y con ese realizar la siguiente sustracción.

- ¿No importa cómo agrupas obtendrás el mismo resultado?
- ¿Obtendrás el mismo resultado si agrupas así [(+18) – (+9)] – (+12) que en esta otra forma (+18) – [(+9) – (+12)]? Comprueba la respuesta realizando los respectivos cálculos.

La sustracción de números enteros no cumple la propiedad asociativa porque la forma como se agrupen los números si altera el resultado.

Analicemos otra propiedad de la adición de números enteros.

- Halla los resultados de las siguientes adiciones:

(-8) + 0	0 + (-8)
7 + 0	0 + (+7)
0 + (-11)	(-11) + 0

- ¿Cómo son los resultados de las adiciones que tienen los mismos sumandos?
- Establece una relación entre los resultados de las adiciones y los sumandos. ¿Existe un valor igual o distinto entre los sumandos con el resultado?

La adición de números enteros cumple la propiedad modulativa porque al sumar un entero con el cero o el cero con el entero, siempre el resultado será ese entero.

La adición de cero a un número natural no modifica este último, por lo cual este número natural siempre va a ser nuestro resultado.

- ¿Qué sucederá con la sustracción de los números enteros? ¿Cumplirá la propiedad modulativa?
- Calcula el resultado de 0 – (+12). ¿Es el mismo que (+12) – 0?

La sustracción de números enteros no cumple la propiedad modulativa porque al sustraer un entero del cero o sustraer el cero del entero el resultado es distinto.

¿Sabías que 0 = (-0) = (+0)? Investiga cuándo los matemáticos se pusieron de acuerdo en esta igualdad.

Analicemos otra propiedad de la adición de números enteros.

- Representa las siguientes adiciones y calcula el resultado:

  (-3) + (+3) =   (+5) + (-5) =

  (-8) + (+8) =

- ¿Cómo son los sumados?
- ¿Cómo son los resultados de las adiciones iguales o distintas?

La adición de los números enteros cumple la propiedad del opuesto aditivo porque al sumar un entero con su opuesto o enteros opuestos entre si, el resultado siempre será cero.

- Determina con varios ejemplos qué sucede si se sustrae a un número entero su opuesto aditivo. ¿Cumple la sustracción la propiedad del inverso aditivo? ¿Por qué?

La sustracción de números enteros no cumple la propiedad del opuesto aditivo porque al sustraer un entero con su opuesto el resultado es distinto a cero.

Existe una propiedad que cumple tanto la operación adición como sustracción en los números enteros: la **propiedad clausurativa**. En ambas operaciones **siempre** obtienes como resultado un número entero.

Al adicionar a un número su opuesto, siempre se obtiene cero como resultado.

Ejercitemos lo aprendido

Trabajo en grupo

Reúnete con dos compañeros y realicen las siguientes actividades.

1. Escriban la propiedad clausurativa de la adición de números enteros.

2. Asocien con una flecha el ejemplo de la columna de la izquierda con el nombre de la propiedad de la columna de

la derecha. Los ejemplos y las propiedades corresponden a la adición de los números enteros.

(-5) + (+3) = (+3) + (-5)	Clausurativa
(-8) + 0 = 0 + (-8) = (-8)	Conmutativa
(-2) + (+4) = (+2)	Asociativa
(+7) + (-7) = (-7) + (+7) = 0	Modulativa
[(+4) + (+3)] + (-2) = (+4) + [(+3) + (-2)]	Opuesto aditivo

3. Respondan las preguntas.
   - ¿Cuál es el opuesto aditivo de (+4)?
   - ¿Cuál es el módulo de la adición en los números enteros, si se define módulo como aquel número que al adicionar un entero con él, se obtiene ese entero?
   - ¿Qué propiedad se cumple en la expresión (+4) + (+10) = (+10) + (+4)?
4. Calculen y describan qué propiedad ejecutan en cada paso:

   a. [(+1) + (-8)] + (+5)

   b. [(-2)+(+3)] – [(+9) – (+11)]
5. Completen la tabla realizando en cada columna la operación solicitada

Registro de operaciones entre los números enteros

a	b	*a + b*	*b + a*	*a – b*	b – a
+6	-25				
+8	+18				
-10	-15				
-36	-29				
-12	+54				
+7	+43				
-268	-167				
+729	-248				
-1863	-515				

6. En el cuaderno, completen la tabla. Marquen ✓ cuando se cumple la propiedad ó con x cuando no se cumple.

Registro de las propiedades de la adición de enteros

Propiedades	Operaciones con números enteros	
	Adición	Sustracción
Clausurativa		
Conmutativa		
Asociativa		
Modulativa		
Opuesto aditivo		

7. Escribe que propiedad se utilizó en cada una de las siguientes expresiones:
   - (-40) + (+35) = (+35) + (-40)
   - (-800) + 0 = 0 + (-800) = (-800)
   - (-2000) + (+4000) = (+2000)
   - (+58) + (-58) = (-58) + (+58) = 0
   - [(+32) + (+90)] + (-17) = (+90) + [(+32) + (-17)]

8. Verifica si las operaciones están correctas o no. Justifica tu respuesta:
   a. (+20) (-1 + 70) = -21 + 1400 = 1421
   b. -32 - 0 = -(32 + 0) = 0
   c. –(20+10-70) (+10)= (-20 -10 + 70)(+10) = (-30+70)(10) = -300 + 700 = +400

9. Para el mantenimiento de un tanque de agua dedicado a la cría de truchas con capacidad de 2.390 litros de agua, se sacaron 1.200 litros; después se depositaron 2.000 litros. Una semana después se sacaron 3.190 litros. ¿Cuántos litros de agua contiene ahora el tanque?

10. Representa cada situación en una recta numérica y resuélvela.
    - Un equipo de fútbol tiene 13 goles a favor y ocho en contra. ¿cuántos goles a favor o en contra; finalmente, tiene el equipo?
    - Una región registró una temperatura de -10ºC en la madrugada. Al mediodía la temperatura fue de +7ºC. ¿Cuántos grados centígrados ascendió o descendió la temperatura?
    - Un buzo se encontraba a 37 m bajo el nivel del mar. Ascendió 18 metros. ¿A qué nivel del mar se encuentra ahora el buzo?

11. Calcula los resultados de cada expresión. Compara los resultados de cada par de expresiones matemáticas y escribe el signo <, > ó = según corresponda.
    - (-8) + (-7) + (+12) . . . (-13) + (+5)
    - [(+20)–(+34)] + (-12) . . . (-23) – [(-3) + (+15)]
    - (+56) + (+45) + (-6) . . . (+12) + [(-1) – (-15)]
    - (+25) + [(+32) – (-4)] . . . [(-8) + (-16)] – (+5)

Guía 11

Multiplicación de números enteros

Estándares

Pensamiento numérico

- Justifico procedimientos aritméticos utilizando las relaciones y propiedades de las operaciones.
- Formulo y resuelvo problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos.
- Resuelvo y formulo problemas usando modelos geométricos.

Pensamiento espacial

- Resuelvo y formulo problemas que involucren factores escalares (diseño de maquetas, mapas).

Pensamiento variacional

- Utilizo métodos informales (ensayo y error, complementación) en la solución de ecuaciones.

Lo que sabemos

Esta guía abordará la multiplicación de números enteros y su representación geométrica.

Trabajo en grupo

Conforma grupos de trabajo.

Resuelvan cada situación sobre una recta numérica que represente kilómetros y estos estén marcados de 10 en 10.

- Supongan que un ciclista viaja hacia la derecha (sentido positivo), en línea recta, y recorre 20 Km cada hora. Si su punto de partida se representa con el punto 0 Km de la recta, ¿cuántos kilómetros habrá recorrido dentro de tres horas y en qué punto de la recta se encontrará?

- Supongan que el ciclista parte de un punto negativo de la recta numérica y avanza hacia la derecha (sentido positivo) 20 Km cada hora. Si en este momento se encuentra en el punto 0 Km, ¿en dónde se encontraba el ciclista hace cuatro horas en la recta?
- Supongan que un ciclista viaja hacia la izquierda (sentido negativo), en línea recta, y recorre 20 Km cada hora. Si su punto de partida se representa con el punto 0 Km de la recta, ¿cuántos kilómetros habrá recorrido dentro de cinco horas y en qué punto de la recta se encontrará?

Aprendamos algo nuevo

La multiplicación de los números enteros

Recordemos que para definir una operación se necesitan tres elementos: el tipos de números que se usan, el símbolo de operación y la regla de aplicación.

En este caso, la multiplicación se define para operar con números enteros, y se puede simbolizar de tres formas:

Con el signo "×"	Con el signo "•"	Sin ningún signo
(-1) × (+5)	(-1) • (+5)	(-1) (+5)

La regla para multiplicar dos números enteros dice que se multiplican los valores absolutos correspondientes como se hace con los números naturales. Al resultado de esa multiplicación se le da el signo positivo si los factores tienen el mismo signo y se le da el signo negativo si los factores tienen diferente signo.

Resolvamos (-1) • (+5)

Recordemos que los factores son los números enteros (-1) y (+5); y, el resultado de la multiplicación se llama producto.

Según la regla se multiplican los valores absolutos de los factores, en este caso

$$|-1| = 1 \text{ y } |+5|\ 5$$

$$1 \times 5 = 5$$

El signo dado a ese resultado es negativo puesto que los factores son de signos distintos; por tanto, el producto es (-5)

Es decir,

$$(-1) \bullet (+5) = (-5)$$

Estudiemos otro ejemplo:

$$(-4) \times (-5)$$

Se multiplican los valores absolutos de los factores:

$$|-4| = 4 \text{ y } |-5| = 5$$

$$4 \times 5 = 20$$

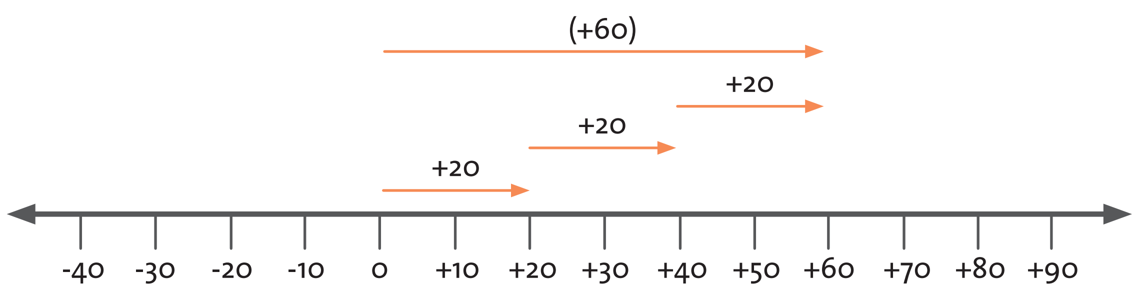
Se asigna el signo positivo al resultado porque los factores son de igual signo; entonces el producto es (+20)

$$(-4) \times (-5) = (+20)$$

Podemos representar las multiplicaciones geométricamente.

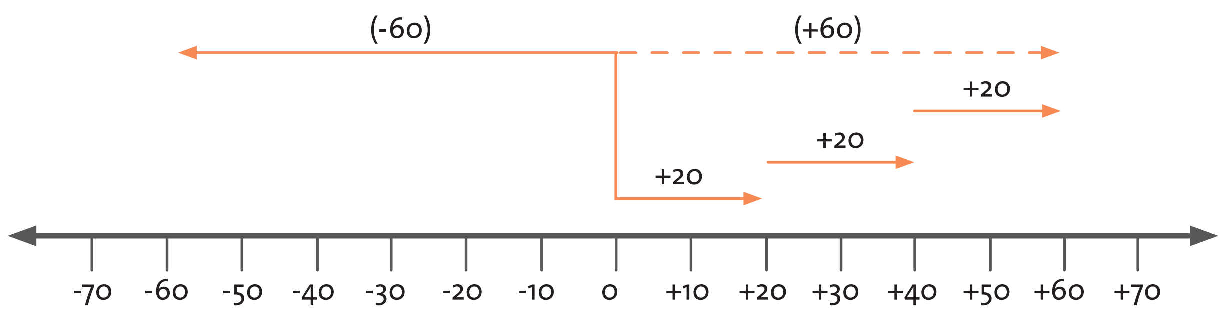
Ejemplo 1: Representemos (+3) x (+20)

Se tendrá que entender que se triplica (+20).

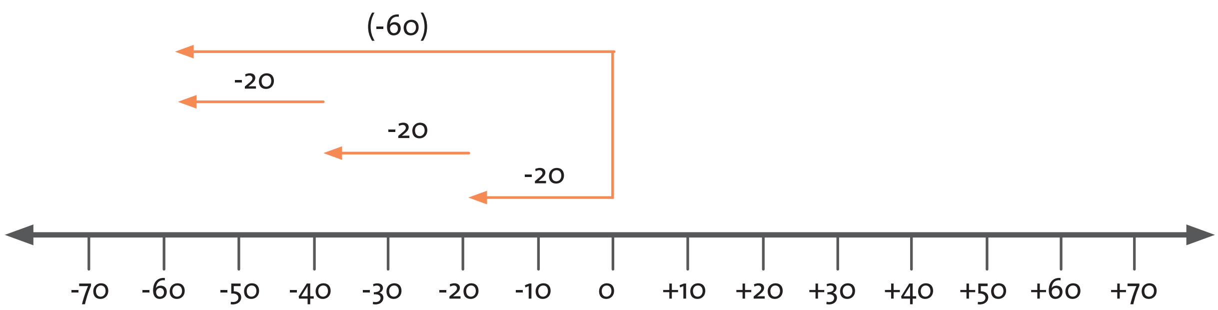


De forma parecida les debió quedar la solución del primer problema del ciclista realizado en esta guía.

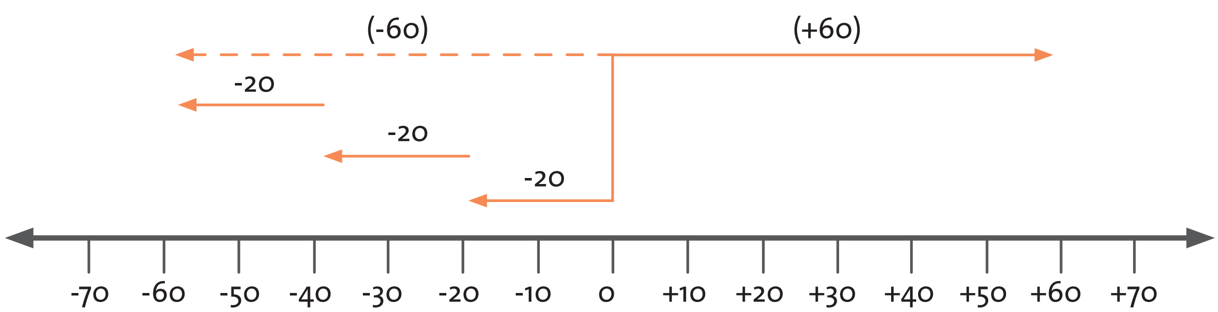
Ejemplo 2: Representemos (-3) x (+20). Se triplica 20 y el sentido de la flecha se invierte.



Ejemplo 3: Representemos (+3) x (-20). Se triplica (-20)



Ejemplo 4: Representemos (-3) x (-20). Se triplica (-20) y el sentido de la flecha se invierte.



Regla para multiplicar números enteros

El producto de dos números enteros, se halla multiplicando los números como si fueran números naturales. Si los números tienen igual signo, el resultado es positivo. Si tienen signos diferentes, el resultado es negativo.

Ejercitemos lo aprendido

Trabajo en grupo

1. Representen sobre una recta numérica las siguientes multiplicaciones.

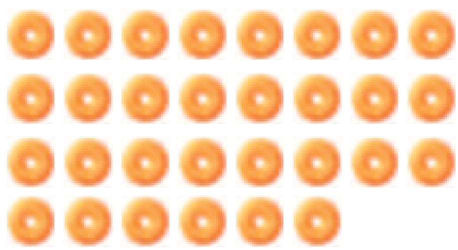
(-1) × (+8)	(+4) × (-3)	(-2) × (+5)
(+3) × (-6)	(-7) × (-4)	(-5) × (+3)

2. Calculen el producto aplicando la regla:

(-8) × (+9)	(+13) • (+5)	(-12) (+3)
(-4) × (-7)	(+7) • (-8)	(-51) (-16)
(+37) × (-48)	(-65) • (+7)	(+26) (-9)

3. Escriban la expresión matemática correspondiente a cada situación y resuélvanla.

- Un panadero produce 30 roscones por hora. Dentro de 5 horas ¿cuántos roscones habrá producido?



30 roscones por hora

5 horas

- Una tienda tiene cuatro cajas de chocolatinas. Cada caja contiene 20 unidades. Si dos personas compran dos chocolatinas cada hora. ¿Cuántas chocolatinas le quedarán a la tienda pasadas cinco horas?

- La acción de una empresa cuesta $2.500. Si cada día disminuye su valor en $100. ¿Cuánto costará la acción transcurrida una semana?

4. Busquen el número entero que reemplaza la letra *m* en cada expresión matemática para que la igualdad sea verdadera.

- (+3) • *m* = (+24) entonces *m* = ?
- (-5) • *m* = (-20) entonces *m* = ?
- *m* • (+7) = (-35) entonces *m* = ?
- (-2) *m* = (+16) entonces *m* = ?
- [(+4) + (5)] • *m* = (-36) entonces *m* = ?
- (-10) *m* = (+40) entonces m = ?
- (+1) • *m* = 0 entonces *m* = ?

Guía 12

División de números enteros

Estándares

Pensamiento numérico

- Formulo y resuelvo problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos.
- Justifico procedimientos aritméticos utilizando las relaciones y propiedades de las operaciones.

Pensamiento variacional

- Utilizo métodos informales (ensayo y error, complementación) en la solución de ecuaciones.

Lo que sabemos

Esta guía abordará la operación división de los números enteros y sus restricciones.

Trabajo en grupo

Reúnete con un compañero.

1. Respondan las preguntas, estableciendo la expresión matemática.
   - ¿Es posible encontrar un número entero que multiplicado con (+8) dé (+20)?
   - ¿Existe algún número entero que multiplicado por (+5) dé (+4)?
   - ¿Se puede encontrar algún número entero que multiplicado por (-6) dé (+42)?
2. Planteen una expresión matemática para resolver cada situación.
   - Tengo $ 80.000 para la semana. Si cada día gasto $ 20.000, ¿para cuántos días alcanza el dinero?
   - Un ciclista recorre 400 Km, durante 5 horas. Si mantiene una velocidad constante, ¿cuántos Km recorre cada hora?
3. Planteen un problema en el que se utilicen números enteros (positivos y negativos) y resuélvanlo.

Aprendamos algo nuevo

En cada una de las situaciones anteriores, se puede plantear una multiplicación donde uno de sus factores es desconocido o se puede plantear una división.

Por ejemplo, con números naturales podemos establecer las siguientes expresiones que son equivalentes:

$$24 \div 8 = \square \text{ o } 8 \times \square = 24 \text{ donde el número desconocido es 3.}$$

¿Plantearon divisiones en todas las situaciones de la sección “lo que sé” de esta guía? ¿En todas ellas se pudo permitió encontrar un número natural o entero en el cociente y el valor del residuo fue cero? ¿Por qué?

La división de los números enteros

Recordemos que para definir una operación se necesitan tres elementos: qué tipos de números se usan, símbolo de operación y regla de aplicación.

En este caso, se define para operar con números enteros excepto para el caso en donde cero es el divisor, y esta operación se puede simbolizar de dos formas:

Con el signo “÷”	Con el signo “/ ”	Con el signo “ $\lfloor\quad$ ”
(-10) ÷ (+5)	(-10) / (+5)	$(-10)\ \underline{\vert\ (+5)\quad}$

Regla para dividir dos números enteros

Se dividen los valores absolutos correspondientes como se hace con los números naturales. Al resultado de esa división se le da **el signo positivo** si el dividendo y el divisor tienen enteros del mismo signo y se le da **el signo negativo** si el dividendo y el divisor tienen enteros de diferente signo.

Resolvamos (-10) ÷ (+5)

Recordemos que (-10) es el dividendo y (+5) es el divisor; y, el resultado de la división se llama cociente.

Según la regla se dividen los valores absolutos del dividendo y del divisor, en este caso

$$|-10| = 10 \text{ y } |+5| = 5$$

$$10 \div 5 = 2$$

El signo que se le pone a ese resultado es negativo ya que el dividendo y el divisor tienen enteros de diferente signo; por tanto, el cociente es (-2)

Por lo tanto,

$$(-10) \div (+5)= (-2)$$

Estudiemos otro ejemplo:

$$(-20) \div (-5)$$

Se dividen los valores absolutos correspondientes al dividendo y al divisor:

$$|-20| = 20 \text{ y } |-5| = 5$$

$$20 \div 5 = 4$$

Se asigna el signo positivo al resultado, porque el dividendo y el divisor tienen enteros de igual signo; entonces el cociente es (+4)

$$(-20) \div (-5) = (+4)$$

Podemos representar las divisiones geométricamente.

- Completen la información de la siguiente tabla.

Operaciones de números enteros

Multiplicación	División
(+4) × (+7) = (+28)	(+28) ÷ (+7) = (+4)
(+5) × (-6) = (-30)	(-30) ÷ (-6) = (+5)
(-9) × (+4) = (-36)	
(-4) × (-8) = ____	
(+9) × (-2) = ____	
(-5) × (-13) = ____	
(-6) × (+9) = ____	

Ejercitemos lo aprendido

1. Calcula el cociente e identifica en cada una de las divisiones el dividendo y divisor.

(-33) ÷ (+11) =   (+45) ÷ (-5) =   (+72) ÷ (-9) =

(-144) ÷ (-12) =   (-32) ÷ (4) =   (-65) ÷ (-5) =

(-18) ÷ (-9) =   (-500) ÷ (-25) =   (+147) ÷ (-3) =

(-448) ÷ (-8) =   (+308) ÷ (-11) =   (-125) ÷ (+5) =

- Identifica qué relación existe entre el dividendo y el divisor para que el residuo sea cero en todos los casos.

2. Realiza las siguientes divisiones e identifica en cada una de ellas el dividendo, el divisor y el cociente.

(-5) ÷ (+3)   (+62) ÷ (+9)   (-1) ÷ (-3)   (+3) ÷ (-21)

$\frac{(-5)}{(+3)}$ $\frac{(+62)}{(+9)}$ $\frac{(-1)}{(-3)}$ $\frac{(+3)}{(-21)}$

- ¿Todas las divisiones tienen residuo?

- ¿Todas las divisiones tienen cociente que sea un número entero?

3. Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifica tu elección.

   - Si el dividiendo es múltiplo del divisor y ambos son números enteros negativos entonces el cociente es un entero negativo.

   - Si el dividiendo es múltiplo del divisor y el cociente es un entero negativo entonces o el dividendo o el divisor es un entero negativo.

   - El cociente de la división entre dos números enteros siempre es un número entero.

   - Si el dividiendo es múltiplo del divisor y ambos son números enteros positivos entonces el cociente es un entero positivo. La división está definida para cualquier par de números enteros.

Trabajo en grupo

Forma un grupo con dos compañeros.

1. Resuelvan los siguientes problemas:

   » María tiene 12 naranjas, cada naranja tiene 12 gajos. Si desea compartirlos en partes iguales con tres personas más. ¿Cuántas gajos le corresponden a cada uno?

   » Andrés tiene $9.000, le debe a José, a Adriana y a Inés la suma de $5.000 a cada uno, si Andrés desea abonarles a los tres, ¿Cuánto dinero le puede pagar a cada uno? ¿Cuánto dinero le hará falta para cubrir totalmente las deudas?

2. Escriban una expresión matemática para resolver cada situación problema. Hallen la respuesta.

   - Camilo ahorra $ 2.500 cada semana. Si tiene ahorrados $30.000, ¿Cuántas semanas lleva ahorrando?

   - Una deuda asciende a $180.000 cada mes. En dos meses, se quiere reducir la deuda a $ 60.000, ¿cuánto dinero se debe abonar? ¿Cuántas veces se redujo el valor de la deuda con respecto a lo que queda después del abono?

Guía 13

Propiedades de las operaciones multiplicación y división de números enteros

Estándares

- Justifico procedimientos aritméticos utilizando las relaciones y propiedades de las operaciones.
- Formulo y resuelvo problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos.
- Resuelvo y formulo problemas utilizando propiedades básicas de la teoría de números, como las de la igualdad, las de las distintas formas de la desigualdad y las de la adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación.

Lo que sabemos

Esta guía busca analizar cuáles propiedades cumple las operaciones multiplicación y división de números enteros. Reconocer las propiedades que cumple las operaciones permite facilitar los cálculos de algunas expresiones que involucran resultados parciales para encontrar el resultado final.

Trabajo en grupo

Forma pareja con un compañero.

1. Asocien con una línea los resultados iguales de las operaciones que se encuentran en la columna derecha con los de la columna de la izquierda.

$(-2) \times (+8)$	$(+1) \times (-15)$
$[(+34) \times (-7)] \times 4$	$(5 \times 6) + [(+5) \times (-13)]$
$(-15) \times (+1)$	$(+8) \times (-2)$
$(+5) \times [6 + (-13)]$	$(+34) \times [(-7) \times (+4)]$

2. Analicen si los siguientes enunciados son falsos o verdaderos. Justifiquen sus respuestas.

   - El producto de dos números enteros es siempre otro número entero.
   - El orden de los factores en la multiplicación de enteros no altera el producto.
   - Al multiplicar cualquier entero por (+1) el producto es igual al entero dado.
   - Al multiplicar tres enteros, el resultado no depende de la forma como se asocien los factores.

Aprendamos algo nuevo

Analizaremos cuáles son las propiedades que cumplen la multiplicación y la división de los números enteros.

- Calcula los siguientes productos y analiza si el resultado de esas multiplicaciones siempre es un número entero.

