Postprimaria

MATEMÁTICAS

Recordando mi Primaria

educación de calidad
EL CAMINO PARA LA PROSPERIDAD

Ministerio de Educación Nacional
República de Colombia

Libertad y Orden

Prosperidad para todos

Recordando mi primaria Matemáticas

Ministerio de
Educación Nacional
República de Colombia

María Fernanda Campo Saavedra
Ministra de Educación Nacional

Mauricio Perfetti del Corral
Viceministro de Educación Preescolar, Básica y Media

Mónica López Castro
Directora de Calidad para la Educación Preescolar, Básica y Media.

Heublyn Castro Valderrama
Subdirectora de Referentes y Evaluación de la Calidad Educativa

Heublyn Castro Valderrama
Coordinadora del Proyecto

Clara Helena Agudelo Quintero
Gina Graciela Calderón
Luis Alexander Castro
María del Sol Effio J
Omar Hernández Salgado
Edgar Martínez Morales
Jesús Alirio Naspirán
Emilce Prieto Rojas
Equipo Técnico

María Fernanda Dueñas Álvarez
Diego Fernando Pulecio Herrera
Autores de la adaptación

ISBN libro: 978-958-691-418-5
ISBN obra: 978-958-691-411-6

Dirección de Calidad para la Educación Preescolar, Básica y Media
Subdirección de Referentes y Evaluación de la Calidad Educativa
Bogotá, Colombia, 2010
www.mineducacion.gov.co

Fundación Manuel Mejía
Andrés Casas Moreno
Aura Susana Leal Aponte
Catalina Barreto Garzón
Coordinación del proyecto

Solman Yamile Díaz
Coordinación pedagógica

Erika Mosquera Ortega
Paula Andrea Ospina Patiño
Coordinación editorial

Ángela Duarte Pacheco
Coordinadora del libro

Ángela Duarte Pacheco
César Andrés Pacheco Chaparro
Javier Alberto Moreno Muñoz
Autores

Marta Osorno Reyes
Edición

Víctor Leonel Gómez Rodríguez
Diseño de arte

Leidy Joanna Sánchez
Víctor Leonel Gómez Rodríguez
Fransue Escamilla Pedraza
Diseño y diagramación

Richard Rivera Ortiz
Ilustración
Shutterstock
Fotografía

Agradecimientos especiales a: Raquel Suárez Díaz, Wilson Giral, Guido Delgado Morejón, Geovana López y Eliana Catalina Cruz, quienes contribuyeron al desarrollo de esta publicación.

Presentación

El Ministerio de Educación Nacional, presenta a la comunidad educativa la nueva versión del modelo **Postprimaria Rural**, en su propósito de disminuir las brechas educativas del país en cuanto a permanencia y calidad en todos los niveles. Este material se presenta como una alternativa que busca dar respuesta, a las necesidades de formación y desarrollo educativo en poblaciones de las zonas rurales y urbano-marginales.

La propuesta pedagógica del modelo Postprimaria, se desarrolla a través de una ruta didáctica que permite a los estudiantes analizar e interpretar diversas situaciones problema, para aproximarse a su cotidianidad, construir saberes y convertir los contenidos en aprendizaje significativo para sus vidas.

Para el logro de este objetivo, se ha diseñado un conjunto de materiales de aprendizaje que abordan las áreas obligatorias y fundamentales, las cuales desarrollan contenidos actualizados que incorporan los referentes de calidad del MEN, especialmente los Estándares Básicos de Competencias. También el modelo brinda material educativo, que permite a los establecimientos educativos implementar proyectos de alimentación, tiempo libre, salud y nutrición. Adicionalmente, teniendo en cuenta la necesidad de las nuevas generaciones de las zonas rurales, se propone el trabajo con Proyectos Pedagógicos Productivos, el cual ofrece un doble beneficio: por un lado, se convierte en la oportunidad de desarrollar aprendizajes prácticos, con lo que se fomenta no solo el saber sino el saber hacer en el contexto del estudiante; y por otro, se promueve el espíritu empresarial, que permite a los jóvenes comprender distintas posibilidades productivas.

Postprimaria rural cuenta con un Manual de implementación en el que se presenta el enfoque pedagógico y alternativas didácticas que se pueden aplicar en cada área curricular. Éstas son una herramienta de apoyo para el docente porque le facilita, con ayuda de su creatividad e iniciativa personal, promover una educación pertinente para el estudiante de la zona rural y urbano marginal, e incrementar el interés por ampliar su escolaridad, hasta alcanzar la culminación del ciclo básico.

Este modelo es una oportunidad para impulsar la participación activa de los estudiantes como ciudadanos colombianos, toda vez que con ello se contribuye a ampliar sus posibilidades de vida digna, productiva y responsable, lo que repercutirá en la construcción de una sociedad colombiana más justa y con mayores posibilidades de desarrollo humano.

Ministerio de Educación Nacional

Así es esta cartilla

Querido estudiante:

Bienvenido a este nuevo curso de **Matemáticas** de la Postprimaria rural. Esperamos que esta experiencia sea enriquecedora tanto para ti, como para todos los integrantes de la comunidad.

Lee con atención el siguiente texto. Te ayudará a entender cómo están organizadas las cartillas que se utilizarán para el trabajo en las áreas fundamentales, en los proyectos transversales y en los proyectos pedagógicos productivos.