  (-12) × (-5)   (+14) • (-4)
  (+11) (-21)   (-7) (-9)

- ¿Existirá una multiplicación de enteros cuyo resultado no sea un número entero? Escribe un ejemplo a favor o en contra de la pregunta.

La multiplicación de números enteros cumpla la propiedad clausurativa porque siempre el resultado es un número entero.

Por ejemplo, (-8) × (-5) = (+40), y (+40) es un número entero.

(+5) × (-11) = (-55); (-55) es un número negativo.

- ¿La división de números enteros cumple la propiedad clausurativa? Escribe un ejemplo a favor o en contra.
- Calcula los siguientes cocientes y analiza si todos los resultados son números enteros.

  (+72) ÷ (-3)   (-15) ÷ (-4)
  (+1) ÷ (+3)   0 ÷ (-1)

La división de números enteros no cumple la propiedad clausurativa porque existen resultados que no pertenecen a los números enteros.

- Calcula los siguientes productos.

  (+6) × (-5)   (-5) × (+6)

  (-7) × (+4)   (+4) × (-7)

  (-3) × (-2)   (-2) × (-3)

- ¿Qué relación existe entre los factores de las multiplicaciones que da siempre el mismo valor del producto?

En una multiplicación no importa en qué orden multipliquemos los factores, ya que el resultado siempre será el mismo. La multiplicación de números enteros cumple la propiedad conmutativa porque al alterar el orden de los factores el resultado no cambia.

Estudiemos si la división cumple la conmutativa a través de un ejemplo:

Si tenemos que (-15) ÷ (+3) = (-5) y cambiamos el orden del dividendo y del divisor tenemos (+3) ÷(-15) = (-0,2). Utiliza la calculadora para comparar la respuesta.

Si observamos, los resultados no son iguales; y en un caso, uno de los resultados no pertenece a los números enteros.

Por tanto,

La división de números enteros no cumple con la propiedad conmutativa, porque al alterar el orden del dividendo y el divisor el resultado sí cambia.

- Escribe un ejemplo de división con números enteros que al cambiar el orden del dividendo y del divisor, si dé, el mismo resultado. ¿Será el único ejemplo o existen otros?

Estudiemos si la multiplicación y la división con enteros cumplen la propiedad asociativa.

- Halla el resultado de (+34) × (-7) × (+4).

Probablemente lo que hiciste fue multiplicar los dos primeros factores y el resultado de esa multiplicación lo multiplicaste por el tercer factor. ¿Será que cambia el resultado si multiplicas, primero: el segundo con el tercer factor. Ese resultado lo multiplicas con el primer factor?

Comprobemos las dos formas:
Primera forma:

$$[(+34) \times (-7)] \times (+4) = (-238) \times (+4) = (-952)$$

Segunda forma:

(+34) × [(-7) × (+4)], cuyo producto es:
(+34) × (-28) = (-952)

Por lo tanto,

La multiplicación de números enteros cumple la propiedad asociativa, porque al agrupar los dos primeros factores o los dos últimos factores, cuando la multiplicación presenta tres factores, no se altera el resultado.

- ¿Será que la división cumple la propiedad asociativa?

Observemos el siguiente ejemplo: (+128) ÷ (+8) ÷ (+2)

$$[(+128) \div (+8)] \div (+2) = (+16) \div (+2)$$

$$= (+8)$$

$$(+128) \div [(+8) \div (+2)] = (+128) \div (4)$$

$$= (+32)$$

La propiedad asociativa no se cumple en la división de enteros, puesto que existe un caso, en que [(+128) ÷ (+8)] ÷ (+2) el resultado es diferente a (+128) ÷ [(+8) ÷ (+2)].

Por lo tanto,

La división de números enteros no cumple la propiedad asociativa, porque la forma como se agrupen los números si altera el resultado.

- Aplica la propiedad asociativa para hallar los siguientes productos:

  (+3) (-2) (+8)   (-1)(-4)(-5)   (+4) • (+7) • (+11)

- Escribe un ejemplo de dos divisiones consecutivas donde se pueda aplicar la propiedad asociativa.

En algunas ocasiones se pueden aplicar varias propiedades para resolver una operación.

$$5 \times 7 \times (-2) \times 3 = [5 \times 7 \times (-2)] \times 3$$

$$= [5 \times (-2) \times 7] \times 3$$

$$= [(-10) \times 7] \times 3$$

$$= (-70) \times 3$$

$$= -210$$

¿Qué otra propiedad se aplicó?

- ¿Será que la multiplicación de enteros cumple la propiedad modulativa? Justifica tu respuesta.

- Realiza las siguientes multiplicaciones:

$(+4) \times (-1)$ $(+4) \cdot (+1)$ $(-5) \times (-1)$ $(-5) \cdot (+1)$

$(+12) \times (-1)$ $(+12) \cdot (+1)$ $(-3) \times (-1)$ $(-3) \cdot (+1)$

- ¿Cuál es el módulo de la multiplicación de números enteros?

La multiplicación de números enteros cumple la propiedad modulativa porque al multiplicar un entero con (+1) o el (+1) con el entero, siempre el resultado será el mismo entero.

El resultado de la multiplicación de un número entero por uno siempre será el mismo entero.

Por ejemplo,

$(-8)(+1) = (-8)$ y $(+1)(-8) = (-8)$ porque la multiplicación de enteros cumple la propiedad modulativa.

- ¿Será que la división de enteros cumple la propiedad modulativa?

- Realiza las siguientes divisiones:

$(-8) \div (+1)$ $(-5) \div (+1)$ $(+1) \div (-8)$ $(+1) \div (-8)$

La división de números enteros no cumple la propiedad modulativa porque al dividir un entero por (+1) ó dividir (+1) por el entero, el resultado es distinto al entero en la segunda división.

- Observa y determina ¿con qué operación se relacionó la expresión

$$(+5) \times [(+6) + (-13)]?$$

¿Recuerdas el nombre de esta propiedad?

La solución de esta expresión se puede calcular como la suma de dos productos así:

$$(+5) \times [(+6) + (-13)] = (+5) \times (+6) + (+5) \times (-13)$$

$$= (+30) + (-65)$$

$$= (-35)$$

O se puede resolver como la multiplicación de un número por el resultado de una adición:

$$(+5) \times [(+6) + (-13)] = (+5) \times (-7)$$

$$= (-35)$$

En ambos casos dio (-35).

Propiedad distributiva con respecto a la adición

Invita a ver un producto como la adición de dos productos o la multiplicación de un número por el resultado de una suma. En ambos casos da el mismo resultado.

Si en lugar de una adición es una sustracción, también se puede aplicar la propiedad distributiva, pues recuerden que toda sustracción se puede expresar como una adición.

Ejemplo:
Apliquemos la propiedad distributiva a la expresión: $(+7) \times [(+8) - (-6)]$

$(+7) \times [(+8) - (-6)] = (+7) \times [(+8) + (+6)]$, ya que restar un número es adicionar su opuesto.

Entonces $(+7) \times [(+8) + (+6)] = [\ (+7) \times (+\ 8)\ ] + [\ (+7) \times (+6)\ ] = (+56) + (+42) = (+98)$

O de la otra forma:

$$(+7) \times [(+8) + (+6)] = (+7) \times (+14) = (+98)$$

Acuerdo sobre números enteros:

Existe un acuerdo para escribir los enteros positivos: no escribirle antes el signo más; es decir, en lugar de escribir +2 se deja sólo 2. Este acuerdo permite reconocer que los números enteros positivos son los mismos números naturales. De ahora en adelante usaremos dicho acuerdo en el libro.

Ejercitemos lo aprendido

1. Una babosa sube por una rama 2 centímetros cada 10 minutos. Cada 30 minutos descansa 5 minutos y se desliza hacia atrás 2 centímetros. ¿Cuánto habrá avanzado después de 3 horas de recorrido? ¿Cuántos centímetros de recorrido ha perdido entre sus descansos y retrocesos?

2. Indica la propiedad que se aplica en cada caso. Justifica.

   $(-4) \cdot 8 = 8 \cdot (-4)$

   $1 \times (-15) = (-15) \times 1$

   $[6 \times (-11)] \times 9 = 6 \times [(-11) \times 9]$

   $(-7) \times [(-7) + (-14)] = (-7) \times (-7) + (-7) \times (-14)$

3. Aplica las propiedades para simplificar los cálculos. Luego compruébalos con una calculadora.

   $(-4) \times (-5) \times 6$

   $(-18) \cdot (-3) + (-18) \cdot 7 + (-18) \cdot (-1)$

   $5 \cdot [8 + 12 - (-4)]$

   $(-11) + \{(-6) \cdot [(5) - ((-7) \times 8)]\}$

Trabajo en grupo

Trabaja con un compañero.

1. Resuelvan cada expresión aplicando la propiedad distributiva.

   (-3)[5 + (-10)]   (-8)[(-17) + (-15)]

   9[6 – (-3)]   16[14 – (-18)]

   [-8 +(-4)] (-7)   [(-7) + 16] (-12)

2. Nelson le explica a Sonia la propiedad distributiva diciendo que consiste en establecer una multiplicación cuyos factores son el resultado de dos sumas. Le muestra este ejemplo $(3+2) \times (-5) = (3+2) \times (3+(-5))$. ¿Tiene razón Nelson? Justifiquen su respuesta.

3. Si se invierte el orden de los términos, dividendo y divisor, ¿siempre el cociente es un número entero?

   - Compruébenlo con algunos ejemplos.
   - ¿Qué propiedad se está comprobando?

4. Analicen, discutan y respondan.

   - ¿Puede ser (-1) el módulo de la multiplicación de números enteros? ¿Por qué?
   - ¿Puede ser el cero el módulo de la multiplicación de enteros? ¿Por qué?
   - ¿Existen divisiones donde se cumpla la propiedad modulativa?
   - ¿Existen divisiones donde se cumpla la propiedad asociativa?
   - ¿Existen divisiones donde se cumpla la propiedad conmutativa?

5. El producto de dos números es (-360). Si uno de los factores es (-18), ¿cuál es el otro factor?

6. Así como se hizo con los números naturales es posible establecer múltiplos y divisores. Escribe los divisores en común de las siguientes parejas de números enteros.

   45 y (-12)   (+6) y (-3)

   Halla los múltiplos comunes de las siguientes parejas de números enteros.

   2 y 6   (-4) y (-12)

Guía 14

Multiplicando varias veces el mismo número

Estándares

Pensamiento numérico

- Justifico procedimientos aritméticos utilizando las relaciones y propiedades de las operaciones.
- Resuelvo y formulo problemas cuya solución requiere de la potenciación o radicación.
- Resuelvo y formulo problemas utilizando propiedades básicas de la teoría de números, como las de la igualdad, las de las distintas formas de la desigualdad y las de la adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación.

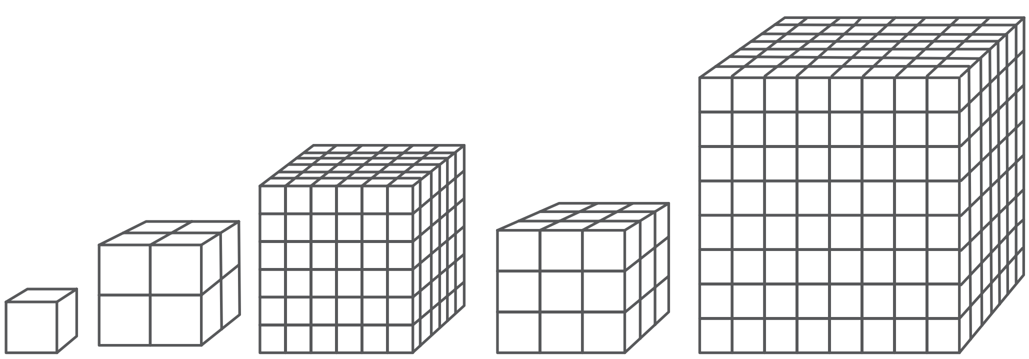
Lo que sabemos

Las actividades planteadas en esta guía te ayudarán a comprender una operación conocida como potenciación. Igualmente, se abordarán algunas de las propiedades que cumple.

Trabajo en grupo

Conforma grupos de cuatro compañeros. Analicen los siguientes ejercicios y obtengan conclusiones.

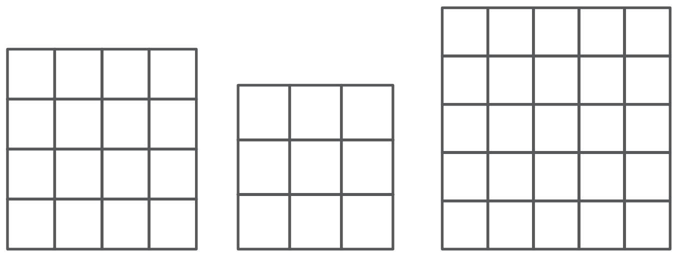
1. Dentro de una caja de cartón se deben colocar otras cajas pequeñas. Si por cada lado de la caja grande caben cuatro cajas pequeñas, ¿cuántas cajas pequeñas caben en la grande?



2. ¿Qué procedimientos realizaron para determinar el número de cajas pequeñas?

3. Calculen el número de cubos de cada figura y escriban el procedimiento que utilizan.

4. Calculen el número de cuadrados que hay en cada figura.



5. Qué resultado obtienen si multiplican:

» (-1) (-1) (-1) (-1) (-1)?

» 2 • 2 • 2 • 2 • 2

» (-2) × (-2) × (-2) × (-2) × (-2)

Aprendamos algo nuevo

Todos los ejercicios de la sección "*Lo que sabemos*" tienen en común la forma de realizar los cálculos puesto que se multiplica varias veces el mismo número.

Es una nueva operación llamada **potenciación**.

Esta operación se define para dos números enteros. Su simbolización está relacionada con su regla de aplicación. El número que se repite como factor se llama base. Al lado derecho y en la parte superior de la base se escribe el número que indica las veces que aparece el factor y este se llama exponente. El resultado se llama potencia.

Por ejemplo:

$$(-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) = 625$$

(-5) es el factor que se repite 4 veces

Utilizando la potenciación, esa expresión se escribe: $(-5)^4 = 625$.

En este caso la base es (-5), el exponente es 4 y 625 es la potencia.

Como parte de la definición de potenciación existen dos casos especiales, uno cuando el exponente es cero, la potencia siempre es uno;

Por ejemplo: $3^0 = 1$

Y el otro, cuando el exponente es uno, la potencia siempre es la base.

Por ejemplo: $25^1 = 25$

Otro ejemplo:

Exponente

$$\underbrace{4}_{\text{Base}}{}^{3} = 4 \times 4 \times 4 = 64 \longrightarrow \text{Potencia}$$

- Calcula el resultado de las siguientes potencias

$(-2)^4 =$	$2^4 =$
$(-4)^2 =$	$4^2 =$
$(-5)^3 =$	$(5)^3 =$
$(-2)^5 =$	$2^5 =$

- Analiza cuando el par de potencias tienen el mismo resultado. Justifica tus respuestas.
- Analiza cuando el par de potencias tienen el mismo valor absoluto pero tienen signos diferentes. Comprueba con otros ejemplos.
- Determina qué signo tiene el resultado de cada potencia.
- Realiza una conjetura que permita establecer qué tipo de número entero dará el resultado de la potencia. Confirma tu conjetura calculando las potencias siguientes:

8^3 y $(-8)^3$; 7^2 y $(-7)^2$

En el caso de que las potencias tengan como base un entero negativo, el tipo de entero que resultará depende del exponente. De tal forma que si el exponente es par, el resultado será un entero positivo; en cambio, si es el exponente es impar, el resultado será un entero negativo. Es decir, que la potencia será positiva el exponente sea par, o que la base sea positiva en el caso contrario, la potencia del numero entero será negativa.

La potenciación de números enteros cumple con algunas propiedades.

1. Propiedad: Producto de potencias con igual base

- Expresa como una potencia los siguientes productos:

  $3^2 \times 3^4 = (3 \times 3) \times (3\times 3\times 3\times 3) = 3 \times 3\times 3\times 3 \times 3\times 3=3^6$

  $6^3 \times 6^2 =$

  $(-2)^2 \times (-2)^4 =$

- Compara los exponentes de los factores iniciales con el exponente de la potencia que se obtiene al final.
- ¿Qué relación aditiva o multiplicativa hay entre los exponentes?

El producto de potencias con igual base se puede expresar en una sola potencia que tenga la misma base y como exponente el resultado de la suma de los exponentes de los factores iníciales.

2. Propiedad: Potencia de una potencia

La expresión $(4^2)^3$ tiene dos potencias: una que es la potencia cuya base es 4 y exponente es 2; la otra potencia es la que tiene como base el resultado de 4^2 y su exponente es 3.

$(4^2)^3 = 4^2 \times 4^2 \times 4^2 = (4•4)• (4•4)•(4•4) = 4^6$

- Expresa como una potencia:

  $((-3)^3)^3 =$

  $(8^4)^3 =$

- ¿Qué relación aditiva o multiplicativa existe entre los exponentes dados de las potencia iniciales y el exponente de la potencia final? Realiza comprobaciones con otros ejemplos.

La potencia de una potencia se puede expresar en una sola potencia que tenga como base la de la primera potencia y como exponente el resultado de la multiplicación de los exponentes de las potencias dadas inicialmente.

3. Propiedad: Potencia de un producto

La expresión $(5 \cdot 7)^3$ es una potencia cuya base es el producto de 5 por 7; y el exponente es 3.

$(5 \cdot 7)^3 = (5 \cdot 7) \cdot (5 \cdot 7) \cdot (5 \cdot 7) = 5^3 \cdot 7^3$

- Expresa como producto de potencias:

  $(-3 \cdot 2)^4 =$ $[(-3) \cdot (-2)]^5 =$ $[(-1) \cdot (-4)]^8$

La potencia de un producto se puede expresar como el resultado de la multiplicación de potencias que tienen el mismo exponente de la potencia del producto y sus bases corresponden a los factores del producto.

4. Propiedad: Cociente de potencias con igual base

La expresión es una división donde 2^7 es el dividendo y 2^3 es el divisor.
$2^7/2^3 = (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2)/ (2 \cdot 2 \cdot 2) = 2^4$

$$\frac{2^7}{2^3} = \frac{(2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2)}{(2\cdot2\cdot2)} = 2^4$$

- ¿Por qué se puede afirmar que es 2^4?
- Calcula los resultados de cada una de las potencias, realiza la división y descompón el resultado en factores primos. ¿Este resultado coincide con 2^4?

El cociente de potencias con igual base, se puede expresar en una sola potencia que tenga la misma base y como exponente el resultado de la resta de los exponentes iniciales.

- Expresa como una potencia:

$$\frac{(-2)^6}{(-2)^2} \qquad \frac{(-4)^8}{(-4)^3} \qquad \frac{2^{10}}{2^{10}}$$

Ejercitemos lo aprendido

Trabajo en grupo

1. Escriban como potencia los siguientes productos:

   $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 =$

   $(-6) \times (-6) \times (-6) =$

   $(-4) \times (-4) =$

   $1 \times 1 \times 1 \times 1 =$

   $7 \times 7 \times 7 \times 7 =$

   $(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) =$

2. Completen la tabla.

Construcción de potencias

	Exponente				
		1	2	3	4
Base	1	$1^1=1$			
	2		$2^2=4$		
	3				
	4			$4^3=64$	
	5				

3. Calculen previamente las potencias y encuentren el resultado de las adiciones:

$3^4 + (-3)^4 + (-2)^3 =$

$(-1)^5 + 6^2 + (-2)^3 =$

$(-4)^2 + (-5)^3 + 7^2 =$

$10^4 - [10^3 - 10^2] =$

4. Apliquen las propiedades y expresen como una potencia.

$2^3 \cdot 2^2 =$

$5^2 \cdot 5^1 =$

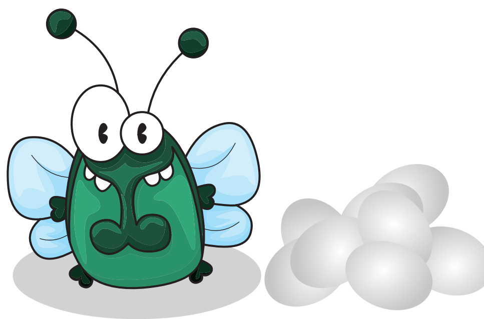
$3^4 \cdot [3^3 \div 3^2] =$

$10^2 \cdot 10^3 \cdot 10^1 =$

$[(-2) \cdot (-3)]^{2} \cdot (-2)^3 =$

$(+6)^{10} \div (+6)^3 =$

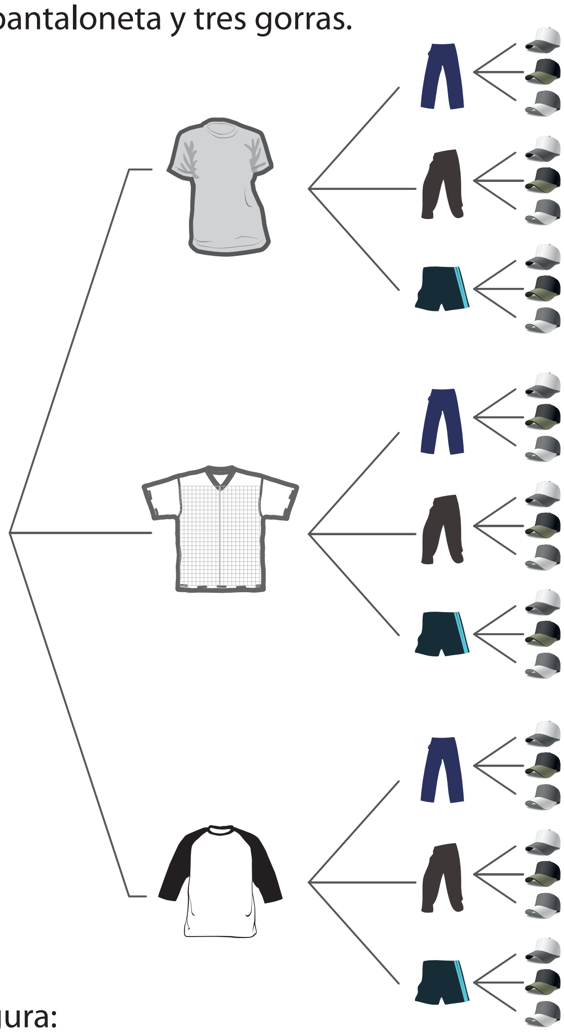
5. Resuelvan cada situación.



- Un insecto pone 100 huevos y cada uno de estos huevos da origen a un nuevo insecto que pone otros 100 huevos, y así sucesivamente. En el supuesto de que todos los insectos pongan el mismo número de huevos y de que ninguno muera, ¿cuántos insectos habrá al cabo de la segunda generación?

- Hay 16 torres, cada torre cuenta con 4 pisos y cada piso está conformado por 4 apartamentos. ¿Cuántos apartamentos hay en el conjunto? Expresa la respuesta en forma de potencia.

- El armario de Camilo está formado por tres camisetas, un pantalón de jean, un pantalón de dril, una pantaloneta y tres gorras.



De acuerdo con la figura:

- ¿Cuántas opciones tiene Camilo para vestirse?Expresa tu respuesta en potencia**.**

Apliquemos lo aprendido

1. Determina, con base en la información de la tabla, el precio final de cada verdura.

Variación de precios de las verduras

Verdura	Precio por kilo	Variación	Precio final
Tomate	$ 1.800	Bajó $ 700	
Zanahoria	$ 1.100	Subió $ 350	
Pepino	$ 2.300	Bajó $ 270	
Ahuyama	$ 1.750	Subió $ 480	

2. Un trabajador paga diariamente $2.800 en transporte, y gasta $ 7.000 en alimentación.

   - ¿Cuánto dinero gasta mensualmente el trabajador en transporte y alimentación?
   - Si el trabajador cuenta con $300.000 mensuales, para cubrir estos gastos, ¿cuánto dinero le queda o le falta? Expresa tu respuesta en números enteros.

3. El equipo de fútbol de una vereda terminó una temporada con diferencia de -81 goles en total. Si jugaron 27 partidos y en cada uno de ellos obtuvieron la misma diferencia de goles, ¿cuál fue la diferencia de goles en cada partido?

4. Durante un cambio inesperado de temperatura en una ciudad, la temperatura descendió 3ºC cada minuto. ¿Cuántos minutos transcurrieron para que la temperatura bajara 21ºC?

5. Teresa, Felipe y Rodrigo juegan a lanzar dos dados: uno azul y el otro rojo. Con el dado azul se gana el número de puntos obtenidos en el lanzamiento, mientras que con el dado rojo, se pierde el número de puntos que se obtenga.

Después de varios lanzamientos, Teresa, Felipe y Rodrigo registraron sus resultados en la siguiente tabla.

Resultados del lanzamiento de dados

	Jugador		
Puntaje	Teresa	Felipe	Rodrigo
A favor	+ 24	+ 45	+30
En contra	-12	-35	-18
Puntaje final			

Completa la tabla.

- Si Teresa lanzó el dado azul seis veces y cada vez obtuvo el mismo puntaje, ¿cuántos puntos obtuvo en cada lanzamiento?
- ¿Cuántas veces lanzó Felipe el dado rojo, si en todos los lanzamientos obtuvo -5?
- Plantea una secuencia de ocho lanzamientos en la que Rodrigo pueda obtener los resultados que muestra la tabla.

6. Supón que mi amigo Juan quiere hacer un préstamo en la cooperativa o en el banco del municipio más cercano. Es requisito fundamental tener como mínimo $ 250.000 en ahorros. Juan abrió la cuenta hace seis meses con $ 50.000 luego depositó $ 75.250; más tarde retiró $ 26.830, el día de pago depositó $ 82.700. ¿Cuánto dinero le falta para cumplir con el requisito mínimo de ahorro para que le aprueben el préstamo?