Esta cartilla te acompañará durante todo el curso y orientará tu proceso de enseñanza-aprendizaje. El conocimiento y uso adecuado de ella te permitirá obtener un mejor desempeño, que se verá reflejado en tu formación personal.

En cada una de las guías que componen los módulos, encontrarás unos íconos que indican el tipo de trabajo que vas a realizar:

Lo que sabemos

Las actividades acompañadas por este ícono te permiten indagar los conocimientos que has adquirido en años anteriores y en tu vida diaria. Esta sección te servirá como punto de partida para construir nuevas formas de conocer el mundo.

Aprendamos algo nuevo

En esta sección encontrarás información y actividades con las cuáles podrás construir nuevos y retadores aprendizajes. Es importante que hagas tu mejor esfuerzo en su realización, y compartas con tu docente y compañeros las dudas que se te presenten. Recuerda que los nuevos aprendizajes y el uso que hagas de ellos, te permitirán mejorar tus competencias como estudiante y como ciudadano responsable, y comprometido en la comunidad en la que vives.

Ejercitemos lo aprendido

Este ícono identifica las actividades que te permitirán poner en práctica tus aprendizajes y ganar confianza en el uso de los procedimientos propios de cada área.

Apliquemos lo aprendido

Encontrarás identificadas con este ícono las actividades de aplicación a través de las cuales podrás ver cómo lo que has aprendido, te sirve para solucionar situaciones relacionadas con tu vida cotidiana, con el área que estás trabajando y con otros campos del saber.

Evaluemos

En esta sección se te presentarán tres preguntas fundamentales:

- ¿Qué aprendí? Dónde explicarás la forma como vas desarrollando tus competencias.
- ¿Cómo me ven los demás? Esta pregunta la responderás con la ayuda de tus compañeros.
- ¿Cómo me ve mi maestro? Aquí tu maestro te apoyará para establecer tus niveles de desempeño.

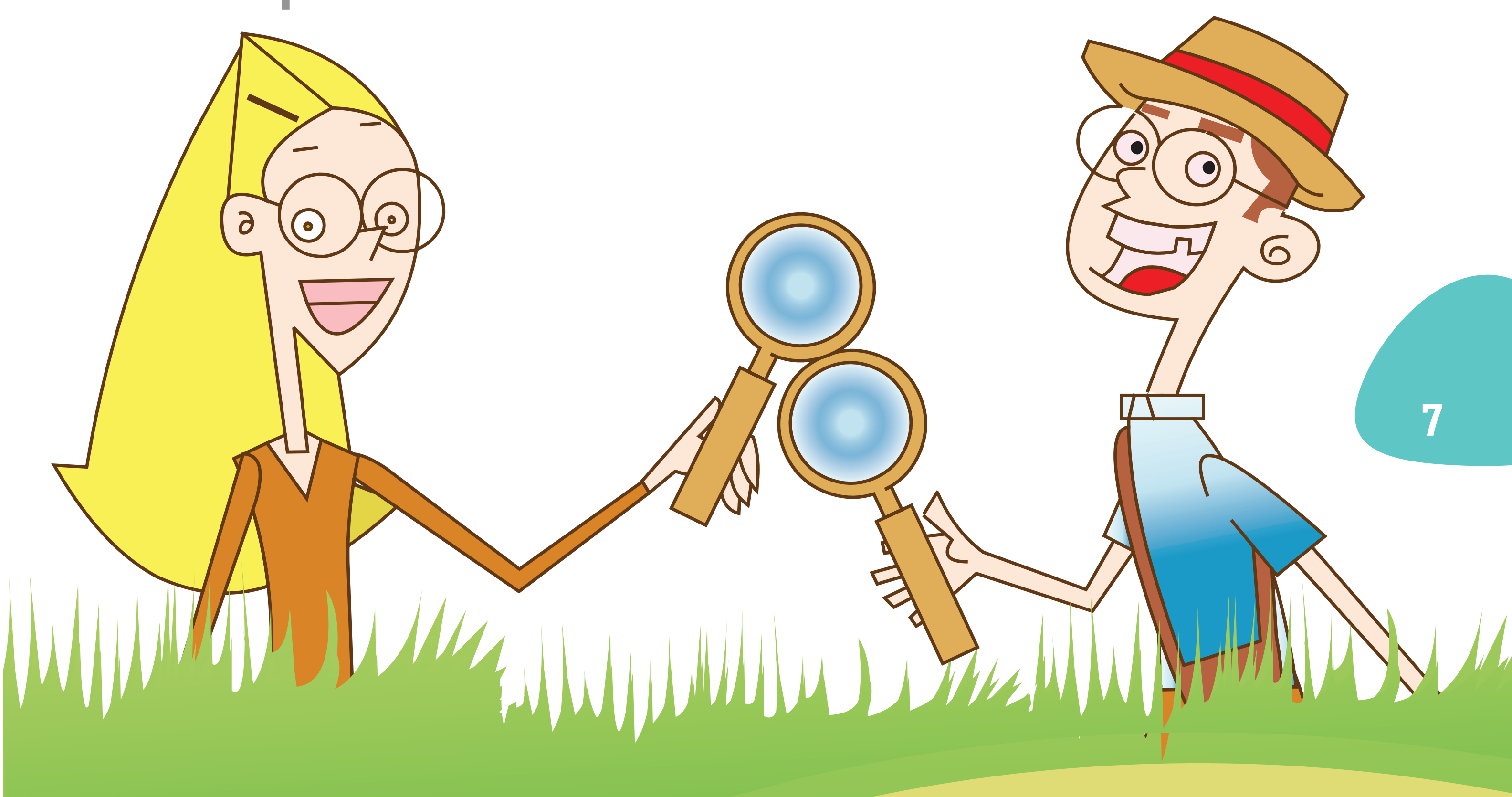
El análisis de estas respuestas te ayudará a identificar acciones para superar dificultades y determinar diferentes maneras para mejorar tus competencias y las de tus compañeros.