7. Cuando se abre el desagüe de un tanque que contiene 1.896 litros de agua, este se desocupa totalmente en 12 horas.
    - ¿Cuántos litros de agua salen cada hora por el desagüe?
    - ¿Al cabo de cuántas horas de abierto el desagüe, el contenido del tanque es de 790 litros de agua?

8. Andrés, Pedro y Carlos, se han puesto de acuerdo para celebrar el día de la mujer a sus 220 compañeras de colegio regalándole una rosa a cada una, para ello Andrés

ha traído el equivalente en rosas blancas de 4^3 , Pedro 2^7 en rosas rojas, y Carlos 3^4 en rosas amarillas.

- ¿Quién de los tres llevó el mayor numero de rosas?
- Con el total de rosas que llevaron, ¿pueden cumplir su objetivo de regalarle una rosa a cada niña?
- Si 11^2 niñas desean recibir rosas rojas, ¿es posible cumplirles su deseo?

9. Utilizando las propiedades de la potenciación, escribe en forma de una sola potencia las siguientes expresiones:

- $4^3 \times 4^7 \times 4 =$
- $5^8 - 5^{-2} =$
- $(3 \times 5 \times 8)^2 =$
- $(6^4)^3 =$

Evaluemos

¿Cómo me ve mi maestro?

1. Don Miguel recibe el siguiente extracto bancario.

Fecha	Concepto	Valor	Saldo
15-03-2011	Saldo	1.250.000	1.250.000
18-03-2011	Cargo compra	-250.000	
19-03-2011	Traslado en efectivo	480.000	
21-03-2011	Pago de servicios	-75.000	
22-03-2011	Cargo compra	-80.000	
23-03-2011	Cargo compra	-80.000	
25-03-2011	Ingreso en efectivo	450.000	
28-03-2011	Cuota de manejo	-8.000	
29-03-2011	Pago de servicios	-75.000	

- ¿Cuál es el saldo que tiene don Miguel después de la transacción de la fecha 22-03-2011?

2. ¿Cuál de estas columnas completa la tabla?

   Argumenta tu respuesta.

a.

Saldo
1.250.000
−250.000
480.000
−75.000
−80.000
−80.000
450.000
−8.000
−75.000

b.

Saldo
1.250.000
1.000.000
1.480.000
1.405.000
1.325.000
1.245.000
1.695.000
1.687.000
1.612.000

c.

Saldo
1.250.000
250.000
−480.000
75.000
80.000
80.000
−450.000
8.000
−75.000

d.

Saldo
1.250.000
−1.000.000
1.480.000
1.405.000
−1.325.000
1.245.000
1.695.000
−1.687.000
−1.612.000

3. Si don Miguel paga $ 75.000 pesos mensuales por concepto de servicio de agua, ¿cuál sería el registro total en el extracto bancario por el pago de un año de este servicio?

   Responde:

- En el desarrollo de tu día, ¿qué operaciones con números enteros utilizas?, ¿para qué te sirven?

- En la vida práctica, ¿crees que alguna de las operaciones con números enteros sea utilizada en mayor proporción con respecto a las otras? Justifica tu respuesta.

- Realiza un cuadro donde describas las características más importantes de cada operación. Pon ejemplos en los que se puedan aplicar.

¿Cómo me ven los demás?

Forma un grupo con dos compañeros de clase.

Cada integrante del grupo responde la siguiente pregunta.

- ¿Crees que las operaciones con números enteros tienen utilidad en situaciones de la cotidianidad?

  Sí ____ No ____ ¿Por qué?

- Elije tres temas de los trabajados en el módulo que sean de tu interés y escribe tres razones que argumenten tu elección. Compartan sus opiniones con todo el grupo.

- Realicen un escrito corto en el que sinteticen lo expuesto por cada integrante del grupo. Posteriormente, elijan un representante que lea el escrito al resto de la clase y todos puedan opinar acerca de lo que allí se plantea.

Responde:

- ¿En el desarrollo del ejercicio encontraste opiniones similares a las tuyas?

- ¿De las opiniones de tus compañeros cuál fue la que más te llamó la atención?

- ¿Se presentaron opiniones opuestas en tu grupo?

- En caso de que la anterior respuesta sea positiva: ¿Qué estrategia utilizaron para unificar su postura?

- ¿Crees que la actividad arrojaría los mismos resultados si se realizara de manera individual?

¿Que aprendí?

Responde según la manera en la que te desenvolviste en el desarrollo del módulo y justifica tu respuesta.

	Sí	No	A veces	Justificación
Resuelvo situaciones problema con los números enteros.				
Ejecuto correctamente la operación adición de los números enteros.				
Ejecuto correctamente la operación sustracción de los números enteros.				
Ejecuto correctamente la operación multiplicación de los números enteros.				
Ejecuto correctamente la operación división de los números enteros.				
Ejecuto correctamente la operación potenciación de los números enteros.				
Reconozco las propiedades que cumplen las operaciones adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación de números enteros.				
Uso la representación geométrica de algunas operaciones de los números enteros.				
Soy perseverante en la solución de los problemas propuestos.				
Indago y cuestiono la validez de la información dada.				
Trabajo en grupo y comparto opiniones con mis compañeros sobre el trabajo realizado.				
Participo activamente en la clase.				
Reconozco la importancia de ser ordenado al realizar las actividades en el cuaderno.				

Con tu maestro, determina estrategias para mejorar cada día tu trabajo. Establece un plan de seguimiento.

Módulo 4

Algunos sistemas de medidas

¿Qué vas a aprender?

En nuestro diario vivir, nos encontramos con situaciones en las cuales utilizamos magnitudes y sus correspondientes unidades de medida como la distancia de nuestra casa a la institución o colegio, el tiempo que demoramos en recorrer dicha distancia, el tiempo de duración de una canción o de una película; del tiempo de vida útil de un lapicero, unos zapatos o un automóvil, entre otras.

Estándares básicos de competencias

Pensamiento métrico

- Identifico relaciones entre distintas unidades utilizadas para medir cantidades de la misma magnitud.
- Resuelvo y formulo problemas que requieren técnicas de estimación.
- Calculo áreas y volúmenes a través de composición y descomposición de figuras y cuerpos.

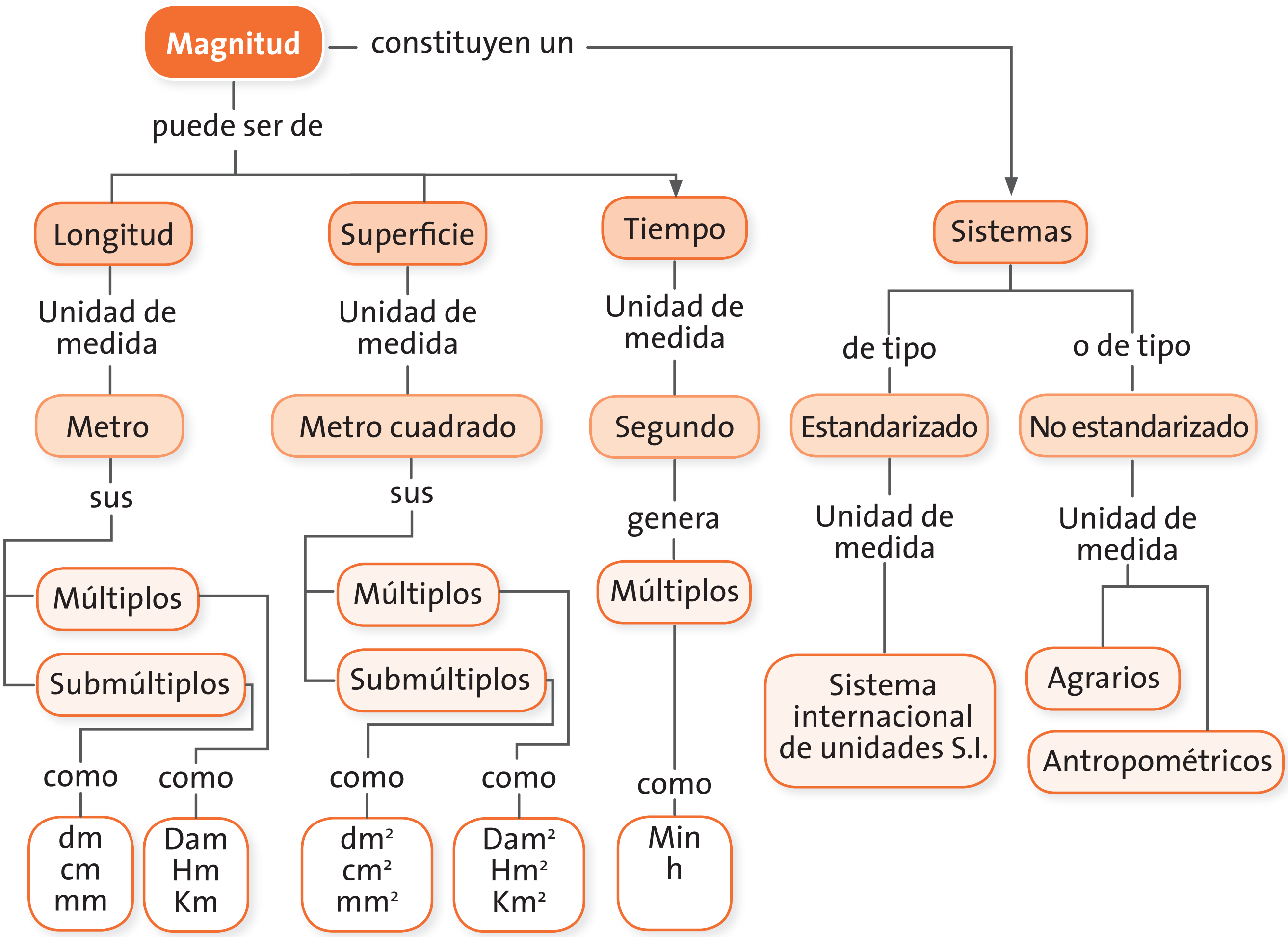
Pensamiento numérico

- Resuelvo y formulo problemas en contextos de medidas relativas y de variaciones en las medidas.

La realización de las actividades propuestas en las guías que conforman este módulo te permitirá alcanzar estándares básicos de competencias que privilegian el desarrollo de los pensamientos métrico y numérico, a través de los conceptos asociados a las magnitudes y unidades de medida para la longitud, la superficie y el tiempo. En la siguiente tabla se especifican las guías que contiene el módulo y lo que se desarrolla en cada una de ellas.

<table>
<tr><th>Guías</th><th>Conceptos</th><th>Procesos</th></tr>
<tr><td>Guía 15.
El sistema de medidas para la longitud</td><td>La longitud como magnitud básica; su unidad básica y sus múltiplos (Unidades de longitud)</td><td rowspan="3">• Se favorece el proceso de razonamiento al seleccionar unidades tanto estandarizadas como no convencionales apropiadas para diferentes mediciones.
• Se favorece el proceso de ejercitación de procedimientos y resolución de problemas al utilizar diferentes formas de cálculo para hallar la medida de longitudes y superficies.
• Se favorece el proceso de modelación y resolución de problemas al usar y construir modelos para solucionar problemas relacionados con la métrica.</td></tr>
<tr><td>Guía 16.
El sistema de medidas para superficies</td><td>La superficie como magnitud derivada; su unidad básica de superficie y sus múltiplos</td></tr>
<tr><td>Guía 17.
El sistema de medidas para el tiempo</td><td>El tiempo o duración como magnitud básica, su unidad básica y sus múltiplos.</td></tr>
</table>

El siguiente esquema te muestra la manera como se pueden relacionar los conceptos.



¿Para qué te sirve lo que vas a aprender?

Medir es una de las actividades que el ser humano realiza con mayor frecuencia. La actividad de medir, proporciona un enlace entre el mundo físico y el matemático, debido a que permite asignar un número, llamado medida, a fenómenos físicos o propiedades de los cuerpos como tiempo, longitud, peso y capacidad, entre otros.

Conocer las unidades de medida de uso frecuente en el país, te permitirá conocer un lenguaje universal para determinar las distancias que recorres, las áreas de los sitios que frecuentas o el tiempo que gastas en la realización de una tarea, entre otros.

¿Cómo y qué se te va a evaluar?

En el desarrollo del módulo se proponen diferentes momentos en los que tú, tus compañeros y tu docente podrán evidenciar y analizar los progresos que tuviste en cuanto al aprendizaje de los conceptos relacionados con las unidades de longitud, superficie y tiempo.

Las actividades planteadas a lo largo del módulo están orientadas a desarrollar los procesos de resolución de problemas, razonamiento y ejercitación de procedimientos, permitiendo que tanto tu docente como tú puedan evaluar el grado de aprendizaje durante el desarrollo de las guías; con el fin de lograr el entendimiento y la comprensión de los conceptos de longitud, superficie y tiempo con sus correspondientes unidades; para lograr un modelamiento y desarrollar la capacidad de establecer relaciones entre las mismas.

Explora tus conocimientos

Para hacer unas reformas de carpintería en su casa, Rosario compró los siguientes materiales:

» 10 listones de 2 metros

» 21 listones de 75 centímetros

» 60 listones de 15 decímetros

» 1 rollo de alambre de 10 decámetros

- ¿Cuántos centímetros de listón compró en total?
- Si devolvió la mitad de los listones de 15 decímetros de longitud y la tercera parte de los listones de longitud 75 centímetros, ¿cuántos metros de listones utilizó en las reformas?
- ¿Cuántos metros de alambre empleó?

Guía 15

El sistema de medidas para la longitud

Estándares

Pensamiento métrico

- Identifico relaciones entre distintas unidades utilizadas para medir cantidades de la misma magnitud.
- Resuelvo y formulo problemas que requieren técnicas de estimación.

Pensamiento numérico

- Resuelvo y formulo problemas en contextos de medidas relativas y de variaciones en las medidas.

Lo que sabemos

Cotidianamente nos encontramos con la magnitud longitud y antiguamente medíamos con instrumentos como el pie, el paso o el palmo. Actualmente utilizamos instrumentos como reglas, escuadras o cintas métricas, que nos ayudan a obtener medidas más precisas y más conocidas por nosotros como el centímetro o el metro. La guía que trabajarás a continuación, te ayudará a conocer una forma más exacta para representar estas medidas de longitud.

Trabajo en grupo

Formen grupos de cuatro integrantes y desarrollen, las actividades que se proponen a continuación.

1. Ubiquen dos objetos en un espacio abierto de la institución y determinen la distancia que los separa, hagan la medición con sus propios pasos. Llenen la siguiente tabla.

Resultados de la medición de varios estudiantes

Estudiante				
Número de pasos				

- Comparen los datos registrados en la tabla. ¿Los resultados son iguales o diferentes?
- ¿Por qué creen que se presentan diferencias, si las hay?
- ¿Cómo se podrían evitar?

2. Analicen los siguientes enunciados y justifiquen cuál es el verdadero.

   a. La distancia entre los objetos varía, por eso los números de pasos son distintos.

   b. La distancia entre los objetos no varía, siempre es la misma y no importa que los pasos sean distintos.

3. Midan algunas distancias y longitudes de objetos con la palma de la mano.

Por ejemplo, el largo de la mesa del salón. Comiencen por uno de los extremos, cubran con palmos esa longitud y cuenten cuántos necesitan. Cada uno de los integrantes del grupo debe determinar cuántas veces cabe su mano en el largo de la mesa y completar las siguientes frases.

- El largo de la mesa mide ______ palmos.
- La altura de la mesa mide______palmos.
- ¿Es práctico medir el ancho y el largo del salón de clases con las manos? ¿Y para distancias largas, como el recorrido de su casa a la escuela?

4. Piensen en instrumentos que les sirvan para medir, por ejemplo: el cuaderno.
   - ¿Cuántos cuadernos de largo y alto tiene la mesa?
   - ¿Fue fácil utilizar ese instrumento?
5. Ahora, empleen la regla o una cinta métrica para determinar las mismas longitudes (Largo y alto de la mesa).
   - ¿Con cuáles instrumentos les parece más fácil medir? Expliquen su respuesta.

Aprendamos algo nuevo

Algunas personas adquieren habilidad para determinar la medida por estimación, sin usar instrumentos.

Cuando se eligen distintos instrumentos para medir la misma distancia, se obtienen medidas equivalentes pero se dificulta su comparación y operación con los resultados obtenidos.

Con el propósito de evitar los inconvenientes de elegir diferentes unidades de medida para hacer mediciones de una determinada magnitud, en casi todos los países del mundo se ha adoptado el **Sistema Internacional de Medidas (SI)** que es la forma actual del **Sistema Métrico Decimal**.

Las unidades fundamentales del Sistema Internacional de Medidas son las siguientes:

Unidades básicas del SI

Magnitud	Unidad básica	Símbolo
Longitud	Metro	m
Masa	Kilogramo	kg
Tiempo	Segundo	s
Corriente eléctrica	Ampere	A
Temperatura termodinámica	Kelvin	K
Intensidad luminosa	Candela	cd
Cantidad de sustancia	Mol	mol

Otras unidades del SI, algunas de las cuales estudiarás en cursos posteriores, son:

Unidades derivadas del SI

Magnitud	Unidad básica	Símbolo
Superficie	Metro cuadrado	m^2
Volumen	Metro cúbico	m^3
Capacidad	Litro	l

1. Indiquen la unidad básica correspondiente en el Sistema Internacional de Medidas para cada magnitud.

   » Longitud
   » Masa
   » Capacidad
   » Superficie

2. Dibujen un segmento y mídanlo con una regla.

   • ¿Cuánto mide el segmento?

   • ¿Qué magnitud se está midiendo del segmento?

   • ¿Qué unidad utilizaron para determinar la medida?

El **metro** (m) es la unidad fundamental de longitud.

Para medir longitudes menores que un metro se utilizan unidades más pequeñas denominadas **submúltiplos del metro.**

Cinta métrica

Cada una de las diez partes iguales en que se divide un metro se llama **decímetro**.

Simbólicamente, 1 m = 10 dm

Cada una de las diez partes iguales en que se divide un decímetro se llama **centímetro**.

1 m = 10 dm = 100 cm

Cada una de las diez partes iguales en que se divide un centímetro se llama **milímetro**.

1 m = = 10 dm = 100 cm = 1.000 mm

3. Propongan ejemplos de longitudes de algunos objetos en los que sea conveniente utilizar el decímetro, el centímetro o el milímetro, como unidades de medida.

Para medir longitudes mayores que el metro se utilizan unidades más grandes llamadas **múltiplos del metro**.

Un **decámetro** equivale a diez metros.

1 Dam = 10 m

Un **hectómetro** es igual a cien metros.

1 Hm = 10 Dam = 100 m

Un **kilómetro** equivale a mil metros.

1 Km = 10 Hm = 100 Dam = 1.000 m

Se puede estimar fácilmente una longitud de 1 m, pero ¿cómo se estiman longitudes mayores?

4. Estimen cuántos decámetros hay en el ancho y el largo de la escuela.

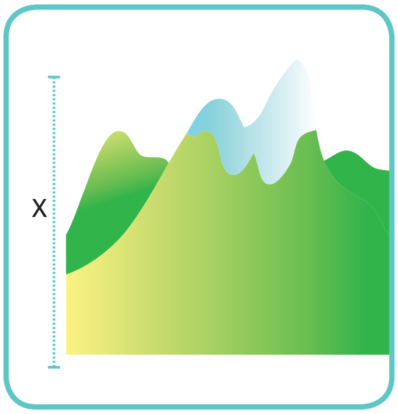
5. Nombren distancias de su alrededor que puedan medir 1 Hm y 1 Km.

6. Estimen la distancia que cada uno debe recorrer para ir de la casa a la escuela.

Ejercitemos lo aprendido

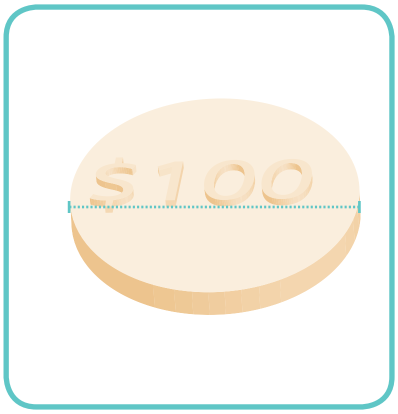
Resuelve estas actividades.

1. Indica la unidad que consideres más apropiada para medir lo que se indica en cada caso.



La altura de la montaña.

La distancia entre dos ciudades.



El diámetro de la moneda.

2. ¿Cuántos trozos de 60 cm se pueden cortar de una cuerda de 150 m de largo?

3. La plaza de Santa Ana tiene forma rectangular. Si la plaza mide 2 Hm de largo y 150 m de ancho, ¿cuántos metros se recorren al darle dos vueltas completas?

4. Miguel recorre 660 m desde su casa hasta la escuela. Si cada paso de Miguel mide 55 cm, ¿cuántos pasos debe dar en este recorrido?

5. Una puerta mide de ancho 80 cm y de alto 120 cm. ¿Cuántos metros de listón se necesitan para enmarcar la puerta?

6. Lucía utiliza 60 cm de cinta para hacer un moño. ¿Cuántos moños puede hacer con 30 m de cinta?

Guía 16

El sistema de medidas para superficies

Estándares

Pensamiento métrico

- Resuelvo y formulo problemas que requieren técnicas de estimación.
- Calculo áreas y volúmenes a través de composición y descomposición de figuras y cuerpos.

Pensamiento numérico

- Resuelvo y formulo problemas en contextos de medidas relativas y de variaciones en las medidas.

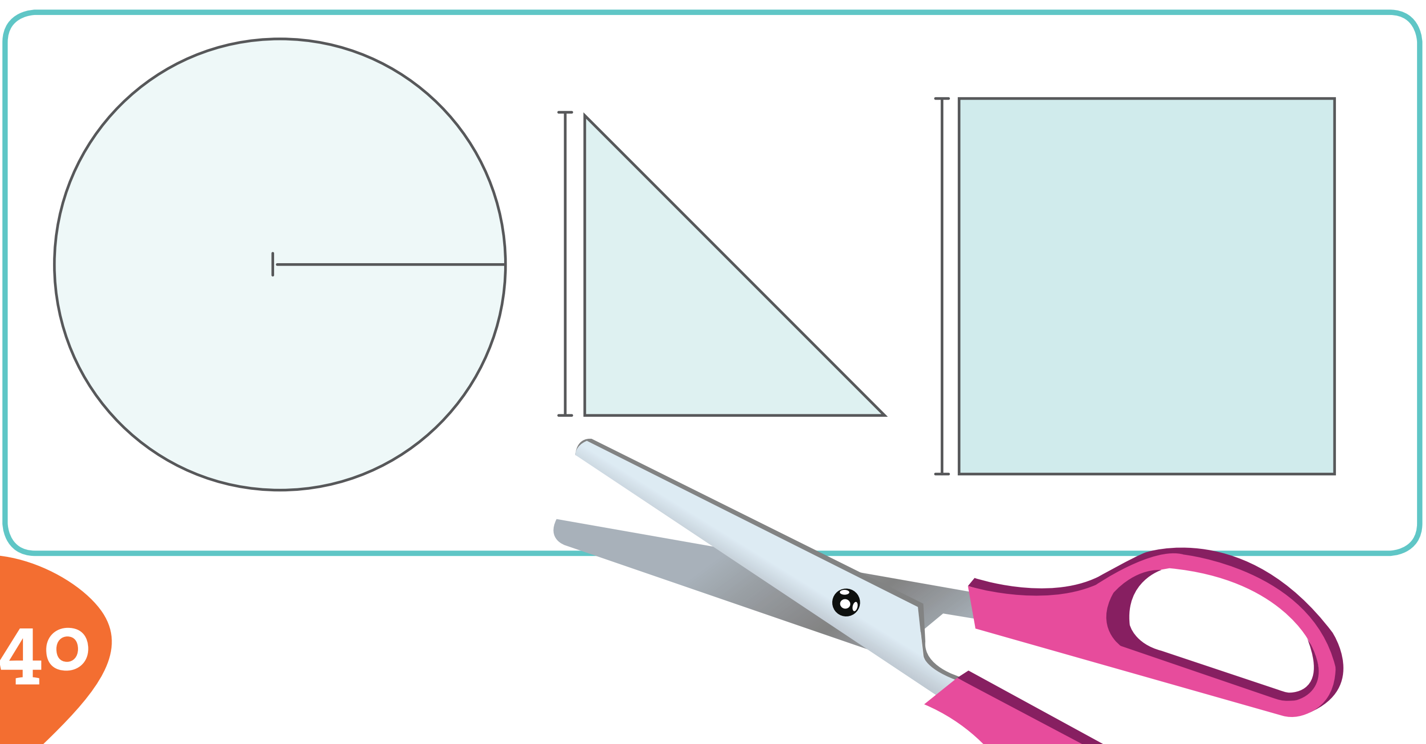
Lo que sabemos

Usualmente nos encontramos en situaciones en las que se miden superficies y utilizamos instrumentos como las baldosas o objetos con formas geométricas. Así, determinamos cuántas se necesitan para recubrir ese espacio. Así como sucedió con la longitud, existen unidades especiales para la superficie tales como el centímetro cuadrado o el metro cuadrado.

Trabajo en grupo

Reúnete con un compañero y desarrollen las siguientes actividades.

1. Recorten 30 fichas de cartulina para cada una de las formas que se muestran a continuación:



2. Tomen una hoja de papel y recúbranla primero con solo círculos, luego con solo triángulos y por último con solo cuadrados. En cada caso, acomoden las fichas de manera que no queden unas sobre otras, traten de no dejar espacios entre las mismas y que cubran completamente la hoja.

Determinen cuántas fichas necesitarán para cubrir completamente la hoja.

- ¿Cuántos círculos caben en la superficie de la hoja?
- ¿Con cuántos triángulos se cubre completamente?
- ¿Cuántos cuadrados colocaron sobre la hoja para cubrirla totalmente?
- ¿Con cuál de las fichas se recubre mejor la hoja de papel y no quedan espacios sin cubrir?
- ¿Por qué se utiliza un número diferente de fichas cada vez que escogen una figura distinta para recubrir una misma superficie? Expliquen su respuesta.
- Si deben elegir una forma de las fichas que le permitan cubrir mejor cualquier superficie, ¿cuál de las tres formas de las fichas les permite medir de manera más exacta superficies? ¿Por qué?
- Comparen las cantidades de triángulos y cuadrados que utilizaron para recubrir la hoja. ¿Qué relación multiplicativa existe entre la cantidad de fichas por cada forma? Expliquen.