Trabajo en grupo

Cuando las actividades estén acompañadas de este ícono, debes reunirte con uno o más de tus compañeros. Recuerda respetar sus opiniones, sus ritmos de trabajo y colaborar para que la realización de estas actividades favorezca el desarrollo de competencias en todos los integrantes del grupo.

Te invitamos a hacer un buen uso de esta cartilla y a cuidarla de manera especial, para que pueda ser usada por otros estudiantes en años posteriores.

Contenido



Módulo 1

"El país de los números"

¿Qué vas a aprender?

En este módulo abordaremos parte de la historia de los números. Desde que el hombre primitivo comenzó a contar a través de marcas en los huesos, la matemática evolucionó hasta convertirse en un lenguaje matemático universal, que nos permite reconocer diferentes significados de los números, establecer relaciones entre ellos, escribirlos, leerlos, ordenarlos y representarlos, entre otros aspectos.

Estándares básicos de competencias

Pensamiento numérico y sistemas numéricos

- Justifico el valor de posición en el sistema de numeración decimal en relación con el conteo recurrente de unidades.
- Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de los números naturales y sus operaciones.
- Identifico la potenciación y la radicación en contextos matemáticos y no matemáticos.
- Reconozco significados del número en diferentes contextos (medición, conteo, comparación, codificación, localización, entre otros).
- Reconozco propiedades de los números (ser par, ser impar, etc) y relaciones entre ellos (ser mayor que, ser menor que, ser múltiplo de, ser divisible por, etc) en diferentes contextos.
- Identifico en el contexto de una situación, la necesidad de un cálculo exacto o aproximado y lo razonable de los resultados obtenidos.

Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos

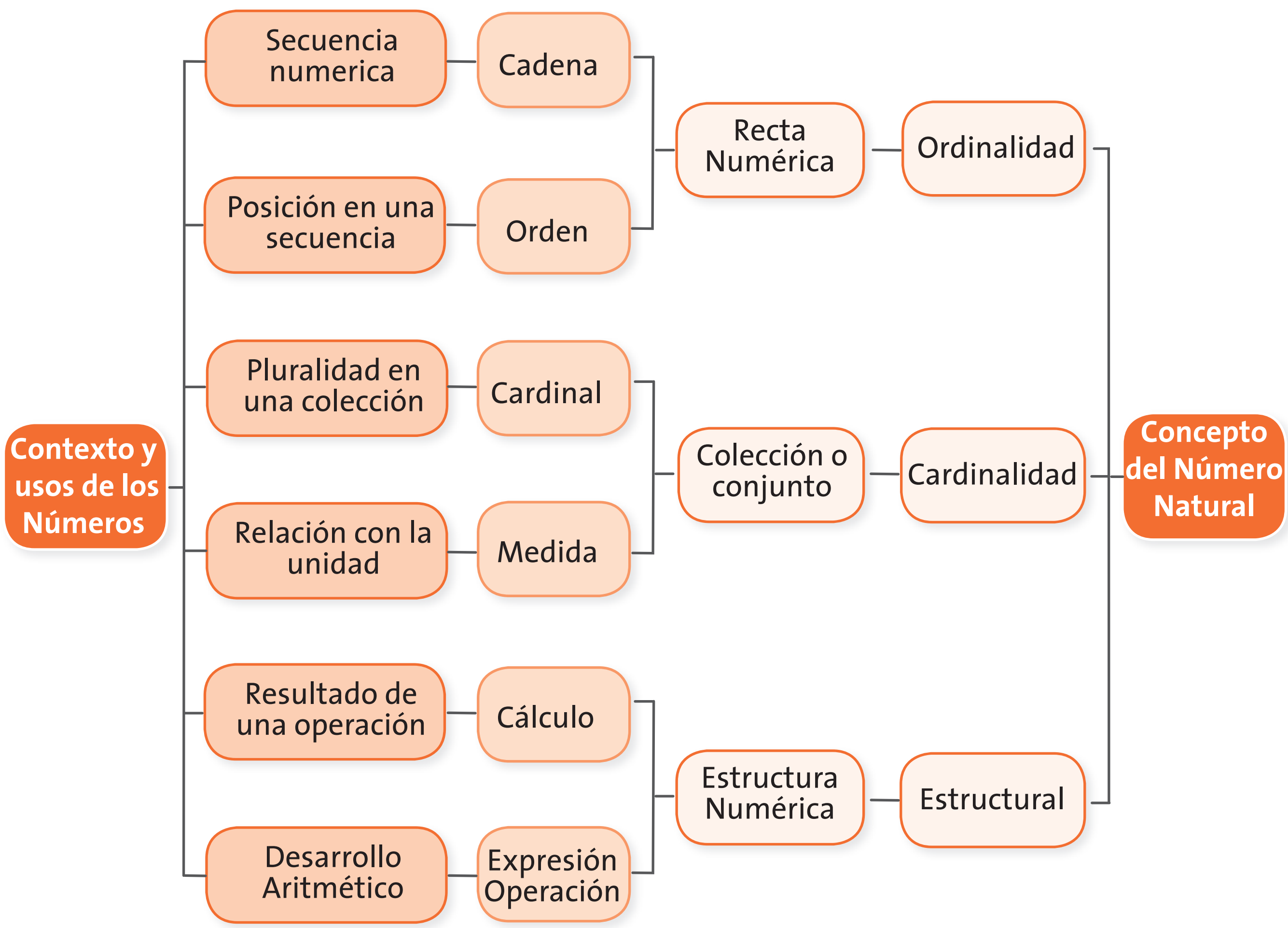
- Construyo secuencias numéricas y geométricas utilizando propiedades de los números y de las figuras geométricas.

La realización de las actividades propuestas en las guías que conforman este módulo, te permitirán alcanzar estándares básicos de competencias que privilegian el desarrollo de los pensamientos numérico, variacional, y métrico a través del manejo del concepto de número natural.

Se pretende entender la matemática como un campo de investigación, en donde vas a estar expuesto a diversas experiencias interrelacionadas que te motivarán a valorar la matemática, a desarrollar procesos mentales, a comprender y a estimar su papel en la vida cotidiana ayudándote a resolver problemas y a comunicarte utilizando los diversos lenguajes de la misma. En particular se busca estudiar los números naturales, sus relaciones, propiedades, características, usos o significados. En la siguiente tabla se muestran los conceptos y procesos que vas desarrollar:

<table>
<tr><th>Guía</th><th>Concepto</th><th>Procesos</th></tr>
<tr><td>Guía 1.
¿En dónde usamos los números?</td><td>Sistema de numeración decimal: número natural</td><td rowspan="3">En este módulo se favorecen cinco procesos:
• El de modelación, cuando se utiliza el lenguaje simbólico para representar e interpretar situaciones de la vida cotidiana que involucran los números naturales.
• El de razonamiento, cuando se relaciona, se hacen estimaciones y se interpreta gráficamente un número natural.
• El de comunicación, al describir, expresar y comunicar situaciones en las que se involucra el uso de los números naturales para establecer relaciones de orden, o para estructurar el sistema de numeración que tenemos actualmente.
• El de formulación, comparación y ejercitación de procedimientos, cuando se construyen y se ejecutan de manera rápida procedimientos mecánicos procurando aumentar la precisión y la velocidad.
• El de resolución de problemas, cuando se enfrentan situaciones matemáticas presentes en experiencias cotidianas o aplicadas a otras ciencias, relacionadas con los números naturales.</td></tr>
<tr><td>Guía 2.
¿Son ordenados los números?</td><td>Número natural: relaciones de orden, relaciones de equivalencia, cardinal y ordinal</td></tr>
<tr><td>Guía 3 .
¿Cómo representar los números?</td><td>Número natural: relaciones de orden, aproximación y estimación</td></tr>
</table>

El siguiente esquema te muestra la manera en que se pueden relacionar los anteriores conceptos:



¿Para qué te sirve lo que vas a aprender?

En muchas situaciones de la vida diaria se puede observar la importancia de los números naturales. Gracias a ellos, es posible contar, determinar la edad de una persona, el peso de un objeto, el número de días de una semana, el número de meses de un año, el número de automóviles en una ciudad o de países en el mundo. También podemos comparar diferentes cantidades para determinar cuál es mayor, menor o igual a otra, por ejemplo el número de hombres, mujeres y niños de un país.

Reflexiona y responde las siguientes preguntas:

- ¿Cuál es el menor número natural que conoces?
- ¿Cuál es el mayor número natural que conoces?

¿Cómo se te va a evaluar?

Las estrategias de evaluación que encontrarás en el módulo te facilitan la tarea de apreciar el dominio de los estándares básicos de competencia, en donde vas a estar expuesto a diversas experiencias interrelacionadas que te motivarán a valorar la matemática, a desarrollar procesos mentales, a comprender su papel en la vida cotidiana ayudándote a resolver problemas y a comunicarte utilizando sus diversos lenguajes. La evaluación propone recopilar la información de las actividades y guías para tomar decisiones que favorezcan tu desarrollo integral.

Explora tus conocimientos

Cuando aprendes a contar, ordenar y leer los números naturales, te sientes motivado a resolver ejercicios, tareas y evaluaciones, pero lo más interesante es que buscarás las relaciones de lo aprendido en la vida cotidiana, para así aplicarlo y experimentar nuevas situaciones.

A continuación se muestran algunos de los circuitos de la Fórmula 1 y sus características. Para cada circuito se presenta su longitud en metros, el número de vueltas que cada piloto recorre y la distancia total, expresada en kilómetros.