Aprendamos algo nuevo

- Si deben medir la superficie del piso del salón de clase, ¿qué unidad de medida elegirían? Expliquen su respuesta.

Para medir superficies se utilizan superficies más pequeñas para decir cuántas de esas se necesitan para cubrir la grande. La medida de una superficie se conoce como área.

La unidad de medida básica para la superficie es el metro cuadrado.

Un metro cuadrado (1 m²) es una superficie de forma cuadrada donde cada lado mide 1 m².

3. Construyan, con papel de reciclaje, una superficie lisa que mida 1 m^2.
   - Utilicen este metro cuadrado para determinar cuántos caben al cubrir el piso de la cancha.

4. Con ayuda de una cinta métrica, midan el largo y el ancho del salón y determinen su área, recuerden que para calcular el área de una forma rectangular se multiplican la medida del largo por la medida del ancho. Tengan en cuenta expresar la medida en m^2.

   - ¿La diferencia entre la medida dada por el metro cuadrado y el calculado con ayuda de la cinta métrica es notable? Expliquen.

Para medir superficies menores que el metro cuadrado, se utilizan los **submúltiplos del metro cuadrado**.

Estos son, el decímetro cuadrado, el centímetro cuadrado y el milímetro cuadrado.

Un **decímetro cuadrado** es un cuadrado de 1 dm de lado. En un metro cuadrado caben 100 decímetros cuadrados.

$1\ m^2 = 100\ dm^2$

Un **centímetro cuadrado** es un cuadrado de 1 cm de lado. En un decímetro cuadrado caben 100 centímetros cuadrados.

$1\ dm^2 = 100\ cm^2$

Un **milímetro cuadrado** es un cuadrado de 1 mm de lado. En un centímetro cuadrado caben 100 milímetros cuadrados.

$1\ cm^2 = 100\ mm^2$

5. Completen las siguientes equivalencias. Ayúdense de la información del recuadro.

1 m^2 = ……dm^2

1 dm^2 = …….. cm^2

1 m^2 = …… dm^2 = ……….. cm^2

1 cm^2 = …… mm^2

1 m^2 = ……. dm^2 = …………… cm^2 = …………………mm^2

Para medir superficies más grandes que el metro cuadrado se utilizan unidades llamadas **múltiplos del metro cuadrado**.

Estas son, el decámetro cuadrado, el hectómetro cuadrado y el kilómetro cuadrado.

Un **decámetro cuadrado** es igual a cien metros cuadrados.

1 Dam^2 = 100 m^2

Un **hectómetro cuadrado** es igual a diez mil metros cuadrados.

1 Hm^2 = 10.000 m^2

Un **kilómetro cuadrado** es igual a un millón de metros cuadrados.

1 Km^2 = 1.000.000 m^2

6. Expresen los valores que hacen verdadera cada igualdad.

   1 Dam^2 = …… m^2

   1 Hm^2 = ……. Dam^2 = ……… m^2

   1 Km^2 = ……. Hm^2 = ……… Dam^2 = ……….. m^2

7. Indiquen qué unidad utilizarían para medir cada superficie.

   - La población donde viven.
   - El escritorio de su docente.
   - Una cancha de baloncesto.

Para expresar medidas de superficie que se refieren a extensiones de fincas, campos, terrenos, etc., se utilizan las llamadas unidades agrarias.

8. Analicen la información de la siguiente tabla para establecer las equivalencias de las unidades agrarias con las unidades de superficie y complétenla con las cantidades correspondientes.

Unidades agrarias

Unidades agrarias			
Unidad	Símbolo	Equivalencia	Equivalencia en metros cuadrados
Hectárea	Ha	1 Hm^2	
Área	a	1 Dam^2	
Centiárea	Ca		1 m^2

9. Averigüen cuántas hectáreas mide una de las fincas cercanas a la escuela y expresen esta medida en:

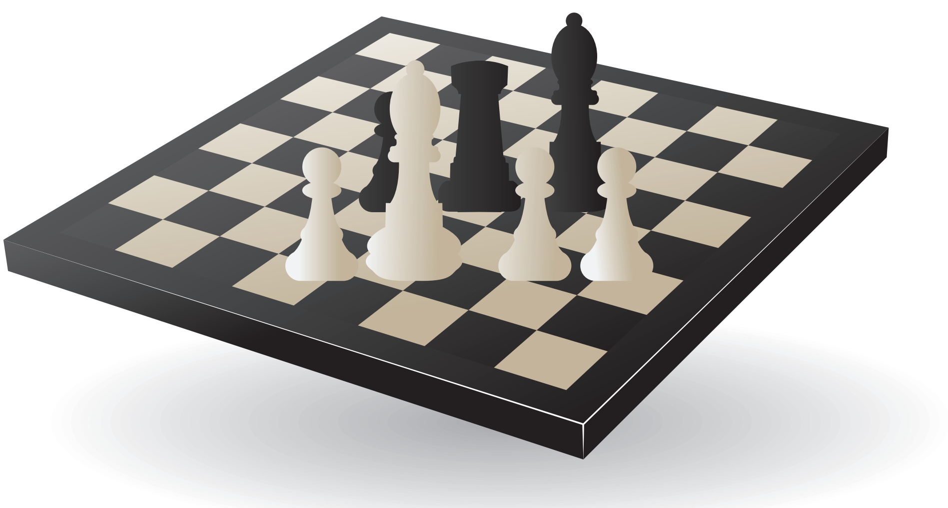
   - Hectómetros cuadrados
   - Decámetros cuadrados
   - Metros cuadrados

Ejercitemos lo aprendido

Resuelve las siguientes situaciones.

1. Averigua cuántos cuadritos tiene un tablero de ajedrez. Si se sabe que cada cuadrito mide 4 cm de lado, ¿cuántos milímetros cuadrados tiene la superficie del tablero?

Ajedrez



2. Una hectárea equivale a 10.000 m^2. Determina:

   - ¿Cuántas hectáreas hay en un terreno de 500 Dam^2?
   - ¿Cuántas áreas y cuántas centiáreas hay?

3. Los habitantes de Santa Ana quieren pintar las paredes de la iglesia, cuyas superficies miden 5 Dam^2 y se necesitan dos manos de pintura. Un tarro de pintura solo cubre 10 m^2 de superficie y dicho tarro cuesta $12.000. ¿Cuántos tarros necesitan para pintar bien la iglesia y cuál es el costo que de los mismos?

4. El largo de un terreno de forma rectangular mide 90 m y el ancho mide $\frac{3}{4}$ del largo.

   ¿Cuántas vueltas hay que dar alrededor del terreno para recorrer 4 Km?

5. Las superficies de América del Norte y América Central suman 24.200.000 Km^2, mientras que la de América del Sur es de 17.800.000 Km^2. ¿Cuántos hectómetros cuadrados menos tiene la superficie de América del Sur?

6. Escribe en el espacio en blanco el número que corresponda.

   …… m^2 = 75 Dam^2 ……. dm^2 = 45 Hm^2

   ...…… m^2 = 9 Km^2 ……. cm^2 = 75 m^2

7. Expresa en metros cuadrados las siguientes medidas de superficie.

   5 Dam^2 2 Km^2

   300 Hm^2 8 Km^2

   7 Hm^2 9 Dam^2

Guía 17

El sistema de medidas para el tiempo

Estándar

Pensamiento métrico

Identifico relaciones entre distintas unidades utilizadas para medir cantidades de la misma magnitud.

Lo que sabemos

Comúnmente nos familiarizamos con magnitudes de tiempo, las cuales podemos referenciar con los segundos, minutos y horas; pero dependiendo del contexto se puede extender a días semanas o años. Esta guía, te ayudará a representar estas medidas.

Desarrolla las siguientes actividades.

1. Completa la siguiente tabla. Pregunta a tu docente los datos que no sepas.

Actividad situación – tiempo

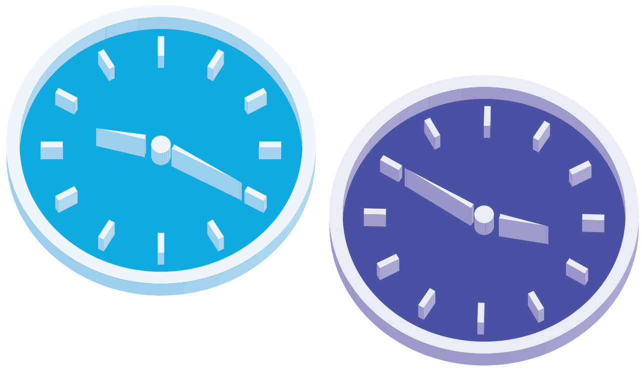
Situación	Tiempo
Viaje de tu casa al colegio a pie	
Viaje desde el pueblo en que vives hasta la capital de tu departamento en bus	
Descanso en la jornada escolar	
Vacaciones de mitad de año	
Tu edad	
Edad de tu docente de matemáticas	

2. Compara los datos que escribiste en la tabla anterior, con la de alguno de tus compañeros.

   - ¿Cuáles unidades utilizaron en común para determinar los tiempos indicados en la tabla?

   - ¿Cuáles de las unidades de tiempo son diferentes?

3. Expresa, en minutos, la hora que indica cada reloj.



Trabajo en grupo

Reúnete con un compañero para realizar las siguientes actividades:

4. Lean la siguiente información. Luego, contesten las preguntas que se formulan a continuación.

Las primeras mediciones del tiempo se hicieron a partir de observaciones astronómicas y durante mucho tiempo el cielo fue el instrumento principal de esa medición. Desde muy temprano en la historia, el ser humano se dio cuenta de que podía recurrir a los fenómenos físicos que se repetían de forma periódica y aprovechar su regularidad para construir instrumentos que midieran intervalos de tiempo. El primer "reloj" que estuvo a la disposición del hombre fue sin duda el derivado de la alternancia del día y de la noche, es decir, el día solar.

Pero a lo largo de la historia tecnológica aparecieron inventos cada vez más sofisticados que permitieron "observar" lapsos de tiempo, desde los calendarios que registran días, años y siglos, pasando por las clepsidras, velas, cuadrantes y otros instrumentos que miden periodos más cortos, como las horas, minutos y segundos, hasta el reloj de átomos de celsio, cuya precisión se mantiene durante 30 000 años."

*Tomado de http://redescolar.ilce.edu.mx/redescolar/act_permanentes/historia/histdeltiempo/pasado/tiempo/p_*

midien.htm

- ¿Cómo descubrió el ser humano el "paso del tiempo"?
- ¿Cuál fue el primer "reloj" que tuvo a disposición el hombre?
- ¿Cuáles inventos aparecieron a lo largo de la historia para medir el tiempo?

Varios relojes

Aprendamos algo nuevo

Para medir períodos de tiempos menores que el día se utilizan **la hora, el minuto** y **el segundo**.

Cada unidad es sesenta veces mayor que la unidad de orden inmediato inferior y sesenta veces menor que la unidad de orden inmediato superior, como se muestra en la siguiente tabla.

Equivalencia entre unidades de Tiempo

Unidad	Símbolo	Equivalencia
Hora	h	1 h = 60 min
Minuto	min	1 min = 60 s
Segundo	s	1 h = 3.600 s

1. Para medir periodos de tiempo mayores que una hora, se utilizan las unidades que se presentan en la tabla. Cópienla y completen las equivalencias con ayuda de su docente.

Equivalencias entre periodos de tiempo

Día	Semana	Quincena	Mes	Semestre	Año
.... h	...... días	...... días	...., ... ó .... días	...... meses	...... días

2. Con ayuda de su docente, averigüen las equivalencias que no conocen y completen los siguientes enunciados.

   - Un bimestre es la agrupación de …… meses.
   - Un trimestre es la agrupación de ….. meses.
   - Un semestre es la agrupación de …….. meses.
   - Un lustro o quinquenio es un período equivalente a ……. años.
   - Una década o decenio es un período equivalente a …… años.
   - Un siglo es un período equivalente a …… años.
   - Un milenio es un periodo equivalente a ……. años.

3. Observen las siguientes equivalencias y verifiquen las respuestas obtenidas en la actividad anterior.

Otras equivalencias de tiempo

Unidad de tiempo	Siglos	Décadas	Años	Meses	Semanas	Días	Horas	Minutos	Segundos
1 milenio	10	100	1 000						
1 siglo	1	10	100	1 200					
1 década		1	10	120	520				
1 lustro			5	60	260				
1 año				12	48	365			
1 mes					4	28 a 31			
1 semana					1	7	168		
1 hora							1	60	3 600

De acuerdo con esta información se puede calcular que:

9 h 20 min es igual a (9 x 60) min + 20 min = 540 min + 20 min = 560 min

3 h 50 min es igual a (3 x 60) min + 50 min = 180 min + 50 min = 230 min

- ¿Cuántos minutos hay en 14 h 23 min? ¿Y cuántos segundos?
- ¿Cuántos segundos hay en 5 h 23 min 28 s?
- Describan las operaciones que efectuaron para calcular las equivalencias anteriores, y justifiquen en cada caso.

Ejercitemos lo aprendido

Realiza las siguientes actividades en el cuaderno.

1. Copia y responde las siguientes preguntas.
   - ¿Cuántas horas tiene una semana?
   - ¿Cuántos segundos son 5 min?
   - ¿Cuántos días son cinco semanas?
   - ¿Cuántos años son cuatro siglos?
   - ¿Cuántos meses son 15 años?
2. Resuelve cada situación.
   - Un vehículo avanza por una carretera a una velocidad constante de 80 kilómetros. ¿Cuántos kilómetros recorrerá en tres horas?

- ¿Cuántos días ha podido vivir cada una de las siguientes personas hasta hoy?

Fecha de nacimiento: 12 de mayo de 2000

Fecha de nacimiento: 5 de agosto de 1995

- Colón salió del puerto de Palos el día 3 agosto de 1492 y llegó a la isla de San Salvador, el 12 de octubre del mismo año. ¿Cuántos días duró el viaje? ¿Cuántas semanas?

- Un ciclista entrena diariamente 6 h 14 min 38 s. ¿Cuánto tiempo lleva pedaleando, si ha entrenado ya la mitad de ese tiempo?

- Halla las horas que hubo entre: 1 de noviembre de 1987 y el 5 de marzo de 1988.

- Santiago nació el 2 de mayo de 1990 y su padre el 1 de febrero de 1965. ¿Cuántos días de diferencia hay entre el padre y el hijo?

- Calcula cuántos días hay entre:
  - » El 7 de marzo y el 23 junio
  - » El 2 de enero y el 8 de marzo

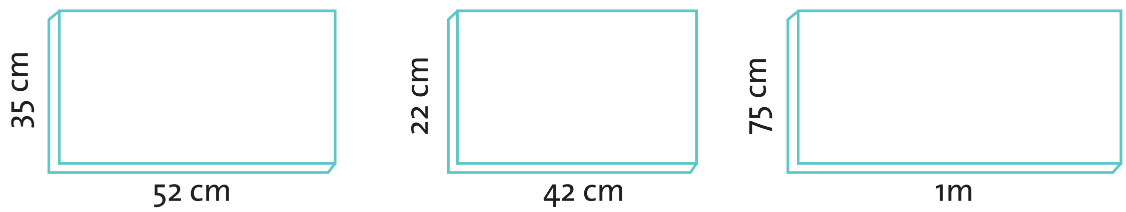
Apliquemos lo aprendido

1. Sonia tiene una cinta azul y una cinta blanca. La cinta azul mide 1 m, 2 dm y 5 cm, la cinta blanca mide 6 dm, 8 cm y 5 mm.
   - Calcula la longitud en milímetros de cada cinta.
   - Sonia cortó la cinta azul en cinco trozos iguales. ¿Cuál es la longitud en milímetros de cada trozo?
   - Sonia necesita 10 Dm de cinta blanca. ¿Cuántos centímetros más de cinta tiene que comprar?
2. Un vehículo A viaja a una velocidad constante de 90 Km por hora y otro vehículo B viaja a una velocidad constante de 120 Km por hora.

Calca.

- Los kilómetros que recorre cada vehículo en 1 minuto.
- Los metros que recorre cada vehículo en 1 minuto.
- Los metros que recorre cada vehículo en 1 segundo.

3. Enrique necesita comprar listones de madera para hacer tres marcos para los retablos que se observan en las figuras.



Calcula:

- Los centímetros de listón que tiene que comprar para cada marco.
- El precio de cada marco, si el metro de listón cuesta $ 9.500.

4. Las siguientes figuras representan el plano de un campo de fútbol, una piscina y un gimnasio.

Cada uno de estos planos está hecho a escala 1: 2.000, es decir, 1 cm sobre el plano representa 2.000 cm sobre el terreno real.

- Utiliza una regla y calcula las dimensiones reales en metros del campo de fútbol, la piscina y el gimnasio.

5. De un patio rectangular de 8 m de largo y 6 m de ancho se han embaldosinado 1.200 dm^2. ¿Cuántos metros cuadrados faltan para terminarlo?

6. Teresa tiene que comprar una alfombra, el cuarto tiene 10 m de largo por 4 m de ancho. ¿Cuál será el precio de la alfombra si 1 m^2 cuesta \$ 45.000?

7. Calcula, en metros cuadrados, la superficie de los cuadrados cuyos perímetros son los que se indican a continuación.

   » 832 m » 150 dm

   » 750 m » 460 dm

   • Compara las respuestas. ¿Qué relación existe entre el lado de un cuadrado y su perímetro? Explica.

8. Calcula la superficie de un rectángulo cuya base es la mitad de la altura y su altura mide 12 cm.

9. Se abonaron \$ 80.500.000 por un terreno de 250 m de ancho y 3 Hm de largo ¿Cuál es el costo de cada metro cuadrado del terreno?

10. La superficie de un rectángulo es de 60 m^2 y la base mide 250 dm. Calcula la altura y el perímetro.

11. El corazón de un niño late 80 veces por minuto. ¿Cuántos latidos hace en 2 h 45 min?

12. Un reloj adelanta 2 s. por hora. ¿Cuántos minutos y segundos adelanta al cabo de una semana?

13. Una familia, formada por cuatro personas está en un hotel desde el 25 de julio al 12 de agosto, incluidos ambos días. Cada persona debe pagar \$ 50.000 diarios.

    • ¿Cuántos días permaneció esa familia en el hotel?

    • ¿Cuál fue su gasto total?

Evaluemos

¿Cómo me ve mi maestro?

• ¿Para qué te puede servir la equivalencia de unidades de tiempo?

• ¿Qué relaciones puedes encontrar entre las unidades de longitud y las de superficie?

• ¿Qué relación puedes encontrar entre la representación o escritura de los múltiplos y submúltiplos de una determinada magnitud?

La siguiente tabla muestra las distancias y los tiempos, de recorrido de tres rutas nacionales, realizadas por diferentes vehículos. Con base en la información de la tabla contesta las preguntas seleccionando las respuestas correctas:

Actividad de evaluación

Vehículo	Ruta	Distancia	Tiempo
Motocicleta	Bogotá - Bucaramanga	379 Km	5 h y 45 min
Colectivo	Bucaramanga – Cali	745.000 m	840 min
Automóvil	Cali - Bogotá	4.400 Hm	6 h y 180 min

1. El tiempo utilizado por la motocicleta fue:
   a. 5 horas y 40 minutos y 250 segundos
   b. 5 horas y 30 minutos y 900 segundos
   c. 5 horas y 35 minutos y 500 segundos
   d. 335 min
2. La distancia recorrida por el automóvil fue:
   a. 400 Km y 4.000 m
   b. 400 Km y 400 dm
   c. 400 Km y 4 Hm
   d. 4.000 m y 40 Hm
3. La distancia recorrida por el colectivo fue:
   a. 745 Km
   b. 7450 Hm
   c. 740 Hm y 5 Dam
   d. 700 Km y 45 m
4. El viaje del automóvil duró:
   a. 7 horas y 3600 segundos
   b. 4 horas y 240 min
   c. 520 minutos
   d. 480 minutos y 3600 segundos

5. La motocicleta recorrió:
   a. 370.900 m
   b. 300 Km y 70 Hm y 900 Dam
   c. 300 Km y 700 Hm y 900 Dam
   d. 300 Km y 70 Hm y 90 Dam

- ¿Con cuáles unidades de magnitud te encuentras más familiarizado?
- ¿Cuáles unidades, múltiplos o submúltiplos, te parecieron más difíciles de manejar? ¿Por qué?
- ¿Cuál instrumento de medida, reloj, cronometro, metro, regla, otros, te gustó más? ¿Por qué?

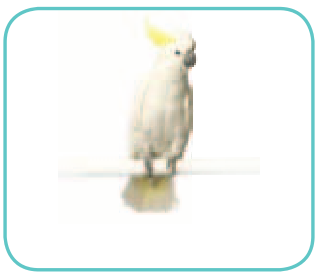
¿Cómo me ven los demás?

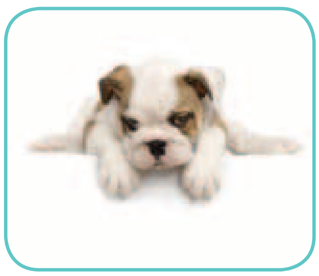
Trabajo en grupo

Trabaja con tres personas.

En las ilustraciones se indica el tiempo de vida de algunos animales.


40 años de vida


75 años de vida


15 años de vida


150 años de vida

- Respondan las preguntas con base en la información.
  - » ¿Cuántos meses más vive la cacatúa que el caballo?
  - » ¿Cuántos días menos de vida tiene el perro que el caballo?
  - » ¿Cuántas horas vive una tortuga?
- Expliquen las operaciones que aplicaron para responder las preguntas anteriores.
- Hagan una puesta en común y, con ayuda de su docente, determinen el proceso más práctico para hacer los cálculos que les permitieron responder las preguntas.

- ¿Cómo te pareció desarrollar la actividad de manera grupal?
- ¿Entre los integrantes del grupo se obtuvieron resultados diferentes? ¿Cómo los interpretaron?
- ¿Consideras que trabajar en grupo es una actividad divertida y enriquecedora? Escribe un comentario.

¿Qué aprendí?

Responde y justifica según la manera en la que te desenvolviste en el desarrollo del módulo.

	Sí	No	A veces	Justificación
Identifico y comprendo las unidades de medida de longitud, superficie y tiempo.				
Establezco equivalencias entre las diferentes unidades ya sea de longitud, de superficie o de tiempo.				
Resuelvo problemas que involucren las diferentes unidades de medida.				
Participo activamente en clase, expresando mis opiniones de manera clara y respetuosa.				
Respeto las opiniones de mis compañeros de curso.				
Me preocupa por preparar mis trabajos y exposiciones.				
Acepto mis errores o dificultades y trato de superarlos.				
Aporto en las actividades que son trabajo en grupo.				
Soy tolerante con las diferencias de opinión cuando trabaja en grupo.				

Determina estrategias para mejorar cada día tu trabajo. Establece un plan de seguimiento con tu docente.

Módulo 5

Algunas exploraciones con la geometría

¿Qué vas a aprender?

La geometría permite comprender algunas de las relaciones espaciales que establecemos entre los objetos, en algunas construcciones elaboradas por el hombre o que se encuentran en la naturaleza. A lo largo de este módulo descubrirás diferentes situaciones que te mostrarán algunos acuerdos para representar ideas y relaciones geométricas sencillas.

Estándares básicos de competencias

Pensamiento espacial

- Resuelvo y formulo problemas usando modelos geométricos.
- Clasifico polígonos en relación con sus propiedades.

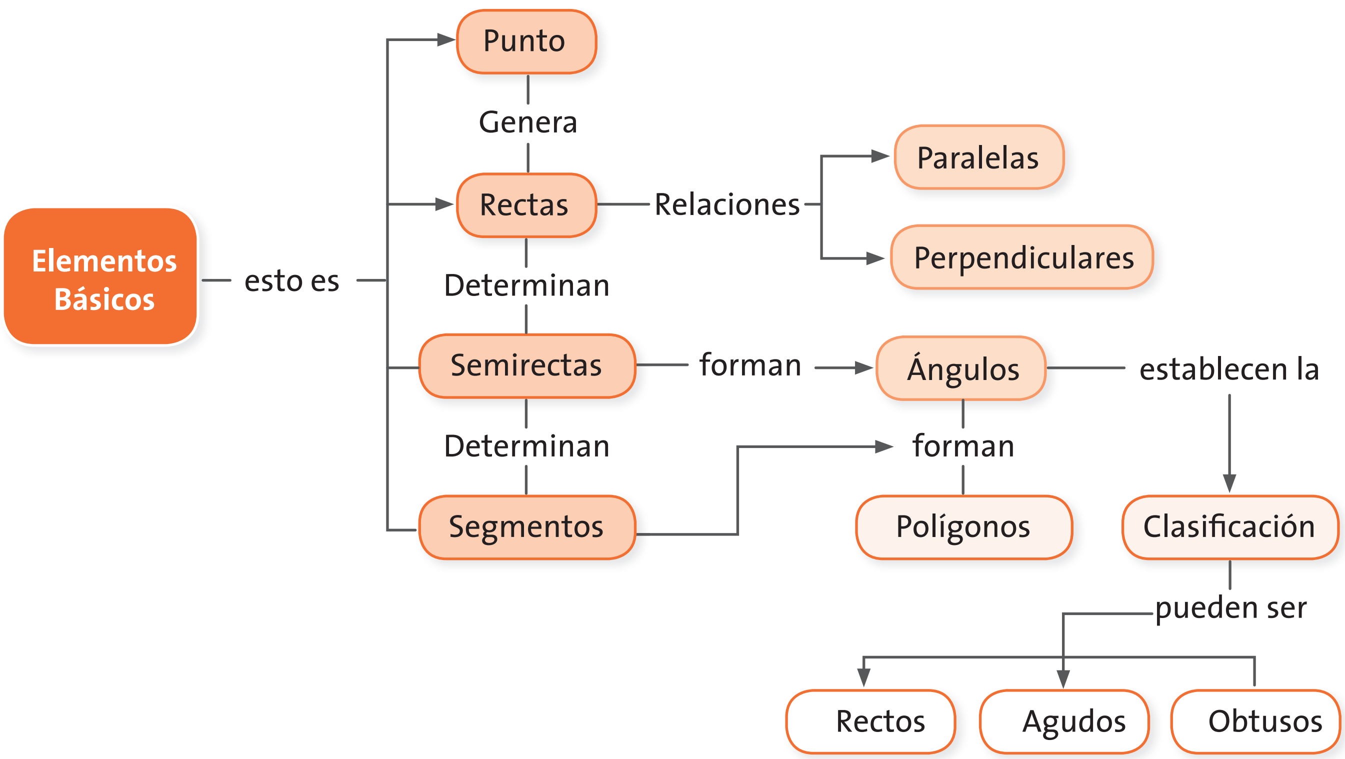
Pensamiento métrico

- Utilizo técnicas y herramientas para la construcción de figuras planas y cuerpos con medidas dadas.