Características de los circuitos de la Fórmula 1

Circuito	Longitud en metros	Número de vueltas	Distancia de carrera en kilómetros
Spa-Francorchamps (Bélgica)	7.004	44	308,176
Sakhir (Bahrein)	6.299	49	308,651
Melbourne (Australia)	5.303	58	307,574
Gilles Villeneuve (Canada)	4.361	70	305,270
Mónaco (Mónaco)	3.340	78	260,520
Istanbul Park (Estambul)	5.338	58	309,604
Sepang (Malasia)	5.543	56	310,408
Interlagos (Brasil)	4.309	71	305,939
Montmeló (España)	4.655	66	307,230
Valencia Street Circuit (Europa)	5.419	57	308,883
Silverstone (Gran Bretaña)	5.901	52	306,852
Hockenheim (Alemania)	4.574	67	306,458
Hungaroring (Hungría)	4.381	70	306,670

1. Responde las siguientes preguntas según la información de la tabla anterior.
    - ¿En cuál de los circuitos se recorren más vueltas?
    - ¿En cuál de los circuitos se recorren menos vueltas?
    - ¿Cuál circuito tiene mayor longitud en metros?
    - ¿Cuál circuito tiene menor longitud en metros?
    - ¿Cuáles son las carreras que tienen una distancia menor a 306,460 kilómetros?
    - ¿Cuáles son los circuitos que tienen una longitud mayor a 4.362 metros?
2. Realiza lo siguiente:
    - Ordena de mayor a menor la longitud de los circuitos.
    - Ordena de menor a mayor la distancia de carrera.
    - Ordena de mayor a menor el número de vueltas.

Guía 1

¿En dónde usamos los números?

Estándares

Pensamiento numérico y sistemas numéricos.

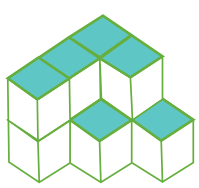
- Justifico el valor de posición en el sistema de numeración decimal en relación con el conteo recurrente de unidades.
- Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de los numeros naturales y sus operaciones.
- Identifico la potenciación y la radicación en contextos matemáticos y no matemáticos.

Lo que sabemos

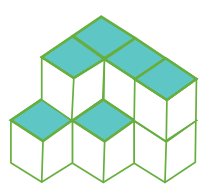
En esta guía hablaremos de los números, sus relaciones, sus formas de organización, sus operaciones y sus características principales que los llevan a constituir un sistema de numeración. En esta guía haremos un recorrido por algunos de los sistemas de numeración que han existido a lo largo la humanidad, para llegar a lo que hoy conocemos como el sistema decimal de numeración, que enriquece a su vez el conjunto de los números naturales.

Observa las siguientes figuras:

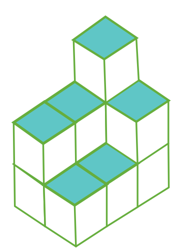
Figuras con cubos



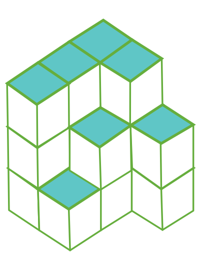
A



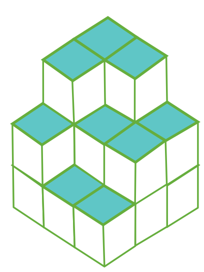
B



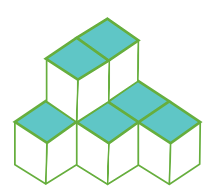
C



D



E



F

Ahora responde:

- ¿Cuántos cubos hay en cada figura?
- ¿Cuál figura tiene más cubos?
- ¿Cuál figura tiene menos cubos?
- ¿Cuáles figuras tienen más de diez cubos?
- ¿Cómo usamos los números en esta actividad?

Aprendamos algo nuevo

La primera operación matemática que realizó el hombre fue, sin duda, la de contar. El hombre primitivo podía observar en la naturaleza fenómenos contables: una oveja, un pájaro, unos árboles, unas piedras y una manada de tigres, etc. A partir de esta observación elemental y circunstancial, el hombre primitivo extrae gradualmente la idea de número por medio de la asociación de un símbolo a cada cantidad y a cada objeto. En este sentido y a medida que fueron creciendo sus necesidades, el hombre plasmó este símbolo en diferentes partes, por ejemplo en cuevas, en piedras, en un hueso o por medio de nudos en cuerdas, y algunas otras formas para ir pasando de una cantidad a la siguiente.

A continuación mostramos algunos de las escrituras de los números que desarrollaron algunas culturas.

Sistemas de numeración

Egipcio	𓏺	𓏻	𓏼	𓏽	𓏾	𓏿	𓐀	𓐁	𓐂	𓎆	𓍢
Babilónico	𒁹	𒈫	𒐈	𒐉	𒐊	𒐋	𒐌	𒐍	𒐎	𒌋	𒁹𒐏
Romano	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	C
Chino	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	百
Indio	१	२	३	४	५	६	७	८	९	१०	१००
Maya	𝋡	𝋢	𝋣	𝋤	𝋥	𝋦	𝋧	𝋨	𝋩	𝋪	𝋥𝋠
Tailandés	๑	๒	๓	๔	๕	๖	๗	๘	๙	๑๐	๑๐๐
Arábigo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	100

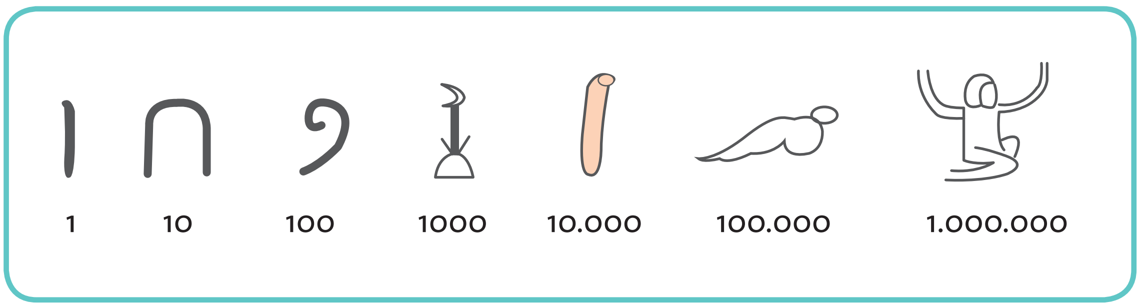
En la figura se muestran algunos de los símbolos que forman parte de un sistema de numeración.

Los sistemas de numeración tienen unos símbolos y unas reglas ligadas a la repetición o a la ubicación en un orden determinado. La cantidad de símbolos en algunos sistemas se establecen por representar cantidades muy grandes.

A continuación se explica el sistema de numeración egipcio.

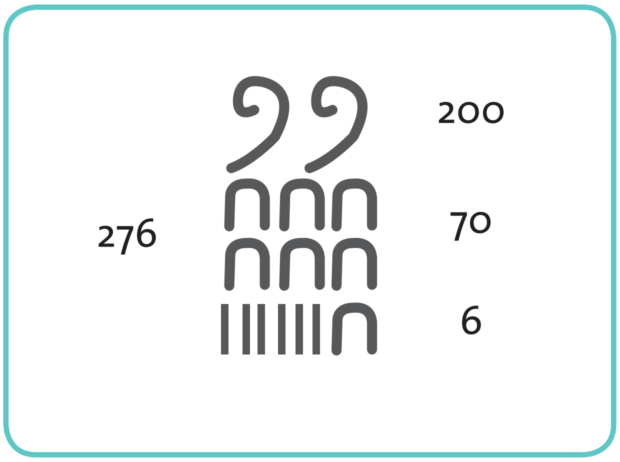
Desde el tercer milenio a. C. los egipcios usaron un sistema de escribir los números en base diez utilizando los jeroglíficos de la figura para representar los distintos órdenes de unidades.

Sistema de numeración egipcia



Este era un sistema de numeración aditivo, donde se contaba con una regla de repitencia, cada símbolo se repetía hasta nueve veces, al llegar al diez se usaba un nuevo símbolo. De este modo, para escribir el número 276 se usaban los siguientes símbolos:

276 en escritura egipcia



Cada símbolo tiene un valor diferente, pero puede ser ubicado en cualquier parte de la representación.

Exploremos ahora el sistema de numeración chino.

La forma clásica de escritura de los números en China se empezó a usar desde el 1500 a. C., aproximadamente. Es un sistema decimal estricto que usa las unidades y las distintas potencias de 10. Utiliza los ideogramas de la figura.

Sistema de numeración chino

1	一	5	五	8	八	100	百
2	二	6	六	9	九	1.000	千
3	三	7	七	10	十	10.000	萬
4	四						

Este sistema era aditivo multiplicativo debido a que usaba los dígitos combinados con las potencias de 10 para escribir cualquier cantidad que fuera requerida, si quisiéramos escribir en número 5.789, la forma de hacerlo sería:

5.789 en escritura china

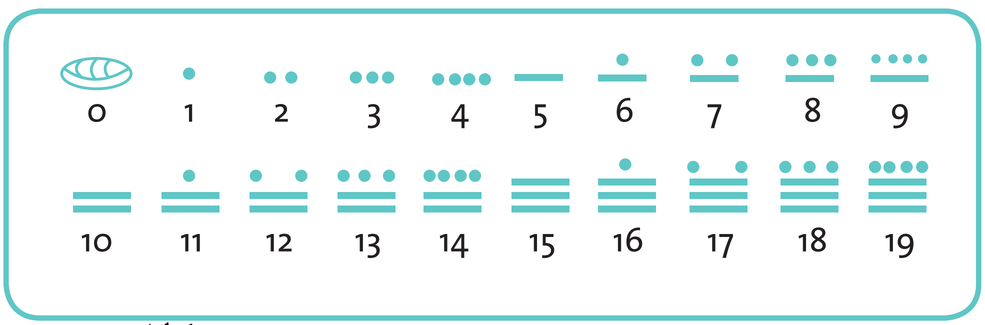
五 千 七 百 八 十 九

$$5 \times 1000 + 7 \times 100 + 8 \times 10 + 9 = 5789$$

Otro sistema, es el sistema de numeración maya.

Los mayas idearon un sistema de base 20 con el 5 como base auxiliar. La unidad se representaba por un punto. Dos, tres y cuatro puntos servían para 2, 3 y 4. El 5 era una raya horizontal, a la que se añadían los puntos necesarios para representar 6, 7, 8 y 9. Para el 10 se usaban dos rayas. De la misma forma se continúa hasta el 20, con cuatro rayas.