La realización de las actividades propuestas en las guías que conforman este módulo te permitirá comprender y aplicar los conceptos relacionados con los elementos básicos de la geometría y las construcciones que se realizan a partir de ellos. En la tabla se muestran los conceptos, estándares y procesos que se buscan desarrollar.

Guías	Concepto	Procesos
Guía 18. Segmentos, semirrectas y rectas	**Rectas Semirrectas Segmentos**	• Se favorece el proceso de **resolución de problemas** al permitir que se busquen y expresen resultados válidos para una situación donde intervienen elementos básicos de la geometría. También al invitar a la formulación de hipótesis y estimaciones relacionadas con las propiedades de los elementos geométricos estudiados para su posterior comprobación. • Se favorece el proceso de **comunicación** en cuanto a la posibilidad de identificar similitudes y diferencias entre ángulos y figuras geométricas, al reconocer los tipos de rectas y otros elementos geométricos esenciales en la comprensión de la simbología constitutiva de la matemática. • Se favorece el proceso de **modelación** al representar situaciones cotidianas utilizando elementos de la geometría como las rectas, semirrectas, segmentos o ángulos.
Guía 19. Giros	**Ángulo**	
Guía 20. Relaciones entre rectas	**Relaciones entre rectas**	
Guía 21. Algo de polígonos	**Polígonos**	

El siguiente esquema te muestra la manera como se pueden relacionar los conceptos.



¿Para qué te sirve lo que vas a aprender?

En muchas profesiones es evidente la aplicación del conocimiento de conceptos espaciales y métricos. Algunas de ellas son la arquitectura, la ingeniería civil y la topografía. El estudio de elementos espaciales permite modelar diferentes situaciones cuyos esquemas facilitan la comprensión de relaciones y características particulares para lo que los elementos básicos de la geometría, sus relaciones y características resultan fundamentales.

El análisis y estudio de puntos, rectas, relaciones entre rectas, polígonos, entre otros, contribuye al desarrollo de competencias y procesos del pensamiento matemático que te permitirán desenvolverte con mayor propiedad en la solución de problemas.

¿Cómo y qué se te va a evaluar?

En el desarrollo del módulo se proponen diferentes momentos en los que tú, tus compañeros y tu docente podrán evidenciar y analizar los progresos que tuviste en cuanto al reconocimiento de los elementos básicos de la geometría y sus propiedades básicas.

En *Aplico lo aprendido* y *Evaluación* te proponemos diferentes actividades, problemas y situaciones que te invitan a poner en práctica tus conocimientos y a reflexionar frente al trabajo de tus demás compañeros; y en un proceso de autoevaluación valorarás tu desempeño durante el desarrollo del módulo, tus actitudes, disposiciones y demás elementos relacionados con el conocimiento adquirido.

Explora tus conocimientos

Hoy en día se han generado muchos métodos de cultivo. La hidroponía o agricultura hidropónica es uno de ellos. Consiste en cultivar plantas usando soluciones minerales en vez de suelo agrícola.

La fotografía muestra el cultivo de pepinos organizados en una huerta. Obsérvala y realiza las actividades propuestas.

a. Explica cómo se organizaron las diferentes plantas en la huerta. ¿Qué forma tiene cada parte?

b. Fíjate en la relación que existe entre los tubos que se utilizan para el cultivo. Elabora un dibujo que explique esta relación.

c. ¿Conoces algún cultivo hidropónico similar al de la fotografía? ¿Qué cultivan en él? ¿Se organiza de la misma manera?

d. Los tubos son importantes para el cultivo ¿Por qué?

Guía 18

Segmentos, semirrectas y rectas

Estándar

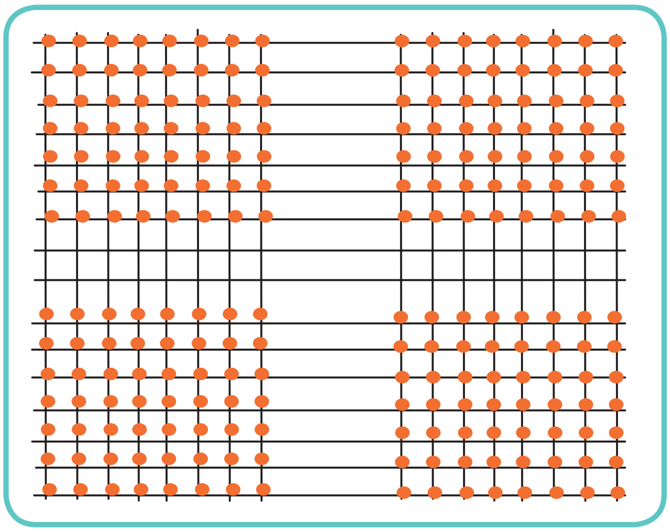
Pensamiento espacial y sistemas geométricos

Resuelvo y formulo problemas usando modelos geométricos.

Lo que sabemos

Para algunos productores de hortalizas, plantas medicinales, alimentos o plantas ornamentales, que no cuentan con terrenos apropiados o suelos libres de contaminación, los cultivos hidropónicos se han constituido en un método muy valioso que garantiza su derecho al trabajo. Además, su organización facilita las tareas de valoración y cuidado de las plantas, ya que todos se encuentran distribuidos en grupos de canales o tubos dispuestos en línea recta. Es por eso que en esta guía se trabajará sobre la recta y algunas características de ellas.

Carmenza tiene un cultivo hidropónico de fresa. Quiere organizar una exposición frente a sus trabajadores y diseñó un dibujo para representar la forma en que está organizado. Observa el dibujo y realiza las actividades propuestas.



Diseño del cultivo hidropónico

- Describe la manera como está organizado el cultivo hidropónico de Carmenza.
- ¿Cómo representó las intersecciones de las líneas horizontales y verticales?
- Si quisiera encerrar cada una de las cuatro secciones que tiene el cultivo, ¿qué forma tendría la cerca?
- Compara tus respuestas con las de dos de tus compañeros.

Aprendamos algo nuevo

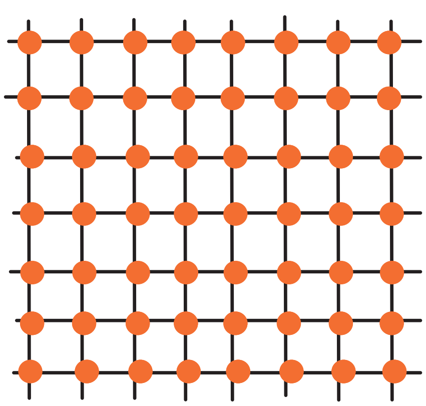
El dibujo que elaboró Carmenza para representar su cultivo muestra que se encuentra distribuido en cuatro secciones iguales y cada una de ellas está formada por plantas, representadas con **puntos** que se forman en la intersección de las distintas filas y columnas.

El punto se define como un elemento geométrico que no tiene longitud, anchura, ni altura; se asemeja a la huella dejada por un alfiler. Solamente tiene posición.

En adelante los puntos serán representados con una letra mayúscula.

Volvamos a observar al menos una de las secciones dibujadas por Carmenza.

Sección del cultivo



Piensa y dibuja la figura que se formaría si al elegir una fila o columna se dispusieran más puntos intermedios de tal manera que no quedaran espacios entre ellos, teniendo en cuenta que no se debe modificar la dirección (horizontal, vertical o diagonal) de la misma.

- Observa y responde:

Filas de cultivos

» ¿Qué cambio se produce entre la figura A y la B?

» ¿Se podrían aumentar la cantidad de puntos indefinidamente?

» Observa que los puntos conservan la misma dirección. ¿Da la sensación de observar qué figura de geometría?

» ¿Sabes cómo se llama en geometría el elemento que cumple esta condición?

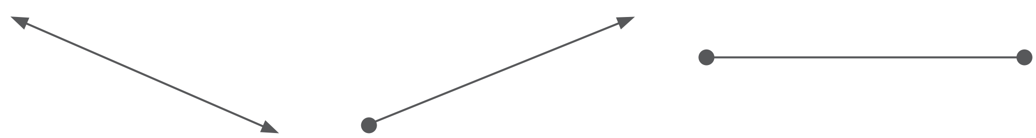
Una recta se puede entender como una sucesión indefinida de puntos que se prolongan en una misma dirección y en ambos sentidos. Para nombrar la recta que pasa por los puntos *A* y *B*, se utiliza la notación: $\overleftrightarrow{AB}$.

Analiza la definición de recta presentada anteriormente. Observa las representaciones y responde.

- ¿Qué notación se utiliza para representar una recta que pase por los puntos O y P? ¿Y por los puntos C y D?
- ¿En qué dirección aumentan los puntos de cada recta?

Piensa en el caso de que se conozca el punto de partida de una sucesión de puntos pero no el punto final.

Observa las siguientes gráficas y elige la que cumpla con la descripción dada.



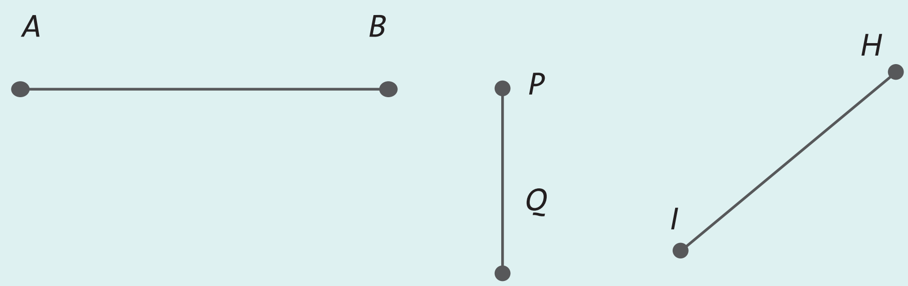
- ¿Cuál sería su definición teniendo en cuenta la definición de recta dada?
- ¿Qué notación utilizarías para identificar un representante de este concepto?

La **semirrecta** es una parte de la recta. En ella, se conoce el punto de origen pero no el final. La semirrecta de origen *A* y que pasa por el punto *B* se denota como $\overrightarrow{AB}$.

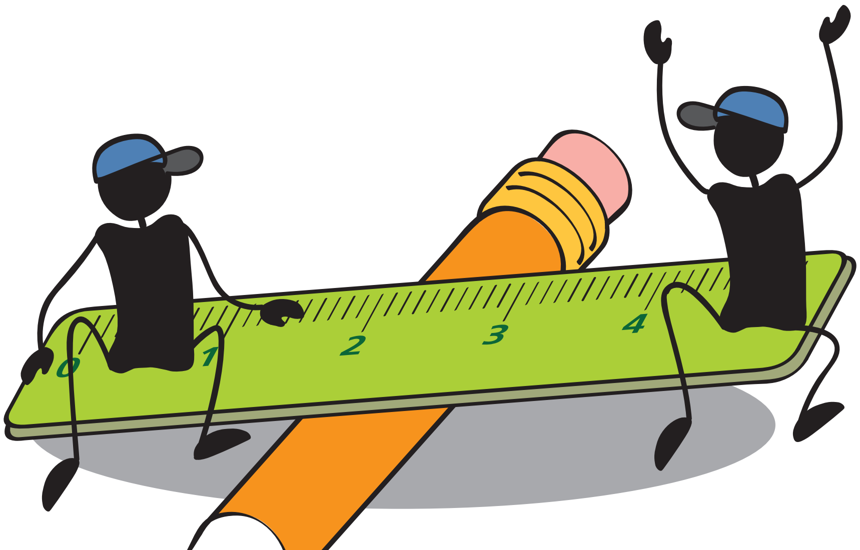
Copia y completa la tabla. Ten en cuenta las semirrectas representadas anteriormente.

Característica observada	Semirrecta AB	Semirrecta DC
Puntos por los que pasa.		
Punto de origen.		
Dirección en la que crecen (horizontal o vertical).		
Sentido de crecimiento (izquierda/derecha o arriba/abajo).		

El **segmento** es una porción de recta, en el que se conoce un punto inicial y un punto final. Es un elemento que puede dotarse de medida ya que es finito. Para nombrar un segmento cuyos puntos de origen y final se denominan *A* y *B* se utiliza la notación $\overline{AB}$.



- Escribe las diferencias y semejanzas entre segmento, recta y semirrecta. Compara tu respuesta con uno de tus compañeros.

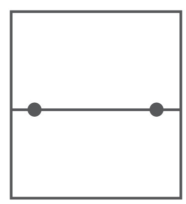


Ejercitemos lo aprendido

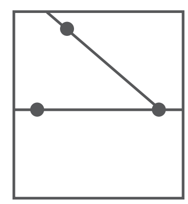
1. Toma una hoja de papel y sigue los pasos.

Dóblala por la mitad.

Marca dos puntos sobre el doblez y nómbralos con las letras que quieras.

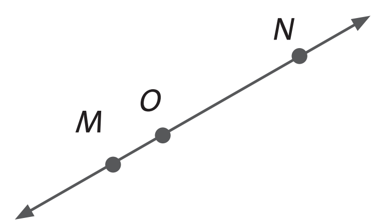


Traza un segmento que tenga como extremo a uno de los puntos que marcaste. Por ejemplo:



- Traza y escribe la notación de todos los segmentos que se pueden trazar teniendo por extremos dos de los puntos que marcaste.

2. Realiza una lista de todas las semirrectas que se pueden trazar y cuyos puntos iníciales puedan ser: *M*, *N* u *O* y que pertenezca a *MN*.



3. Ubica un punto *P* en cualquier lugar del plano y luego traza dos semirrectas que pasen por ese punto.

4. Traza segmentos de recta con las siguientes medidas:
   a. $\overline{AB}$ mide 18 cm.
   b. $\overline{CD}$ mide la tercera parte de la medida de $\overline{AB}$.
   c. $\overline{EF}$ mide la mitad de la medida de $\overline{CD}$.

5. Sobre una misma recta se pueden ubicar cuatro puntos consecutivos que son *S*, *T*, *U* y *V*. Si sabemos que la medida del segmento $\overline{SV}$ es 12 cm, responde:
   a. Si *T* es el punto medio entre *S* y *U*; y *U* es el punto medio entre *T* y *V*. ¿cuánto miden los segmentos $\overline{ST}$ y $\overline{TV}$?
   b. Si $\overline{SU}$ mide 10 cm, ¿cuánto mide $\overline{UV}$?
   c. Si el segmento $\overline{TV}$ mide el triple de lo que mide $\overline{ST}$, ¿cuánto mide $\overline{ST}$?

Guía 19

Giros

Estándares

Pensamiento métrico

- Resuelvo y formulo problemas usando modelos geométricos.
- Utilizo técnicas y herramientas para la construcción de figuras planas y cuerpos con medidas dadas.

Lo que sabemos

Los movimientos corporales como los giros que realizamos permiten alterar nuestra posición frente a un sistema de referencia. En esta guía estudiaremos los ángulos y sus medidas. Lee la siguiente situación.

Don Roberto se ubicó de frente a su casa y formuló las siguientes afirmaciones:

Si doy media vuelta quedaré de frente a la fuente, pero si doy un cuarto de vuelta hacia la derecha estaré de frente al establo.

Reúnete con otra persona para contestar las siguientes preguntas:

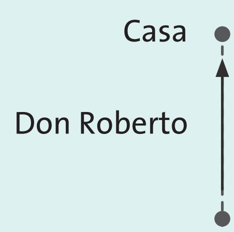
- ¿Qué entienden por la expresión: media vuelta?
- ¿Qué figura geométrica puede representar la idea de vuelta completa?
- ¿Cómo representarían un giro de un cuarto de vuelta?
- ¿Cómo expresarían la ubicación de don Roberto con respecto a la fuente?
- ¿Cómo representarían la ubicación del establo con respecto a la fuente?
- ¿Cómo determinarían la ubicación de la casa con respecto al establo?

Aprendamos algo nuevo

Una manera de plantear un dibujo sencillo que represente la situación anterior, es dibujar cada objeto o persona como puntos.

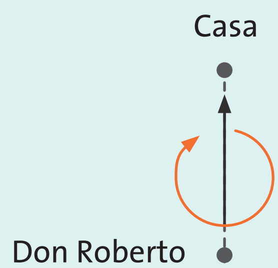
Comencemos por ubicar un punto que sirva como referencia para indicar la posición de don Roberto y otro que represente la casa.

La semirrecta representa la dirección hacia donde mira don Roberto.



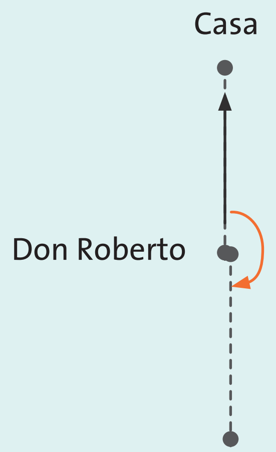
Es necesario que recuerdes que un giro de una vuelta entera corresponde a 360 grados. Un grado equivale a cada una de las 360 partes en las que se puede dividir una circunferencia y se representa por el símbolo º.

- Si don Roberto gira 360º, ¿hacia qué lugar queda viendo?



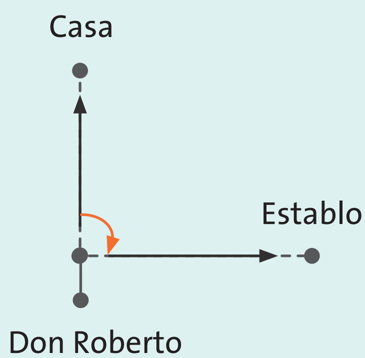
En una de sus afirmaciones, don Roberto dice que si gira media vuelta quedará en frente de la fuente.

- ¿A cuántos grados equivale media vuelta? Explica tu respuesta.
- Realiza la representación del movimiento descrito y marca con rojo la posición final.



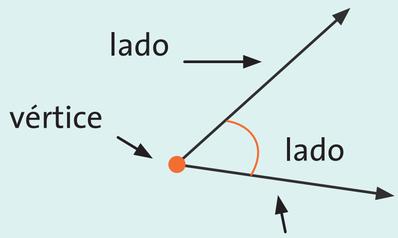
Para terminar, Don Roberto afirma que si da un cuarto de vuelta hacia la derecha, queda de frente al establo.

- ¿A cuántos grados equivale un cuarto de vuelta? Explica tu respuesta.



Los dibujos que representan los giros que referencia don Roberto, representan **ángulos**.

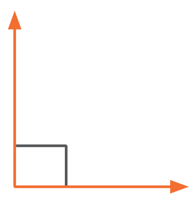
Un **ángulo** corresponde a la abertura comprendida entre dos semirrectas que tienen el mismo punto de origen, llamado vértice.



Para determinar la medida de ese ángulo se utiliza el transportador.

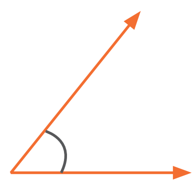
Según la amplitud del giro, los ángulos se clasifican en:

Recto



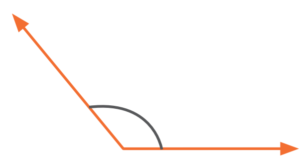
Mide 90°, equivale a un cuarto de vuelta.

Agudo



Mide entre 0° menos de 90°.

Obtuso

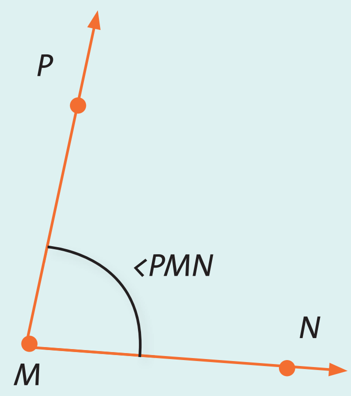


Mide entre 90° y 180°.

Para referirse a un ángulo en particular es necesario escribir una notación similar a la que se utilizó en la guía anterior para simbolizar rectas, semirrectas y segmentos.

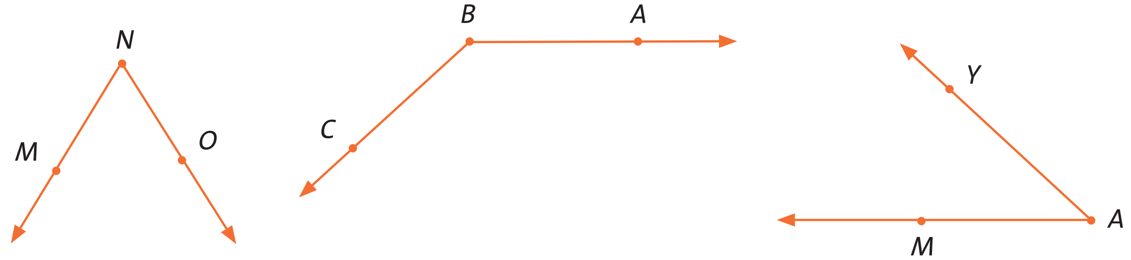
Sigamos estos pasos, realizando el dibujo correspondiente:

Observemos que se asignó la letra *M* al punto origen. Este punto es común para las dos semirrectas que definen los lados del ángulo.
Tomamos un punto cualquiera en cada semirrecta y les asignamos el nombre *P* y *N*, respectivamente.
Finalmente, el símbolo que reemplaza la palabra ángulo es $\propto$ y se escribe antecediendo a las letras elegidas dejando en el centro la letra que corresponde al vértice.



Ejercitemos lo aprendido

1. Observa los dibujos y realiza las actividades indicadas.



a. Escribe la notación correspondiente a cada ángulo representado.

b. Determina el valor de cada ángulo con ayuda del transportador.

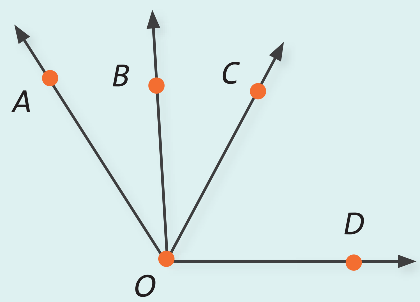
c. Utiliza el transportador para construir ángulos que midan 30º, 54º, 85º, 90º, 120º, 145º y 170º.

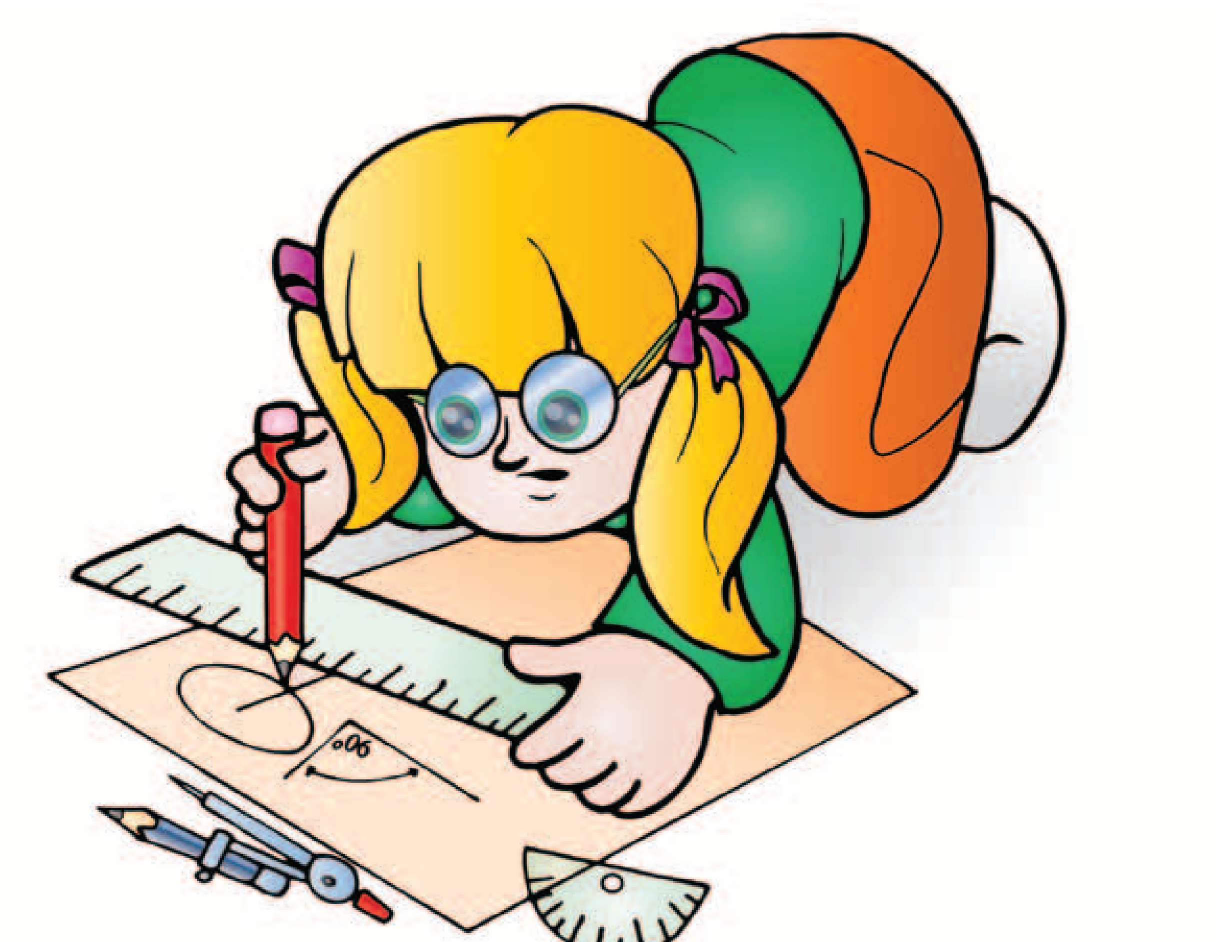
2. Observa la figura y responde.

a. ¿Cuántos ángulos pueden identificarse? Menciónalos y escribe su notación.

b. ¿Cuáles ángulos tienen un lado en común?

c. ¿Cuáles ángulos no tienen ningún lado en común, sólo el vértice?





Guía 20

Relaciones entre rectas

Estándar
Pensamiento espacial

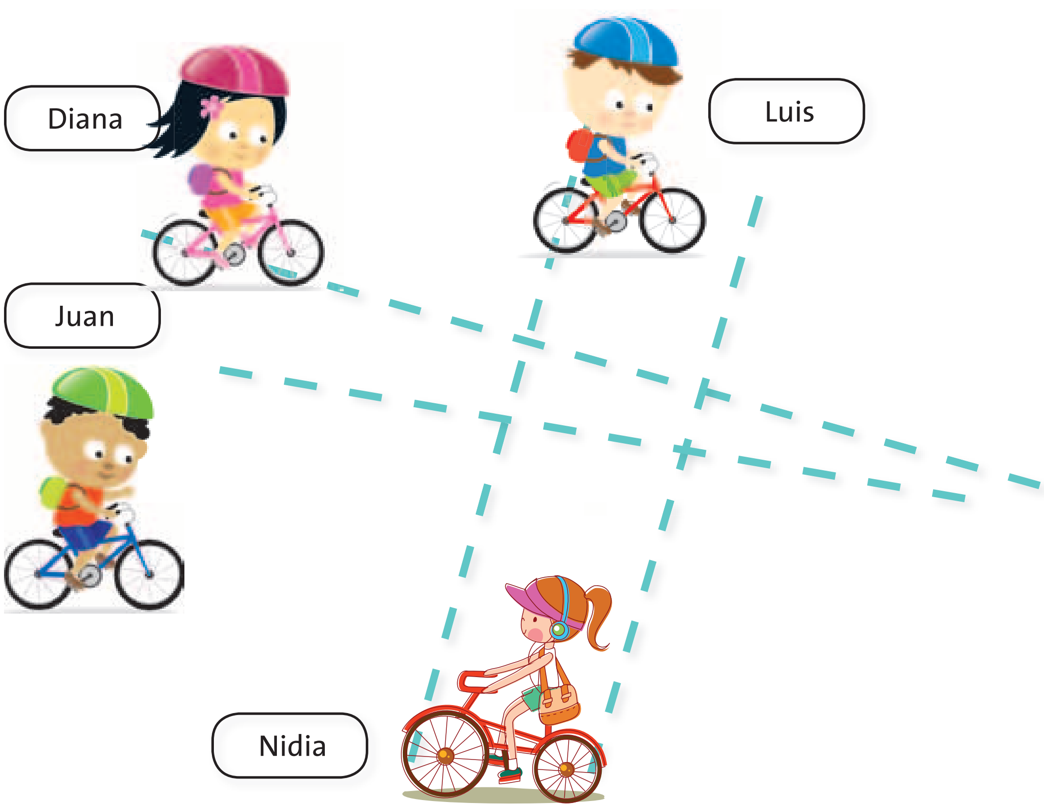
Resuelvo y formulo problemas usando modelos geométricos.

Lo que sabemos

Generalmente, cada vez que nos desplazamos de un lugar a otro, ya sea por nuestros propios medios o utilizando algún tipo de transporte, dejamos huellas de los recorridos. Muchas vías de transporte tienen caminos que se cruzan y cuyo orden se regulariza con el semáforo. Existen unas relaciones entre las rectas que permiten representar dichas situaciones.

Trabajo en grupo

- Reúnete con una persona y analicen la siguiente situación.



Luis y sus amigos montaron en bicicleta sobre un terreno que estaba un poco lodoso y dejaron ver las huellas de sus recorridos. Observen el esquema y respondan.

- ¿Qué tienen en común los caminos que marcaron Luis y sus amigos?
- ¿Se cruzan? ¿Conservan los recorridos entre sí, la misma distancia?
- ¿Cuánto miden los ángulos que se forman en los cruces de los recorridos?
- Llenen la siguiente tabla:

Caminos o rutas

Personajes	Dibujo de los caminos	Descripción
Juan y Diana		
Nidia y Luis		
Diana y Luis		
Diana y Nidia		

Aprendamos algo nuevo

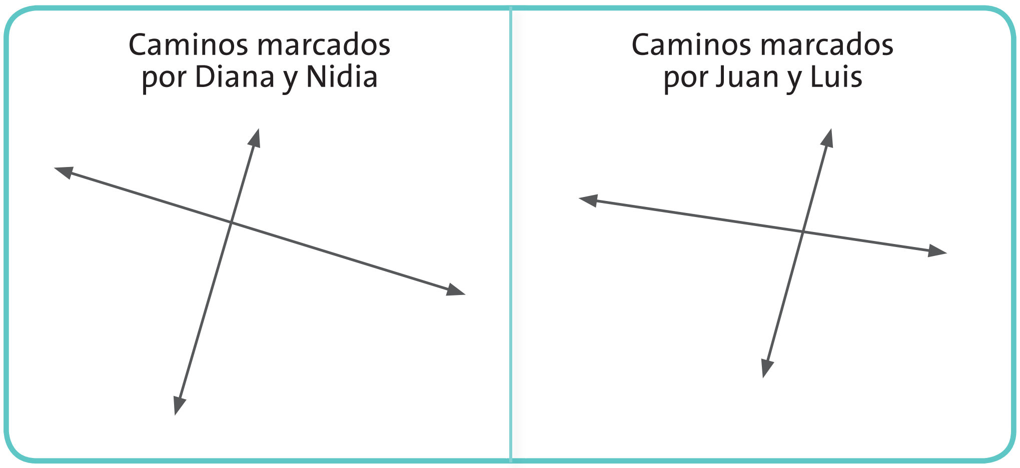
Retomemos la situación que nos habla de los caminos marcados por Luis y sus amigos.

La primera característica que se puede tener del conjunto de huellas que dejaron los niños con sus bicicletas es que todos realizaron recorridos rectos. Es decir, cada personaje conservó la misma **dirección** durante el recorrido realizado en el terreno.

Otra conclusión es que aunque no se conozca el **sentido** (derecha/izquierda o arriba/abajo) en el que avanzaron, se pueden definir cruces en los caminos y ver que generaron puntos en común.

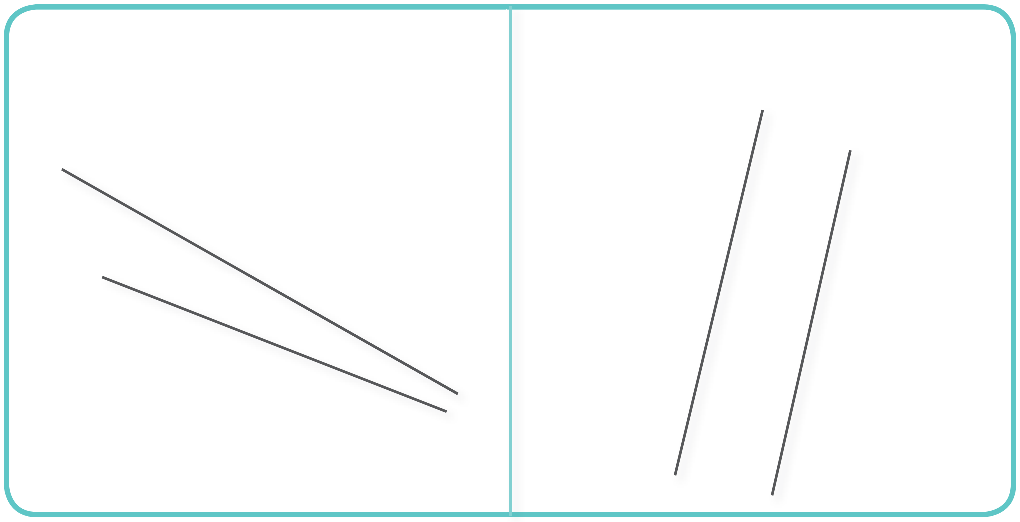
Cuando dos rectas se intersecan siempre se forman cuatro ángulos. Existe un caso que todos los ángulos son rectos por tanto se dice que dichas rectas son perpendiculares.

Para analizar la relación existente entre los caminos, podemos empezar por elegir algunos que se cortan entre sí.



- Como las rectas se intersecan entonces forman cuatro ángulos. En cada caso mídanlos y clasifíquenlos como se indicó en la guía anterior.

Ahora revisemos las rectas que, según el dibujo, no se cortan entre sí.

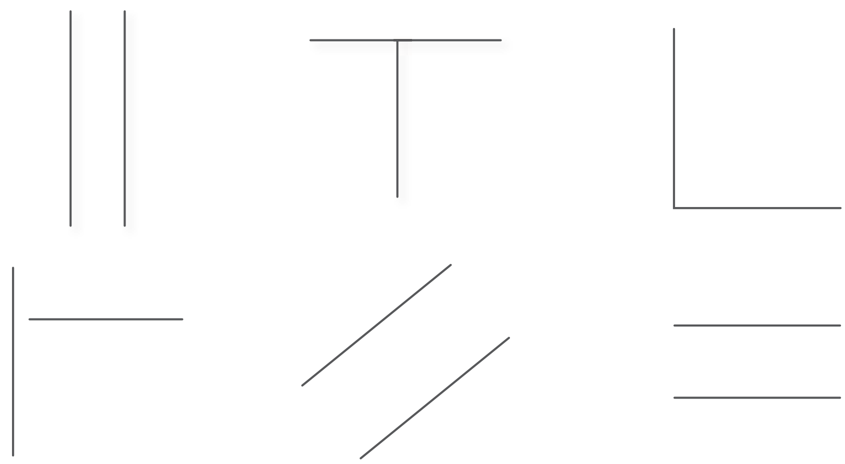


- Calca los segmentos en papel mantequilla o bond. Prolonga cada uno en ambos sentidos con ayuda de una regla. ¿Qué sucedió?

En el primer caso, al prolongar las rectas se observa que dichas rectas se intersecan; en cambio, en el segundo las rectas no se intersectan por más que se prolonguen y además entre ellas conservan la misma distancia. En ese caso se dice que las rectas son paralelas.

Ejercitemos lo aprendido

1. Calca las diferentes parejas de segmentos y señala con color rojo las rectas perpendiculares y con verde, las rectas paralelas.



2. Dibuja un posible esquema que muestre otros recorridos de Diana, Juan, Luis y Nidia, que cumplan con las siguientes condiciones:

   - Los caminos seguidos por Diana y Juan son paralelos.
   - Los caminos seguidos por Luis y Nidia representan rectas perpendiculares.
   - Las huellas dejadas por las bicicletas de Nidia y Juan se interceptan.

   Compara tu trabajo con dos de tus compañeros. ¿Representaron el mismo esquema?

3. Determina si cada enunciado es falso (F) o verdadero (V). Dibuja un ejemplo por cada enunciado.

   a. Si hay dos rectas paralelas y se traza una recta que intersecta a una de ellas, esa recta también intercepta a la otra.

   b. Dos rectas pueden ser perpendiculares aunque en el dibujo no se intercepten.

   c. Si hay dos rectas perpendiculares y se traza una paralela a una de las rectas perpendiculares, también dicha recta es perpendicular a la otra.

Guía 21

Algo de polígonos

Estándar
Pensamiento espacial

Clasifico polígonos en relación con sus propiedades.

Lo que sabemos

Si hiciéramos un mapa detallado de cada uno de los lugares por los que nos movemos diariamente mientras realizamos nuestras tareas diarias, el resultado sería un sin número de segmentos unidos que podrían definir algunas clases de figuras.

- Lee la siguiente situación:

Guillermo quiere realizar un plano de los recorridos que tiene que hacer todos los días, para cumplir con sus tareas diarias.

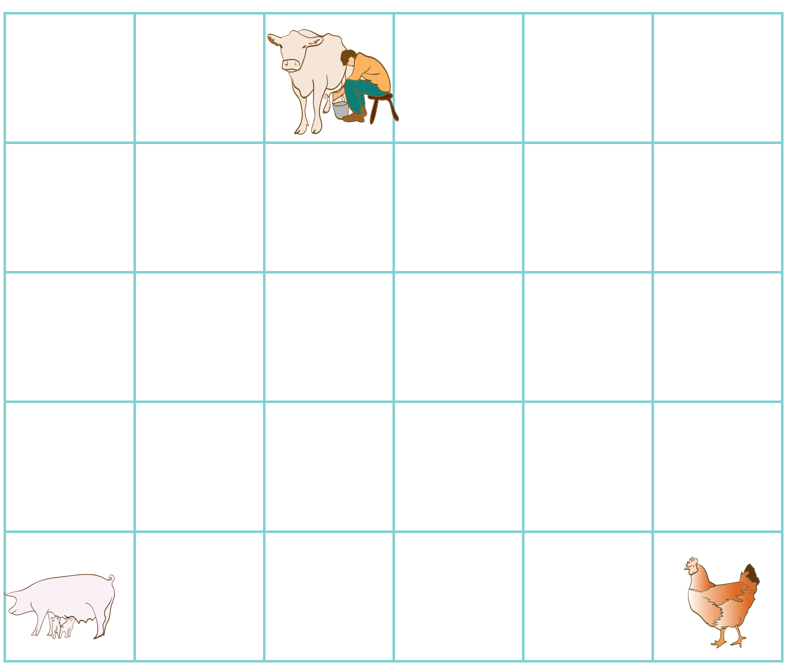
Primera tarea: ordeñar las vacas.

Segunda tarea: recoger los huevos y darles de comer a las gallinas.

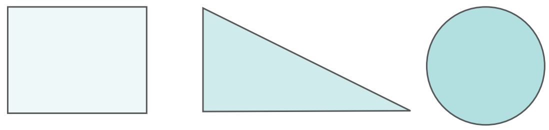
Tercera tarea: alimentar a los cerdos.

Cuarta tarea: volver a ordeñar las vacas.

- Traza los caminos más cortos que puede hacer Guillermo.
- ¿Qué figura se forma al trazar los caminos?
- Dibuja otra figura similar y explica por qué se parece a la elaborada por los caminos.



- Observa estas figuras y escribe en qué se diferencian de la que se obtuvo al dibujar el recorrido hecho por Guillermo.

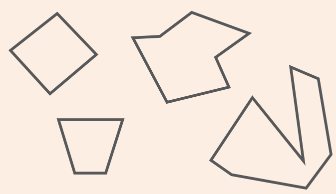


- ¿Qué tipo de figura se formaría por los recorridos de Guillermo si antes de volver al establo para ordeñar las vacas por segunda vez, tuviera que ir a la fuente? ¿Y a dos sitios más? Realiza los dibujos que muestren las figuras que se pueden obtener.

Aprendamos algo nuevo

Comencemos por diferenciar figuras abiertas y cerradas.

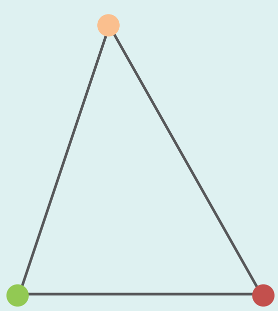
Tipos de figuras

Figuras abiertas	Figuras cerradas
	

Responde:

- ¿Qué tienen en común las figuras cerradas y abiertas?
- ¿Qué diferencia las figuras cerradas de las abiertas?
- ¿Las figuras correspondientes a los recorridos de Guillermo de sus tareas diarias son abiertas o cerradas?

Al revisar nuevamente la situación, Guillermo plantea que el punto de partida (el corral de las vacas) coincida con el punto final. Por lo tanto, el recorrido descrito por Guillermo corresponde a una figura cerrada.



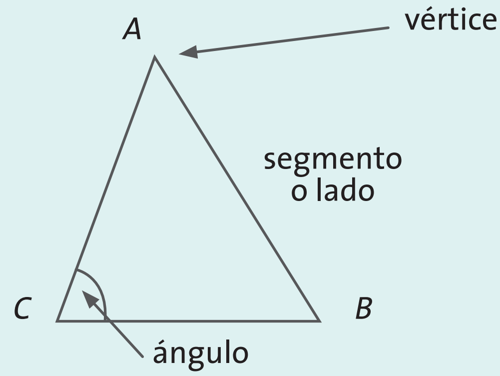
Corral de las vacas:

Corral de los cerdos:

Corral de las gallinas:

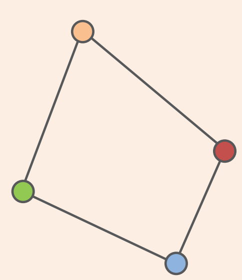
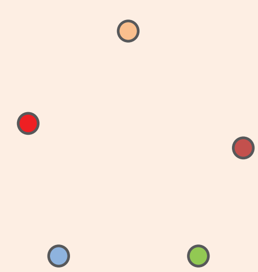
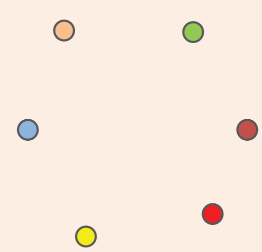
Las figuras cerradas también se conocen como **líneas poligonales.** La línea poligonal es la que se construye al ordenar todos los segmentos tales que, el extremo final de uno coincide con el origen del segmento que le sigue.

Un **polígono** está conformado por una línea poligonal y su interior.
Otra definición que se le da a polígono es figura cerrada formada por segmentos.
La palabra polígono es de origen griego: "*polys*": muchos y "*gonía*": ángulos; que se traduce como figura con muchos ángulos.



- ¿Cuántos ángulos internos hay en el polígono? Averigua qué son ángulos internos y externos de un polígono.
- Determina, en el polígono que resulta al representar el camino seguido por Guillermo el número de lados, vértices y ángulos internos y externos. ¿Esos números tienen alguna relación? Escríbela.

Guillermo también se desplazó consecutivamente por cuatro, cinco, o más sitios. Dibuja los polígonos correspondientes y determina la cantidad de lados, vértices y ángulos internos y externos de cada uno. Ayúdate de representaciones de puntos como las siguientes.

Cuatro sitios	Cinco sitios	Seis sitios
		

Ejercitemos lo aprendido

1. Completa la tabla y registra el número de lados, ángulos y vértices que tiene cada polígono. Ten en cuenta que en la tabla se presenta los nombres de algunos polígonos según sus lados.

Características de los polígonos

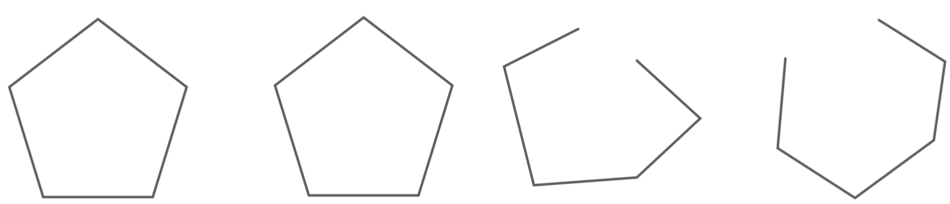
Polígono	Lados	Vértices	Ángulos
Triángulo	3	3	3
Cuadrilátero			
Pentágono			
Hexágono			
Heptágono			
Octágono			

2. ¿Qué relación existe entre el número de lados de los polígonos y el número de ángulos? ¿Y con el número de vértices?

3. Observa el grupo de figuras y contesta.

   a. Identifica la figura que no sea polígono.

   b. Dibuja los polígonos y señala con diferente color cada lado y cada ángulo.



Apliquemos lo aprendido

Marcapáginas en origami

1. Consigue un cuadrado de papel de 10 centímetros de lado. Sigue los pasos y responde en cada caso.

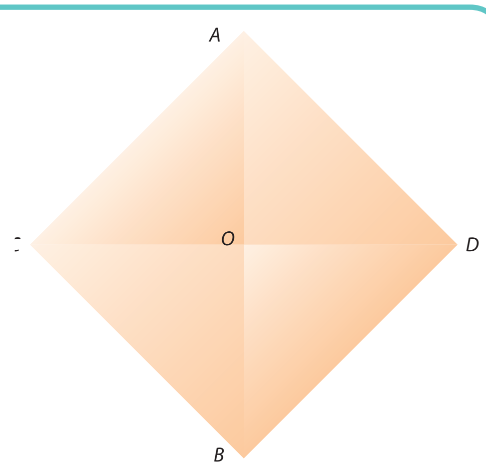
   a. Dobla el cuadrado por cada una de sus diagonales. Ábrelo nuevamente.

   - ¿Qué tipo de líneas se formaron?
   - ¿Qué tipo de relación hay entre ellas?

   b. Marca uno de los vértices con la letra *A* y su opuesto con la letra *B*.

   c. Marca otro vértice con la letra *C* y su opuesto con la letra *D*.

   d. Marca el punto de corte de las diagonales con la letra *O*.

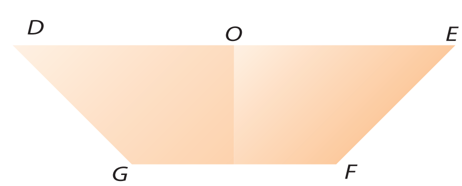


   e. Lleva los vértices *A* y *B* hasta el punto central *O*.

   - ¿En cuántas partes queda dividido el segmento AB?
   - ¿Qué tipo de polígono es el que presenta la imagen obtenida en este paso?

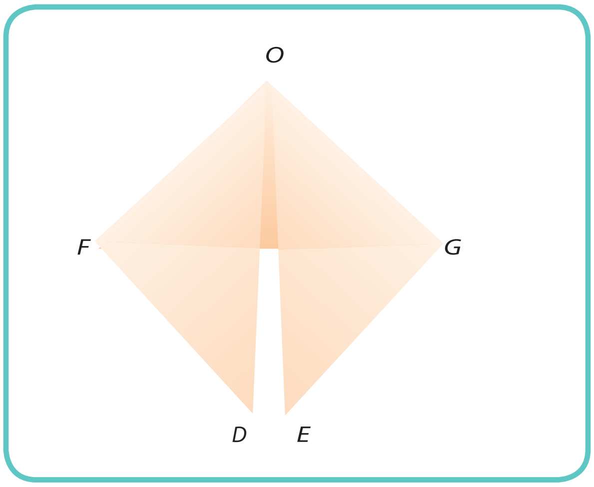
   f. Dobla el hexágono por el segmento *DC* hacia abajo.

   - ¿Qué clase de polígono se forma en este paso?



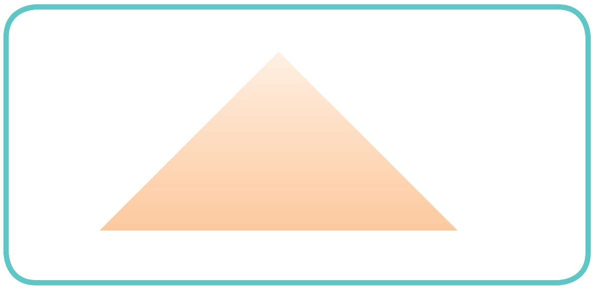
g. Marca el ángulo α*EOF* y dobla por los lados.

- ¿Qué clase de polígono se formó?



h. Dobla las puntas *E* y *F* por dentro de una especie de bolsillo que se forma en el lado *ED*.

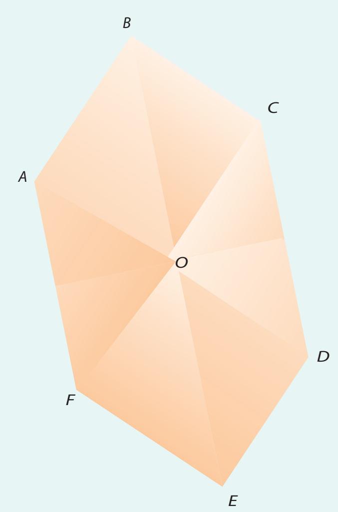
- ¿Qué clase de polígono se formó?
- ¿Cuánto miden los ángulos de su triángulo?



Utiliza la figura que acabaste de hacer para marcar o separar la página que te interesa de un libro.

2. De acuerdo con la figura, escribe falso o verdadero según sea el caso.

a. $\overline{AB}$ es paralela a $\overline{DE}$.	a. ( )
b. El segmento $\overline{FC}$ pasa también por el punto *O*.	b. ( )
c. El ángulo $< BOD$ es recto.	c. ( )
d. El ángulo $< FOA$ es agudo.	d. ( )
e. El polígono tiene forma de pentágono.	e. ( )



Evaluemos

¿Cómo me ve mi maestro?