Sistema de numeración maya



Estos símbolos constituyen las cifras de un sistema de base 20, en el que hay que multiplicar el valor de cada cifra por 1, 20, 20 x 20, 20 x 20 x 20... según el lugar que ocupe, y sumar el resultado. Es por tanto un sistema posicional.

Cantidades en numeración maya

Numeración comercial

$21 = 1 \times 20 + 1$
$41 = 2 \times 20 + 1$
$61 = 3 \times 20 + 1$

$122 = 6 \times 20 + 2$
$401 = 1 \times 20^2 + 0 \times 20 + 1$
$8.000 = 1 \times 20^3 + 0 \times 20^2 + 0 \times 20 + 0$

La humanidad construyó y estableció en el siglo XVIII, el sistema decimal de numeración, sus reglas y la manera de operar con ellos para todos los países del mundo. Estos símbolos fueron inventados por los hindúes y difundidos después por los árabes.

El sistema decimal de numeración decimal consta de diez símbolos indo arábigos, llamados dígitos los cuales conocemos como los números del 0 al 9.

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Gracias a ellos, el hombre puede tener hoy una forma unificada en sus operaciones de conteo. Para esto, se establecieron varios conjuntos para su entendimiento, como por ejemplo el conjunto de los números naturales, nuestro objeto de investigación, que está compuesto por todos los números positivos que puedas imaginar incluyendo al cero.

Observemos algunas características:

- El conjunto de los números naturales se denota por la letra "N".
- El primer elemento del conjunto es el número cero.
- Los puntos suspensivos indican que el conjunto de los números naturales no tiene un último elemento, es decir el conjunto de los números naturales es infinito.
- Los números naturales se pueden ordenar.

  N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,…}

Para estudiar la organización de los números naturales podemos tomar como ejemplo la organización de un país. El país tiene un número determinado de habitantes, tiene sus propias reglas y sus habitantes las respetan, se debe conocer el origen y las características de sus habitantes, las correspondientes leyes que los rigen, los tipos de relaciones, la posición, la magnitud de sus tierras y el orden que se da entre ellos.

La regla que rige el Sistema de Numeración Decimal invita a contar haciendo grupos de diez.

En este sistema, diez unidades de un orden cualquiera, forman una unidad del orden inmediato superior.

Realizaremos nuestro recorrido por los caminos de este interesante país.

Imagínate un país donde la organización de sus habitantes es sorprendente, siempre se presentan de modo ordenado y es fácil identificar quién está adelante o detrás de cualquier otro. Dos de los habitantes se disputan el primer lugar desde hace algún tiempo. Son tantos los habitantes del país que nunca se termina de contarlos porque siempre se presenta otro habitante que le sigue al que se creía que era el último, es decir son infinitos.

Estos habitantes disfrutan de una gran amistad, tienen buenas relaciones entre sí y permanecen muy ordenados, todos conocen a su vecino y saben que el de la izquierda es el menor y el de la derecha es el mayor.

El sistema de numeración decimal es muy parecido a la organización del país que imaginaste. Este es un sistema posicional, es decir, el valor de cada número depende de la posición que ocupa. Este sistema realiza agrupamientos de diez en diez, así:

1 decena =	10 unidades	
1 centena =	10 decenas =	100 unidades
1 unidad de mil =	10 centenas =	1.000 unidades
1 decena de mil =	10 unidades de mil =	10.000 unidades
1 centena de mil	10 decenas de mil =	100.000 unidades
1 unidad de millón =	10 centenas de mil =	1.000.000 unidades

Ahora imagina un pueblo de nuestro maravilloso país en donde se encuentran 537 habitantes, si leemos por separado este número, tenemos la siguiente composición

5	3	7
cinco	tres	siete
centenas	decenas	unidades

Pero si tenemos en cuenta la posición de cada número, podemos observar que el 7 está en la columna de las unidades, el 3 está en la columna de las decenas y el 5 está en la columna de las centenas.

Para hacer fácil la lectura de los números, primero se separa el número en grupos de tres cifras, empezando por la derecha y luego se lee el número iniciando por la izquierda. Cada posición tiene un nombre como unidades, cientos, miles, millones, billones y así sucesivamente.

Por ejemplo, supongamos que reunimos a los habitantes de varios pueblos para determinar cuántos hombres y mujeres hay, en el conteo respectivo se logró un total de 235.064.140 hombres y 185.142.390 mujeres.

Para lograr un mejor entendimiento de la posición de cada número recordemos cómo se lee el número de habitantes hombres: doscientos treinta y cinco millones, sesenta y cuatro mil, ciento cuarenta. Ahora fíjate en la siguiente tabla donde se muestra la posición de cada dígito o número.

Posición de los dígitos

Centenas de millón	Decenas de millón	Unidades de millón	Centenas de mil	Decenas de mil	Unidades de mil	Centenas	Decenas	Unidades
2	3	5	0	6	4	1	4	0

Ahora bien, cada posición corresponde a una potencia sucesiva de 10, es decir, conforme nos movemos a la izquierda en esta tabla el valor de la posición es 10 veces más grande que la columna a su derecha. Esta es la razón por la cual llamamos a nuestro sistema "sistema de numeración decimal".