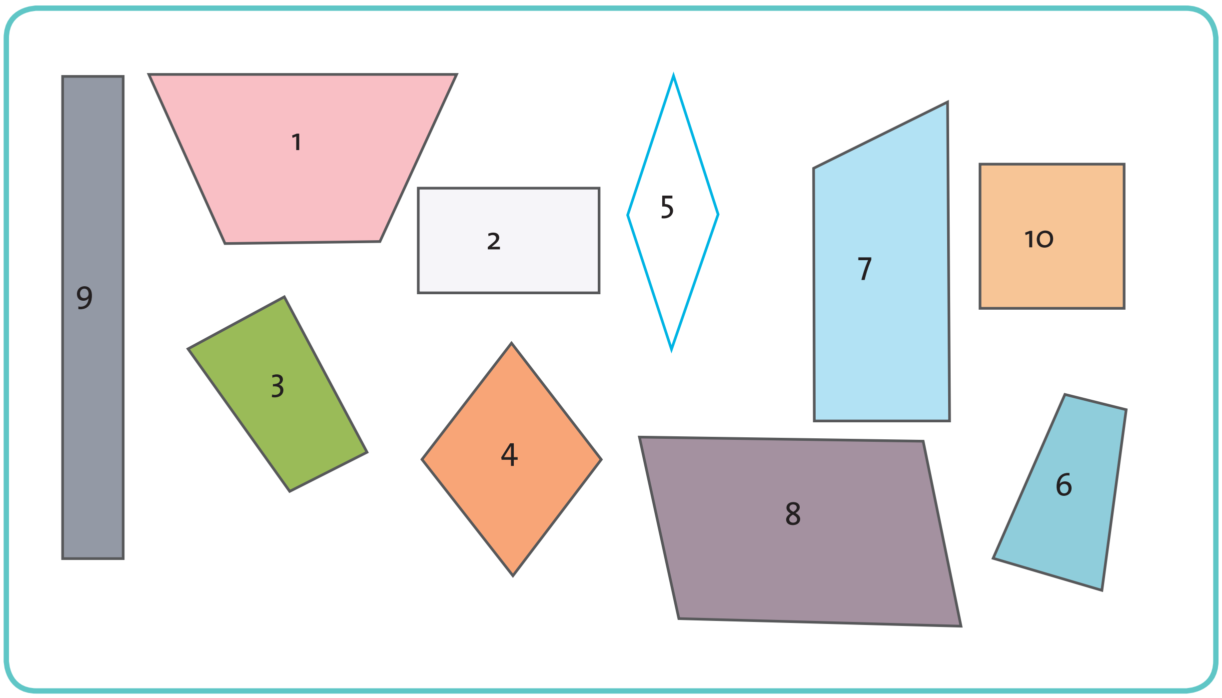
1. Dibuja un polígono y realiza las siguientes actividades.

   a. Identifica un punto.

   b. Identifica un segmento.

   c. Señala un ángulo de cada tipo (recto, agudo, obtuso).

2. Observa el grupo de polígonos y completa la tabla



- En la columna cuadriláteros, escribe los números de los cuadriláteros que cumplen la característica que se anuncia.

Característica	Cuadriláteros
Dos pares de lados paralelos.	
Dos lados paralelos y dos no.	
Ningún lado es paralelo a otro.	
Tiene al menos un ángulo obtuso.	
Tiene todos sus ángulos rectos.	

¿Cómo me ven los demás?

3. Formen grupos de tres personas.

a. Investiguen cómo elaborar alguna figura en papel. Y analicen la manera en la que se la enseñarían a hacer a los demás. Escriban las instrucciones aprovechando los conceptos que se desarrollaron en el módulo.

b. Después de que cada grupo haya presentado su trabajo, evalúen entre todos el trabajo que realizado por cada uno de los grupos.

¿Qué aprendí?

Responde según la manera en la que te desenvolviste en el desarrollo del módulo.

	Sí	No	A veces	Justificación
Identifico algunos términos de la Geometría.				
Reconozco las características y algunas clases de ángulos.				
Establezco relaciones entre rectas.				
Identifico algunos elementos que se definen en un polígono.				
Me intereso por conocer las opiniones de mis compañeros y presento con claridad las mías.				
Me preocupo por preparar mis trabajos y exposiciones.				
Acepto mis errores o dificultades y trato de superarlos.				

Determina estrategias para mejorar cada día tu trabajo. Establece un plan de seguimiento con tu docente.

Módulo 6

Recolección e interpretación de información

¿Qué vas a aprender?

Las guías que se proponen en este módulo contribuyen al desarrollo de los estándares básicos de competencias relacionados con el pensamiento numérico a través del desarrollo de habilidades para establecer relaciones numéricas basadas en conceptos estadísticos. Desarrolla el pensamiento aleatorio ya que a partir de observaciones, consultas o experiencias es posible recoger información que permita la interpretación y el conocimiento de la realidad cercana, así como la compresión de conceptos que se emplean en la interpretación de datos presentados en tablas o gráficas. Además, se contribuye al pensamiento métrico con procesos como la estimación y el uso de instrumentos para determinar longitudes o ángulos. Los contenidos de este módulo desarrollados en las distintas guías, aportan a la búsqueda de soluciones razonables a distintos problemas que involucran la toma de decisiones.

Estándares básicos de competencias

Pensamiento numérico

- Utilizo números racionales, en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida.

Pensamiento aleatorio

- Comparo e interpreto datos provenientes de diversas fuentes (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas).

- Reconozco la relación entre un conjunto de datos y su representación.

- Interpreto, produzco y comparo representaciones gráficas adecuadas para presentar diversos tipos de datos (diagramas de barras, diagramas circulares).

Pensamiento métrico

- Utilizo técnicas y herramientas para la construcción de figuras planas y cuerpos con medidas dadas.
- Resuelvo y formulo problemas que requieren técnicas de estimación.

La realización de las actividades propuestas en las guías que conforman este módulo te permitirán alcanzar los estándares básicos de competencias mencionados anteriormente, a través de situaciones prácticas que trabajarás en grupo y con la comunidad en la que vives. Estas actividades privilegian el desarrollo de procesos asociados a la actividad matemática, el razonamiento, la comunicación y la resolución de problemas.

<table>
<tr><th>Guías</th><th>Conceptos</th><th>Procesos</th></tr>
<tr><td>Guía 22. ¿Qué hacen mis compañeros en el tiempo libre?</td><td>Dato: Recolección</td><td rowspan="3">Se favorecen los procesos de:
• Comunicación, al interpretar situaciones a partir de datos organizados en tablas, la lectura y representación de la información en diagramas y la utilización del lenguaje cotidiano para expresar nociones estadísticas.
• Resolución de problemas, al resolver problemas que involucren la recolección y organización de datos y la construcción de representaciones estadísticas de situaciones del entorno.
• Razonamiento lógico, al realizar inferencias obtenidas de la interpretación de datos organizados.</td></tr>
<tr><td>Guía 23. ¿Cuánto pesan mis compañeros de clase?</td><td>Dato: Organización e interpretación</td></tr>
<tr><td>Guía 24. Otra forma de representar datos</td><td>Dato: Representación</td></tr>
</table>

El siguiente esquema te permite relacionar los conceptos que se van a desarrollar en el módulo.

Análisis de información estadística

Se desarrolla con

- **La recolección de datos**
  - Se realiza a través de
    - Encuestas
    - Observaciones
    - Datos recogidos por entidades confiables
- **La organización de datos**
  - Mediante
    - Tablas de frecuencia absoluta
    - Tablas de frecuencia relativa
- **La representación de datos**
  - Se utilizan diagramas como
    - El diagrama de barras
    - El diagrama circular

¿Para qué te sirve lo que vas a aprender?

La estadística es una herramienta que se usa en todas las ciencias. Con ella, es posible estudiar comportamientos sometidos a un estudio y, luego de su análisis predecir otros.

Tiene gran aplicación cuando se quieren determinar las necesidades de una región particular. Por ejemplo, si se desea conocer el rendimiento académico de los estudiantes, si se quiere saber cuáles son las actividades preferidas que las personas realizan en su tiempo libre o para identificar el medio de transporte que utilizan los estudiantes de postprimaria de una escuela de la región, entre otros casos.

¿Cómo y qué se te va a evaluar?

En el desarrollo del módulo se propone un momento final de evaluación de los conceptos relacionados con la recolección y representación de datos estadísticos.

Además encontrarás dos secciones: *Aplico lo aprendido* y *Evaluación* en las que se proponen diferentes actividades, problemas y situaciones que te invitan a poner en práctica tus conocimientos relacionados con el manejo de información (recolección, organización, representación y análisis), así como a la realización de trabajos individuales o grupales que retarán tus habilidades para expresar ideas y pensamientos.

Explora tus conocimientos

Para la despedida del año escolar los estudiantes de grado sexto realizaron una encuesta para decidir qué actividad podrían realizar.

Estas fueron las respuestas obtenidas al realizar la pregunta: ¿Qué actividad te gustaría realizar para el cierre del año escolar?

» Tarde en el río
» Almuerzo campestre
» Almuerzo campestre
» Tarde en el río
» Almuerzo campestre
» Visita al museo
» Almuerzo campestre
» Visita al museo
» Tarde en el río
» Visita al museo
» Tarde en el río
» Almuerzo campestre
» Almuerzo campestre
» Tarde en el río
» Almuerzo campestre

- ¿Cuáles fueron las actividades propuestas por los estudiantes de sexto grado?
- ¿A cuántos estudiantes se les realizó la pregunta?
- ¿De qué manera se puede organizar esa información?
- ¿Qué actividad realizarán para la despedida del año escolar? ¿Por qué sabes que fue la elegida?

Guía 22

¿Qué hacen mis compañeros en el tiempo libre?

Estándar

Pensamiento aleatorio y sistemas de datos

Comparo e interpreto datos provenientes de diversas fuentes (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas).

Lo que sabemos

Con las actividades propuestas en esta guía, podrás recolectar información que te permita conocer, entre otras cosas, las actividades que realizan tus compañeros en su tiempo libre. Con una organización y una interpretación acertada de los datos, lograrás conocer más a las personas de tu clase y organizar actividades en las que todos puedan participar activamente.

Trabajo en grupo

1. Por parejas, pregunten a sus compañeros de curso sobre el uso que hacen del tiempo libre. Para ello se sugieren algunas preguntas, que pueden ser complementadas por otras:

   - ¿Qué actividades realizan en su tiempo libre?
   - ¿Cuánto tiempo a la semana dedican a esas actividades?
   - ¿Cuántos años tienen?
   - ¿Cuál es su género: masculino o femenino?

2. Organicen la información recolectada y preséntenla al grupo.

Aprendamos algo nuevo

Las formas de agrupar los datos dependen del tipo de información que se quiere recoger.

- Respuestas de **identificación**, cuando se pregunta sobre características propias de las personas. Por ejemplo, el nombre, la edad, el documento de identificación, entre otros.
- Respuestas de **acción**, cuando se indaga sobre alguna actividad que realizan las personas. Por ejemplo, ¿Habla inglés? ¿Fuma?
- Respuestas de **intención**, cuando se explora sobre las intenciones de los encuestados. Por ejemplo, ¿Va a votar? ¿Viajará en sus vacaciones?
- Respuestas de **opinión**, cuando se pregunta por la opinión sobre determinados temas. Por ejemplo, ¿Qué piensa sobre...?
- Respuestas de **conocimiento**, si se indaga sobre el grado de conocimiento de los encuestados acerca de determinados temas. Por ejemplo, ¿Sabe usted qué es…?
- Respuestas de **motivos**, cuando se trata de saber el por qué de determinadas opiniones o actos.

1. Según los datos recolectados sobre las actividades del tiempo libre:
   - ¿Cuál es la actividad que prefiere realizar la mayoría de estudiantes?
   - ¿Cuál es la actividad de menor preferencia?
   - ¿De qué manera tu grupo organizó las respuestas obtenidas en la encuesta? Explica.
   - ¿Todos los grupos organizaron la información de la misma manera?
   - ¿Todos los grupos presentaron la misma información? Justifica.

   La información anterior resulta muy útil para tomar decisiones de grupo ya sea para realizar una actividad extraescolar, para comprar un regalo para un compañero, para definir la realización de un evento social, etc.

2. Ahora, contesta:
   - ¿De qué manera podemos obtener información sobre las preferencias de los colombianos?
   - ¿Cuáles personas o empresas conoces que se dediquen a conseguir información de preferencias de las personas?
   - ¿Cómo crees que recoge información un científico?

Como resulta muy usual y necesario organizar información para analizarla y tomar decisiones a partir de ella, se estudiarán a continuación algunas maneras de hacerlo.

3. Veamos dos ejemplos de recolección de la información hecha por los estudiantes que indagaron por las actividades del tiempo libre.

Datos recogidos por Pedro

Nombre	Actividades
Juan	Nadar y montar bicicleta
Luis	Caminar y nadar
Ángela	Pintar y escuchar música
Jorge	Montar bicicleta y caminar
María	Nadar y escuchar música

Datos recogidos por María

Actividad	Nombres
Montar bicicleta	Ana, Jaime
Pintar	Ana
Nadar	Pedro, Diana
Escuchar música	Pedro, Andrea, Diana
Caminar	Juan, Andrea, Jaime

- ¿Cuál actividad, desarrollada en el tiempo libre, es la preferida por los estudiantes encuestados por Pedro?
- ¿Cuál es la actividad preferida por los estudiantes encuestados por María?
- ¿De qué manera se pueden reunir y presentar los datos recogidos por Pedro y María? Discute con tus compañeros.

4. Una vez consolidada la información de los datos de Pedro y María, contesta:

- ¿Cuál es la actividad preferida por las mujeres consultadas?
- ¿Cuál es la actividad preferida por los hombres encuestados?
- ¿Qué otras conclusiones puedes sacar de la totalidad de los datos?
- ¿Puedes dar respuesta a las preguntas anteriores analizando los datos presentados en las tablas? Explica tu respuesta.

5. Observa cómo se determina la cantidad de personas por cada una de las actividades desarrolladas en el tiempo libre por estudiantes de postprimaria:

Datos Pedro

Actividad realizada en el tiempo libre	Cantidad de personas
Nadar	///// //
Pintar	///
Montar bicicleta	///// ///
Escuchar música	///// /
Caminar en la montaña	//

Datos María

Actividad realizada en el tiempo libre	Cantidad de personas
Nadar	7
Pintar	3
Montar bicicleta	8
Escuchar música	6
Caminar en la montaña	2

Para organizar información resulta muy útil hacerlo por medio de **tablas**.

- ¿Qué actividad prefiere realizar la mayoría de estudiantes?
- ¿Cuál es la de menos preferencia?
- ¿Qué prefieren más personas, caminar en la montaña o escuchar música?
- ¿Qué tienen en común las tablas anteriores? ¿Hay algo diferente en ellas?

Las tablas permiten hacer un resumen de la información, para que pueda ser ordenada e interpretada fácilmente.

6. Explica:

- ¿Qué tipo de tablas conoces?
- ¿Para qué se utilizan las tablas?

La información que se recoge, organiza y analiza a partir del resultado de encuestas, consultas u observaciones de experimentos entre otros se denominan **datos**.

En la información anterior, cada una de las respuestas dadas por los estudiantes sobre las actividades que realizan en el tiempo libre es un dato.

7. Según lo anterior:

    - ¿Cuáles datos de tus compañeros pudiste recoger?
    - ¿Cómo son esos datos? ¿Son números? ¿Son texto? ¿o son de las dos clases?

En estadística el número de veces que se repite un dato recibe el nombre de frecuencia absoluta o simplemente frecuencia.

El número de veces que los estudiantes respondieron que pintar es la actividad preferida para realizar en el tiempo libre corresponde a su frecuencia.

- ¿Cuál es el dato más frecuente que recogiste de tus compañeros?
- Según los datos recogidos por Pedro y María, ¿qué tan frecuente resulta que los estudiantes pinten?

Ejercitemos lo aprendido

Trabajo en grupo

Trabaja con dos compañeros o compañeras.

1. Pregúntenle a las personas de la vereda: ¿Cuál es su comida típica preferida?

2. Organicen la información recolectada en una tabla como la siguiente y concluyan:

   - ¿Cuál es la comida típica preferida por las personas de la región?

Preferencias en comida

Comida típica preferida	Cantidad de personas

   - ¿Qué información aparece en la primera columna de la tabla?
   - ¿Cuál en la segunda?
   - ¿Cuántas personas escogieron cada comida típica?
   - ¿Cuál fue la comida típica menos seleccionada por las personas de tu región? ¿Cuántas personas la seleccionaron?
   - ¿Cuál es la comida típica preferida por las personas de tu región? ¿Cuántas personas la seleccionaron?
   - ¿Cómo interpretan la información que aparece en la primera fila**?**

Escriban alguna conclusión de la actividad anterior.

- ¿Qué otra información se puede deducir de esas respuestas? Escríbanlas y expliquen qué les permite hacer esa deducción.

3. Realicen una encuesta a los estudiantes de la escuela. Pregúntenles:

   - ¿Cuáles son los problemas que hay en la escuela?
   - ¿Qué soluciones proponen para esos problemas?

Para cada pregunta elaboren una tabla en la que organicen la información recolectada.

   - ¿Qué clase de problema obtuvo mayor frecuencia?
   - ¿Cuáles fueron las soluciones propuestas?
   - Escriban una conclusión obtenida de la información recolectada.
   - Compartan las respuestas con estudiantes, profesores y directivos.

4. Conversen con otros compañeros acerca de la actividad realizada.

   - ¿Conocían la existencia de esos problemas en la escuela?
   - ¿Qué proponen para combatir esos problemas?

Compartan sus opiniones con el resto del grupo.

Guía 23

¿Cuánto pesan mis compañeros de clase?

Estándares

Pensamiento numérico

- Utilizo números racionales, en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida.

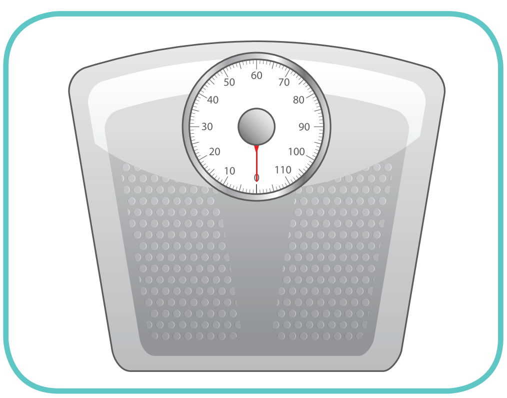
Pensamiento aleatorio

- Comparo e interpreto datos provenientes de diversas fuentes (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas).

Lo que sabemos

Los conceptos de frecuencia absoluta y frecuencia relativa, que se trabajarán en esta guía, te permitirán realizar interpretaciones sobre la información registrada, como por ejemplo, el peso de tus compañeros de clase, con la cual podrás describir, inferir, tomar decisiones y en general, conocer, desde otras perspectivas, a las personas de tu familia, tus amigos o tu región.

1. Consigan una báscula para conocer el peso de las personas.



   Con ayuda del docente, cada estudiante se para sobre la báscula y mide su peso.

2. Anota todos los resultados obtenidos.

3. Por parejas, analicen los datos recogidos y organícenlos en una tabla. Presenten los datos organizados al grupo.

   - ¿Cuál es el peso que presenta la mayor frecuencia?¿Cuántos estudiantes tienen ese peso?

   - ¿Cuál es el de menor frecuencia? ¿Cuántos estudiantes hay con ese peso?

4. Muéstrenle a la persona encargada de alimentación y nutrición en su escuela los resultados obtenidos. Pídanle que les hable sobre la importancia de los buenos hábitos alimenticios y, de las posibles complicaciones de salud que puede tener una persona con sobrepeso o por estar debajo del peso adecuado.

Aprendamos algo nuevo

Milena es una estudiante de sexto grado de una escuela postprimaria. Al realizar esta actividad, ella registró la siguiente información:

Peso de los estudiantes – Frecuencia absoluta

Peso en kg	Número de alumnos (Frecuencia)
41	3
43	1
47	4
49	6
52	2
Total	16

- ¿Cuántos datos registró?
- ¿Cuántos estudiantes pesan 41 kilogramos?
- ¿Cuántos pesan 49 kilogramos?
- ¿Cuántos pesan 52 kilogramos?

Milena quiere saber qué parte de los estudiantes pesa 41 kilogramos, y qué parte pesa 47 kilogramos. Al leer los datos registrados en la tabla, Milena observa que tres de los 16 estudiantes pesan 41 kilogramos y dos de los 16, 52 kilogramos.

La frase: tres de los 16 estudiantes pesan 41 kilogramos, se escribe $\frac{3}{16}$.

Para indicar que dos de los 16 estudiantes pesan 52 kilogramos, se escribe: $\frac{2}{16}$.

Ayúdale a Milena a completar los datos de la tabla.

Frecuencia relativa de cada peso

Peso en Kg	Número de alumnos (Frecuencia absoluta)	Parte del total de estudiantes que tienen ese peso
41	3	$\frac{3}{16}$
43	1	$\frac{1}{16}$
47	4	$\frac{4}{16}$
49	6	
52	2	
Total	16	

La tercera columna de esa tabla, da información sobre qué parte de la población en estudio o de una de muestra (parte de la población), tiene la característica analizada. Esos valores se conocen como **frecuencias relativas**.

Por ejemplo, la frecuencia relativa para 47 kilogramos (47 Kg) es $\frac{4}{16}$, es decir; de 16 estudiantes, cuatro pesan 47 kilogramos.

La frecuencia relativa de 43 es $\frac{1}{16}$, lo que indica que un estudiante de 16, pesa 43 Kg.

La frecuencia absoluta, corresponde con el número de veces que se repite un dato dentro de un determinado conjunto de datos

La frecuencia relativa corresponde al cociente entre la frecuencia absoluta sobre el total de datos del conjunto analizado, lo cual representa la parte de la población que presenta una determinada característica.

- ¿Cuál es la frecuencia absoluta de 49 kilogramos?

- ¿Cuál es la frecuencia relativa del mismo dato? ¿Cómo se lee ese valor?

Para completar su análisis, Milena quiere saber cuántos estudiantes de su clase, pesan 47 kilogramos o tienen un peso menor a 47 Kilogramos. Para eso, adiciona las frecuencias absolutas que tiene anotadas en la tabla.

Frecuencia relativa acumulada

Peso en Kg	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Frecuencia acumulada absoluta	Frecuencia acumulada relativa
41	3	$\frac{3}{16}$	3	$\frac{3}{16}$
43	1	$\frac{1}{16}$	4	$\frac{4}{16}$
47	4	$\frac{4}{16}$	8	
49	6	$\frac{6}{16}$		
52	2	$\frac{2}{16}$		
Total	16	$\frac{16}{16} = 1$		

En la cuarta columna de la tabla se presentan las frecuencias acumuladas relativas. Completa la columna.

- ¿Qué valor tiene una frecuencia acumulada absoluta de 52?
- ¿Cuántos estudiantes pesan 47 Kg?

En la última columna de la tabla, se presenta la frecuencia acumulada relativa de cada dato. ¿Cómo se halla ese valor?

Ayúdale a Milena a completar esa columna.

- Valora a qué peso le corresponde una frecuencia acumulada relativa de $\frac{4}{16}$.
- ¿Cuántos estudiantes con respecto al total tienen menor o igual peso a 49 Kg?
- ¿Cuántos estudiantes pesan menos o igual a 49 Kg?

Por ejemplo, la parte de estudiantes que pesan igual o menos a 49 kilogramos con respecto a la totalidad de ellos corresponde a 14 de 16 que se expresa: $\frac{14}{16}$.

Como $\frac{14}{16}$ es la división de 14 entre 16 se obtiene, con una calculadora, el resultado de 0,875, que al multiplicarlo por 100 se tiene 87,5. Este valor indica que el 87,5% de los estudiantes tienen un peso menor o igual a 49 kilogramos. Cuando se multiplica por 100 el valor del cociente de la frecuencia relativa, se está expresando este valor en forma de porcentaje.

En la tabla se observa que la frecuencia relativa correspondiente al número de estudiantes que tienen menor o igual peso a 43 son 4 de los 16.

Para obtener el porcentaje se realiza la división de 4 entre 16 obteniéndose 0,25. Este valor se multiplica por 100 y se obtiene 25. Lo que quiere decir que el 25% de los estudiantes tienen un peso menor o igual a 43 Kg.

La **frecuencia acumulada absoluta** de un dato es la suma de todas las frecuencias absolutas de los datos anteriores con la frecuencia absoluta del mismo dato.

La **frecuencia acumulada absoluta** corresponde a la cantidad de veces que se repite el dato o uno menor a él.

Para calcular la **frecuencia relativa acumulada**, dividimos la frecuencia absoluta acumulada por el total de datos.

- Halla el porcentaje correspondiente al número de estudiantes que tienen menor o igual a 47 Kg.

Ejercitemos lo aprendido

Consigan una cinta métrica.

1. En parejas, tomen la estatura de sus compañeros de clase. Mientras uno utiliza el metro, el otro anota en el cuaderno. Recuerden tomar las estaturas de ustedes. Roten las responsabilidades.

Si alguno de los datos no es un número exacto, aproximen ese valor a los centímetros más cercanos. Por ejemplo, si alguien mide 153,4 cm escriban 153 cm; si alguien mide 148,8 cm, escriban 149 cm.

Organicen la información en una tabla como la siguiente:

Registro de Frecuencias - Estaturas

Estatura en cm	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Frecuencia acumulada absoluta	Frecuencia acumulada relativa

Respondan:

- ¿Cuál es la mayor estatura registrada? ¿Cuántos estudiantes tienen esa estatura?
- ¿Cuál es la menor estatura? ¿Cuál es su frecuencia?
- ¿En cuál de esas frecuencias registradas en la tabla, está tu estatura?
- ¿Cuántos de tus compañeros tienen menor o igual altura que la tuya?
- ¿Qué parte de los estudiantes de la clase tienen menor o igual a tu estatura con respecto al total?

2. Busca la tabla en la que se registró el peso de los estudiantes de tu clase.

- Completa la tabla, agregando las columnas de frecuencia acumulada absoluta y frecuencia acumulada relativa.
- ¿Cuál es la frecuencia relativa para 46 kilogramos? ¿Cuál es su frecuencia acumulada relativa?

- Encuentra la frecuencia absoluta y la frecuencia relativa, para el dato con mayor frecuencia registrado en la tabla.

- Halla la frecuencia acumulada absoluta y la frecuencia acumulada relativa para ese dato.

3. Halla el porcentaje correspondiente de cada dato en la información registrada por Milena acerca de los pesos en kilogramos de sus compañeros.

4. Santiago recogió la siguiente información sobre las estaturas, en centímetros, de sus compañeros.

142, 143, 146, 142, 145,

140, 138, 143, 146, 142,

138, 139, 142, 143, 142,

145, 137, 147, 143, 143

Construyan una tabla en la que aparezcan las frecuencias absolutas y relativas correspondientes a los datos de la estatura en centímetros de los 20 estudiantes de la escuela.

Respondan:

- ¿Cuál es la mayor frecuencia absoluta? ¿A qué dato corresponde?

- ¿Cuál es la menor frecuencia absoluta? ¿A qué dato corresponde?

- ¿Cuántos compañeros de Santiago miden 142 cm?

- ¿Qué porcentaje de estudiantes tiene una estatura de 138 cm?

Guía 24

Otra forma de representar los datos

Estándares

Pensamiento aleatorio

- Comparo e interpreto datos provenientes de diversas fuentes (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas).
- Reconozco la relación entre un conjunto de datos y su representación.
- Interpreto, produzco y comparo representaciones gráficas adecuadas para presentar diversos tipos de datos. (diagramas de barras, diagramas circulares).
- Resuelvo y formulo problemas que requieren técnicas de estimación.

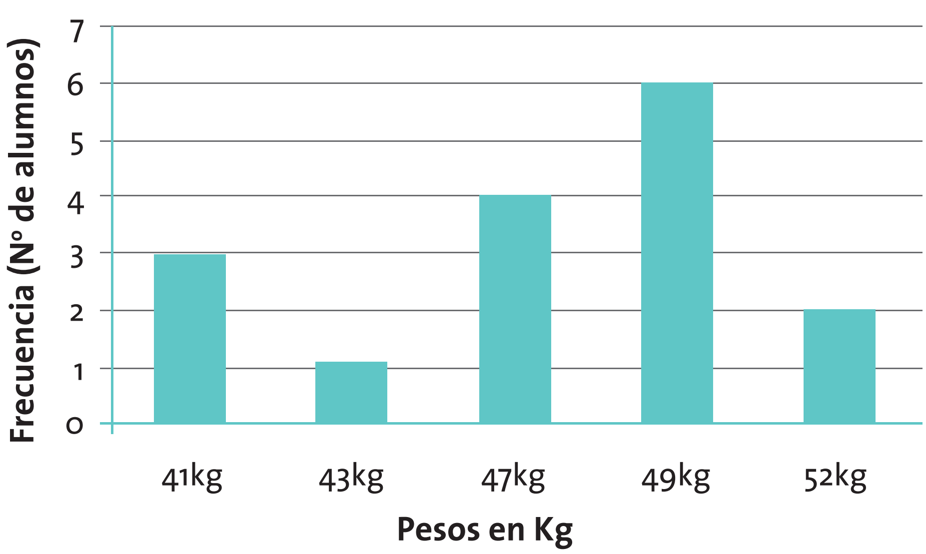
Lo que sabemos

Esta guía te mostrará algunas formas de representar información estadística, de manera clara y organizada. Estas representaciones sirven para identificar visual y rápidamente las variaciones de los datos como el peso o la estatura de tus compañeros de clase o acerca de las distintas actividades que realizan las personas en su tiempo libre, entre otras cosas.

Observa el siguiente diagrama.

- ¿Qué información está representada en él?

Peso de los estudiantes



- ¿Sabes qué nombre recibe esa representación?
- Explica de qué manera lees la información que está representada.
- ¿Cómo sabes cuál es el dato con mayor frecuencia? ¿Y el de menor frecuencia?
- ¿Cuántos estudiantes pesan 52 kilogramos?

Aprendamos algo nuevo

Los diferentes datos que se recogen pueden representarse de varias maneras. Entre ellas se encuentran las tablas de frecuencia, los diagramas de barras o los diagramas circulares.

La representación anterior corresponde a un diagrama de barras.

Observa nuevamente el diagrama.

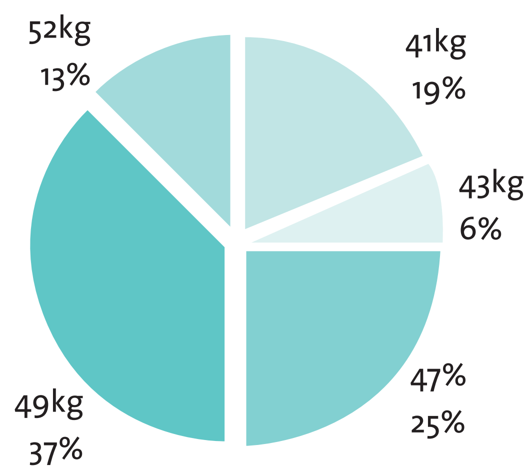
- ¿Qué información se presenta sobre la semirrecta horizontal?
- ¿Cómo son los espacios asignados a cada dato?
- ¿Qué información se representa en la semirrecta vertical?
- ¿Qué indica la altura de las barras del diagrama?

Para saber cuántos estudiantes tienen cierto peso en kilogramos, por ejemplo, 43, se busca ese dato en la semirrecta horizontal, luego se analiza la altura de esa barra para conocer la frecuencia absoluta correspondiente.

La lectura del diagrama también puede hacerse de manera vertical, por ejemplo para saber qué dato tiene una frecuencia de 1, se busca en la semirrecta vertical ese número y se determina cuál o cuáles barras tienen esa altura. Esta es otra representación.

Frecuencia relativa del peso

Se conoce como **diagrama circular**.



Para representar información en diagramas circulares se debe conocer qué porcentaje del total de los encuestados, representa cada dato.

Considera nuevamente la información registrada acerca de los pesos en kilogramos de los compañeros de Milena.

Tabla de frecuencia

Peso en kg	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Frecuencia acumulada absoluta	Frecuencia acumulada relativa
41	3	$\frac{3}{16}$	3	$\frac{3}{16} = 0.18 = 18\%$
43	1	$\frac{1}{16}$	4	$\frac{4}{16} = 0.25 = 25\%$
47	4	$\frac{4}{16}$	8	$\frac{8}{16} = 0.5 = 50\%$
49	6	$\frac{6}{16}$	14	$\frac{14}{16} = 0.87 = 87\%$
52	2	$\frac{2}{16}$	16	$\frac{16}{16} = 1 = 100\%$
Total	16	$\frac{16}{16}$		

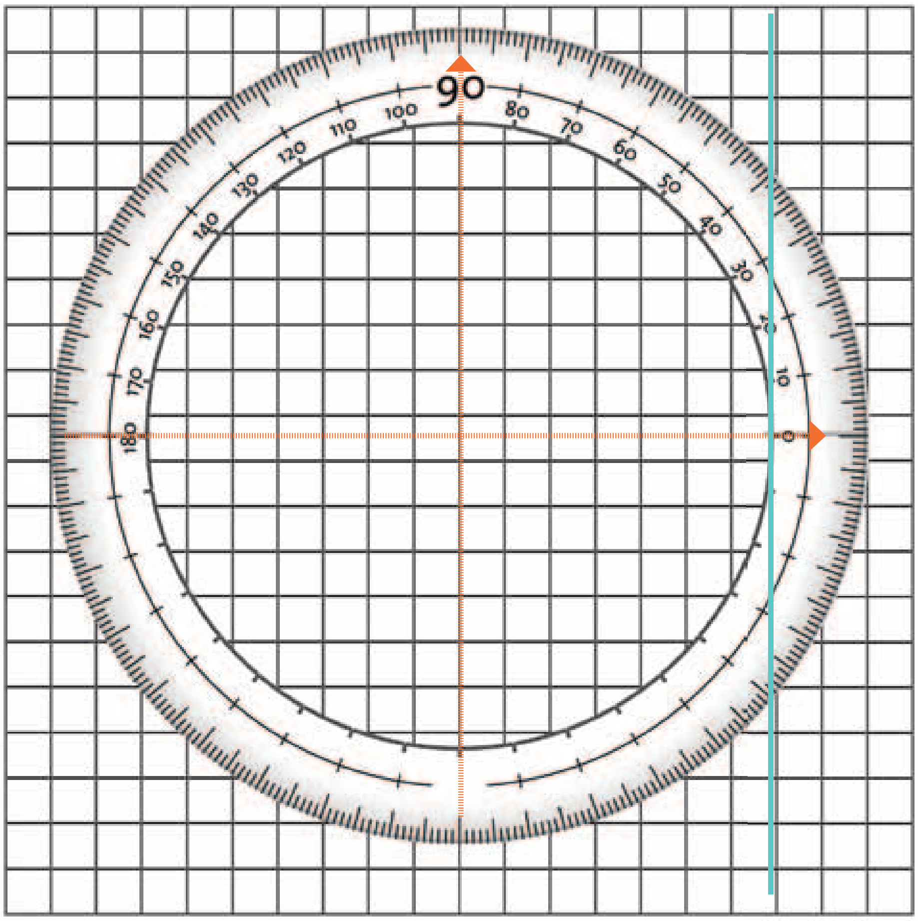
El 50% de las personas encuestadas pesan 47 kilogramos o menos.

- ¿Qué porcentaje de esta población, pesa 41 kilogramos?

La representación de los datos en diagrama circular permite comparar cada dato con el total, mientras que el diagrama de barras muestra la comparación de los datos entre sí.

Para representar los datos en diagrama circular es necesario conocer la medida del ángulo que representa cada región.

Para eso debes recordar que el giro de una vuelta completa equivale a 360º y, que el total de la población en estudio, corresponde al 100%.



Al dividir 360º, entre 100, se obtiene 3.6.

Es decir, para representar el 1% debo representar un ángulo de 3.6º en el diagrama.

Para hallar la medida del ángulo que representa la región de cierto peso en kilogramos, en el diagrama circular, se multiplican el valor del porcentaje del dato por 3.6º, así:

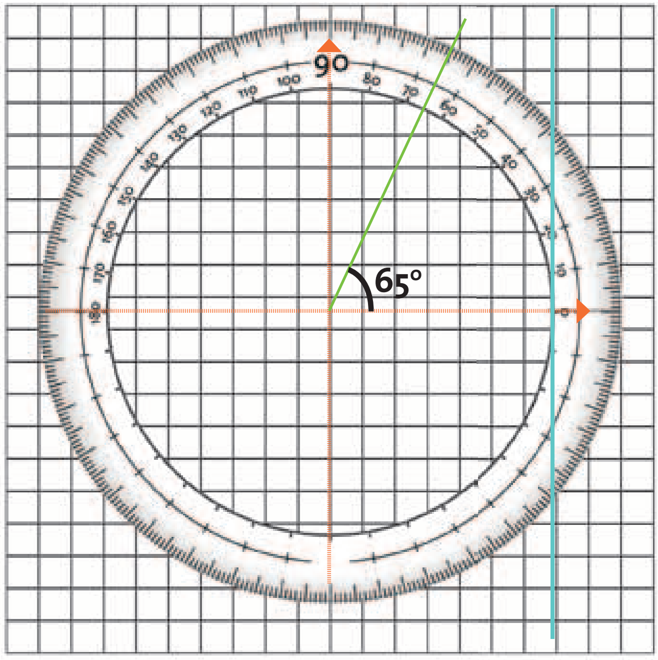
$18 \times 3.6º = 64.8º$, es decir que se representa un ángulo de aproximadamente 65º. Ese sector representa el 18% de la totalidad de los estudiantes.

En el siguiente caso se tiene: $25 \times 3.6º = 90º$, lo que significa que un ángulo de 90º representa el 25% de la totalidad de los estudiantes.

Halla las otras medidas de los ángulos, siguiendo el mismo procedimiento.

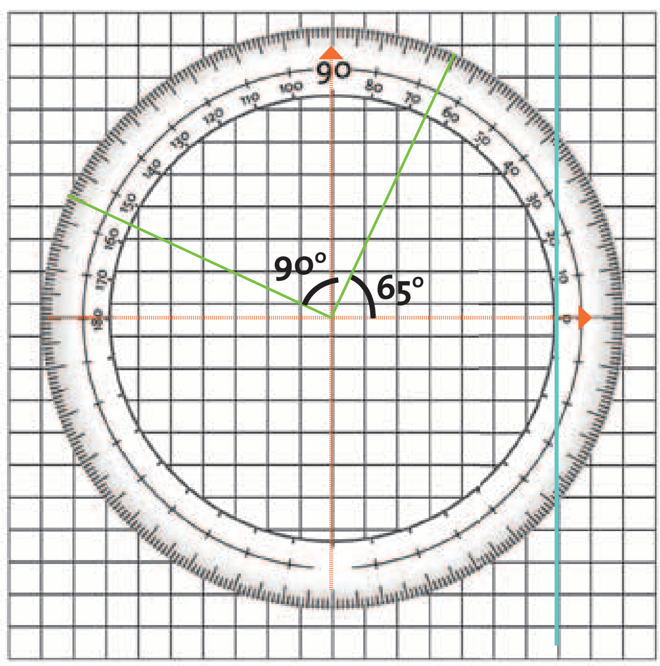
Observa cómo se trazan los ángulos en el diagrama circular

1.



2.

El diagrama circular, es una de las gráficas que facilita la representación de las frecuencias relativas o la relación parte todo del dato con respecto al total de población estudiada. Cada región es proporcional al porcentaje que aparece en la tabla.



Colocar el transportador con el punto inicial en el centro del círculo. El ángulo 0º debe coincidir con el lado final del ángulo anterior y debe verse como se forma el ángulo de 90º.

Traza de la misma manera los ángulos restantes.

Al finalizar obtendrás el diagrama circular correspondiente, ilustrado en la página anterior.

Ejercitemos lo aprendido

Trabajo en grupo

Formen parejas

1. Construyan un diagrama de barras para representar la información de las actividades del tiempo libre presentadas en la guía.

Actividad del tiempo libre

Actividad realizada en el tiempo libre	Cantidad de personas
Nadar	7
Pintar	3
Montar bicicleta	8
Escuchar música	6
Caminar en la montaña	2

2. Representen la información sobre las preferencias por las comidas típicas del Valle del Cauca en un diagrama de barras.

Comida típica colombiana

Comida o postres típicos	Cantidad de personas
Sancocho de gallina	7
Pandebono	10
Hojaldres	6
Tamales vallunos	13
Chancacas	5
Desamargado	9
Manjar blanco	8

- ¿Cuáles son las comidas o postres típicos preferidos por los vallecaucanos encuestados?

- ¿Qué significa que la chancaca tenga la barra del diagrama más baja?

3. Representen la información recogida en la guía anterior sobre las estaturas de sus compañeros de clase en un diagrama de barras.

   - ¿Cuál es la estatura más frecuente entre sus compañeros?

   - ¿Cuántos compañeros tienen esa estatura?

   - Escriban una conclusión.

Apliquemos lo aprendido

1. Supón que los siguientes datos corresponden al número de bultos de papa vendidos durante los últimos 20 días.

8	7	6	10	9	5	7	6	8	10
6	6	9	4	8	6	6	8	8	5

- Ordena los datos de menor a mayor.

- Organiza los datos anteriores en una tabla de frecuencias como la siguiente:

Organización de los bultos de papa

Bultos de papa	Número de días

Analiza y responde:

- ¿Cuántos días se vendieron cuatro bultos de papa?
- ¿A qué porcentaje corresponden estos días con relación al total de días?
- ¿Cuántos días se vendieron 10 bultos de papa?
- ¿A qué porcentaje corresponden estos días con relación al total de días?
- ¿Cuántos días se vendieron más de ocho bultos de papa?

  Representa la información registrada en la tabla anterior en un diagrama de barras.

2. Los siguientes datos corresponden a los nombres de los estudiantes y el grado al cual pertenecen en una escuela postprimaria.

Estudiantes de escuela de Posprimaria

José	Grado 6º	Carlos	Grado 8º	Tania	Grado 6º
Armando	Grado 7º	Erika	Grado 6º	Helena	Grado 7º
Gabriela	Grado 6º	Liliana	Grado 8º	María	Grado 7º
Cecilia	Grado 7º	Edgar	Grado 7º	Yanet	Grado 9º
Pedro	Grado 6º	José	Grado 6º	Eduardo	Grado 6º
Juan	Grado 8º	Humberto	Grado 8º	Angélica	Grado 9º
Luis	Grado 6º	Fernando	Grado 9º	Deysi	Grado 9º

- Organiza la información en una tabla de frecuencias.
- Construye el diagrama de barras correspondiente a la información de la tabla.
- Realiza el ejercicio con los estudiantes de tu institución.

3. Pregunta a los estudiantes de tu institución: ¿Cuál o cuáles estrategias son útiles para tener un buen rendimiento escolar?

    - Organicen la información en una tabla.
    - Representen la información en un diagrama circular.
    - Presenten los resultados al grupo.
    - Escriban una conclusión al respecto.

4. Paola llegó hace poco a la escuela. Ella viene de otra vereda al otro lado del río. Para participar más animadamente en las charlas con sus compañeros decidió formularles las siguientes preguntas:

Jóvenes Posprimaria

- ¿Qué asignatura te gusta más?
- ¿Qué deporte practicas con frecuencia?
- ¿Cuál es tu color favorito?
- ¿Qué tiempo dedicas al estudio en tu casa?
- ¿Cuál es tu comida favorita?
- ¿Cuál es tu bebida favorita?
- ¿Cuál debe ser el deportista del año en el colegio?

Formula a tus compañeros de clase, las preguntas que Paola realizó. Inventa cuatro preguntas que consideres interesantes y formúlalas.

Organiza las respuestas dadas por tus compañeros de acuerdo con la asignatura preferida, el deporte, el color, el tiempo dedicado al estudio, la comida preferida, la bebida preferida, y el deportista del año, en una tabla de frecuencias.

Construye una tabla para organizar las respuestas dadas por tus compañeros.

Evaluemos

¿Cómo me ve mi maestro?

Para realizar el mantenimiento adecuado de los árboles de una región, la administración local ha decidido tomar la altura de los árboles que se encuentran a la entrada de una reserva natural cercana a Villavicencio.

Las personas que tomaron el registro, organizaron la información de la siguiente manera:

3 metros ///// //
5 metros ///// ///// /
6 metros ///// ///// ////
8 metros ////
9 metros ///// ///
10 metros ///// ////
11 metros /////
12 metros ///
13 metros ///// /

1. Escribe frente a cada afirmación V si es verdadera o F si es falsa. Justifica.

   a. La mayor altura registrada entre los árboles de la muestra es un número primo. ( )

   b. La cantidad de árboles que mide menos de 10 m es múltiplo de 4. ( )

   c. Doce árboles miden más de 9 m. ( )

   d. La altura de los árboles que presenta mayor frecuencia es 5 m. ( )

   e. Solamente tres árboles tienen una altura de 12 m. ( )

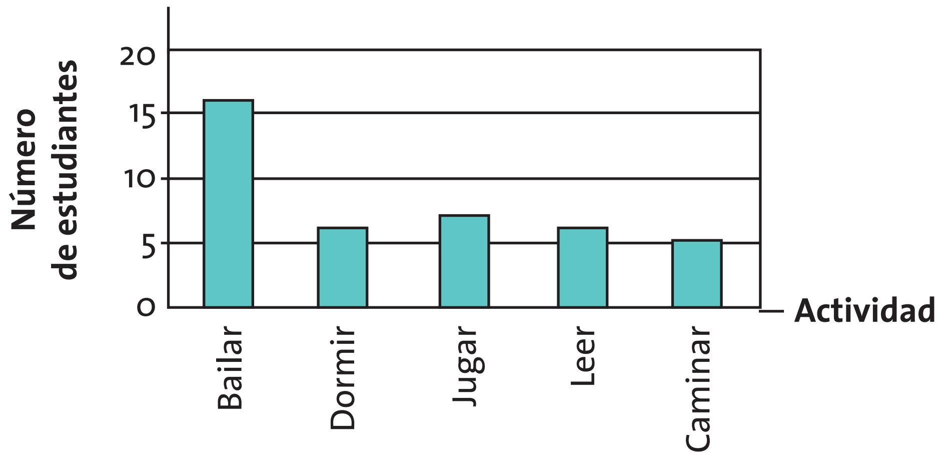
   f. La frecuencia absoluta de los árboles que tienen una altura de 6 m es 15. ( )

   g. La frecuencia relativa de los árboles que tienen una altura de 11 mes . ( )

   h. La menor frecuencia absoluta corresponde a los árboles que tienen ochos metros de altura. ( )

   i. La diferencia entre el mayor y el menor valor de las alturas registradas es 10. ( )

2. A continuación encuentras el diagrama de barras correspondiente a los datos obtenidos en una encuesta realizada a jóvenes de sexto grado de postprimaria, sobre sus actividades en el tiempo libre:



Lee y completa cada frase.

A. La frecuencia absoluta de la actividad dormir es ________.

B. La actividad que tiene una frecuencia absoluta de 7 es ________.

C. La cantidad de personas que respondieron la pregunta fue ________.

D. Al 12.5% de las personas encuestadas les gusta ________.

¿Cómo me ven los demás?

1. Lee cada pregunta y escribe en el cuaderno tu respuesta.

   a. ¿Consideras que la estadística es una herramienta importante no sólo en matemáticas sino en otras ciencias? ¿Por qué?

   b. ¿Cuál es la importancia de una tabla de frecuencias en un estudio estadístico?

   c. ¿Qué información proporciona la frecuencia relativa de los datos de un estudio?

2. Menciona dos situaciones de tu entorno en las cuales sea necesario realizar un estudio estadístico con el fin de determinar las necesidades de la población y buscar alternativas de solución.

3. Formen una mesa redonda, para compartir sus respuestas. Cada estudiante debe realizar una retroalimentación de las respuestas que escucha ya sea para complementar o para debatirla.

4. Discutan respecto a las alternativas que cada estudiante propone en el ejercicio 2.

5. Seleccionen las dos mejores propuestas del grupo y determinen entre todos las alternativas de solución.

¿Qué aprendí?

Responde y justifica según la manera en la que te desenvolviste en el desarrollo del módulo.

	Sí	No	A veces	Justificación
Presento información en tablas de frecuencia o en diagramas.				
Interpreto información en tablas de frecuencia o en diagramas.				
Recojo y tabulo datos.				
Uso instrumentos para elaborar los gráficos.				
Trabajo en equipo en forma activa y participativa.				
Soy ordenado al realizar la recolección de datos.				

Determina estrategias para mejorar cada día tu trabajo. Establece un plan de seguimiento con tu docente.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ministerio de Educación Nacional.(2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. Bogotá. MEN

Gispert, C & Vidal José A. *Enciclopedia didáctica de la matemática.* Barcelona: Océano.

Salazar, Francia Leona & Cifuentes, Julián R. (2010). *Hipertextos Matemáticas 6.* Bogotá: Santillana.

Uribe C., Julio A. & Berrio M., Jose I. (1998). *Elementos de matemáticas: séptimo grado. Medellín:* Bedout.

Uribe C., Julio A. & Berrio M., Jose I. (1998). *Elementos de matemáticas: sexto grado*. Medellín: Bedout.

REFERENCIAS WEB

EducaMadrid (2001). Transformaciones geométricas. En: Curso de dibujo técnico. 2 de bachillerato. Consultado el 22 de octubre de 2010 de: Plataforma Tecnológica de la comunidad de Madrid http en:// www.educa2.madrid.org/educamadrid/.

Godino, J. D & Font, V. (2003). Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros (versión Electrónica). Proyecto de Investigación y Desarrollo del Ministerio de Ciencia y Tecnología, p. 789. Granada España.

Hoffmann C. (2005). Funciones.Consultado el 27 septiembre de 2010 de: Universidad Nacional de la Plata: http: //www.fcv.unlp.edu.ar. http://www.fcv.unlp.edu.ar/info-general/ingreso2005/mat_unidad_3.pdf

Instituto de Tecnologías educativas. Jóvenes. Recuperado el 18 de mayo de 2010 de: http://www.isftic.mepsyd.es. Pérez Sanz, Antonio. Matemáticas. Recuperado el 18 de Mayo de 2010 de: http://platea.pntic.mec.es/~aperez4/.

Pérez, M y Jañes, L. (S.F) Transformaciones en IR3 En: Geometría. Consultado el 20 de septiembre de 2010 de: Universidad de Valladolid en: http://www.uva.es/. http://wmatem.eis.uva.es/~matpag/CONTENIDOS/Geometria/marco_geometria.htm

Proyecto PUEMAC. Proyecto Universitario de Enseñanza de las Matemáticas Asistida por Computador. Recuperado el 18 de Mayo de 2010 de: http://puemac.matem.unam.mx

U.D. de Matemáticas (2010). Homotecias del espacio afín euclídeo. En: Transformaciones geométricas. Consultado el 23 de octubre de 2010 de: Universidad Politécnica de Madrid en: http://www.upm.es/institucional. http://www.topografia.upm.es/asignaturas/matematicas/primero/Apuntes/Transformaciones/index8.htm

REFERENCIAS DE IMÁGENES

Módulo 2

Pág. 44.

Draisina.jpg. Recuperada el 18 de agosto de 2010 de : http://4.bp.blogspot.com/-WGRXxPrGK60/TZeT5tFGj0I/AAAAAAAABv8/ShdS6r82BHY/s1600/draisina1818.jpg

6º Matemáticas

La cartilla que tienes en tus manos, te acompañará durante todo el curso y te ayudará en tu proceso de enseñanza aprendizaje. El conocimiento adecuado de ella te permitirá obtener un mejor desempeño y adquirir un compromiso serio que te ayude en tu formación personal.
Te invitamos a hacer un buen uso de esta cartilla y a cuidarla de manera que pueda ser usada por otros estudiantes en años posteriores.

Ministerio de Educación Nacional
Avenida El Dorado C.A.N. Bogotá, D.C. Tel: 2222800
www.mineducacion.gov.co