Valor posicional de los números

Centenas de **mil de millón**	Decenas de **mil de millón**	Unidades de **mil de millón**	Centenas **de millón**	Decenas **de millón**	Unidades **de millón**	Centenas **de mil**	Decenas **de mil**	Unidades **de mil**	Centenas	Decenas	Unidades
100.000.000.000	10.000.000.000	1.000.000.000	100.000.000	10.000.000	1.000.000	100.000	10.000	1.000	100	10	1
10^{11}	10^{10}	10^{9}	10^{8}	10^{7}	10^{6}	10^{5}	10^{4}	10^{3}	10^{2}	10^{1}	10^{0}

Entonces ahora, ¿podrás hacer lo mismo con el número de mujeres que habitan en estos pueblos?

Las formas de representación de un número

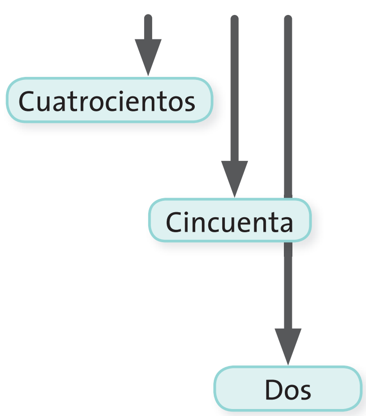
La representación de un número se puede hacer en letras, de formas aditiva, aditiva-multiplicativa y exponencial; teniendo en cuenta el valor de la posición de cada una de sus cifras. Miremos por ejemplo las diferentes formas de representación del número 452.

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Cuatrocientos cincuenta y dos} \\ 400 + 50 + 2 \\ 4 \times 100 + 5 \times 10 + 2 \times 1 \\ 4 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 2 \times 10^0 \end{array}\right.$$

Para leer un número primero se separa en grupos de tres cifras, empezando por las unidades. Luego, se lee el número iniciando de izquierda a derecha. Al pasar de las tres primeras cifras a las tres siguientes se escribe la posición.

- Una manera de descomponer los números es la forma aditiva:

$$452 = 400 + 50 + 2$$



- Otra manera de descomponer los números es la forma aditiva-multiplicativa:

$$452 = 4 \times 100 + 5 \times 10 + 2 \times 1$$

4 de 100

5 de 10

2 de 1

- Finalmente, está la descomposición exponencial:

$$452 = 4 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 2 \times 10^0$$

4 de 10 de 10

5 de 10

2 de 1

Observa las siguientes multiplicaciones:

10×10

$10 \times 10 \times 10$

$10 \times 10 \times 10 \times 10$

$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$

Recuerda que cuando se multiplica un número por él mismo varias veces, se tiene una expresión exponencial.

Las expresiones exponenciales se utilizan para representar multiplicaciones repetidas, el exponente nos indica esas veces que se debe multiplicar el número. Por ejemplo:

Exponente

Número $10^0 = 1$

$10^1 = 10$

$10^2 = 10 \times 10 = 100$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1.000$

$10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10.000$

$10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100.000$

De acuerdo con lo anterior 9.374 se puede representar como:

$$9.374 = 9 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 4 \times 10^0$$

Ejercitemos lo aprendido

1. Trabaja individualmente, contesta las preguntas y desarrolla las siguientes actividades en el cuaderno.
   - ¿Qué es un sistema de numeración?
   - ¿Cuántos símbolos se utilizan en el sistema de numeración decimal?
   - Diseña tu sistema de numeración con tus propias reglas y símbolos.
   - Consulta el sistema de numeración babilónico y escribe varios números.
2. Analiza y contesta.
   - Si tienes 3.457 unidades, ¿cuántas decenas puedes formar?, ¿cuántas centenas?, ¿cuántas unidades de mil?
   - ¿Cuántas unidades de mil se pueden formar con el número 45.541.052? y ¿cuántas unidades de mil sobran cuando cambias a decenas de mil?

- ¿Cuántas decenas sobran cuando el número 981.653 se organiza en centenas?
- ¿Cuántas centenas se pueden formar con el número 231.541.052?
- Expresa la descomposición aditiva multiplicativa de 340.679.
- Expresa la descomposición polinomial de 1.48.957.

3. Lee el texto que aparece a continuación. Luego subraya los números que encuentres y escribe la forma como se leen.

   En el país que imaginaste, supongamos que para el año 2035 este cuenta con 3.018 pueblos y que su población es de 45.541.052 habitantes de los cuales 15.841.623 son hombres; 20.785.432 son mujeres y 8.913.997 son niños.

4. Lee las pistas. Luego, organiza las cartas y escribe el número.

Cartas de números

Pistas

- El 5 ocupa el lugar de las unidades de millón
- El 3 ocupa las unidades de miles
- En esa posición, el 1 vale 100.000
- La cifra 6 vale 60.000
- El 9 vale 90
- El 2 vale 200
- 7 está en las unidades

Ahora completa:

- El número es: ____________________
- La cifra que ocupa el lugar de las centenas es: ________________
- El valor de la cifra en las unidades de millón es: _______________
- El número se lee: ______________________________

5. Construye un número con las cartas que quedaron y contesta:

- ¿Cuántas cifras tiene el número?
- ¿Cual cifra ocupa el lugar de las centenas?
- ¿Cual cifra ocupa el lugar de las unidades?
- ¿Cual cifra ocupa el lugar de las decenas?
- Escribe cómo se lee el número: ______________________________

6. En una ciudad existe una universidad llamada "Santuario del número", la cantidad de alumnos matriculados es 13.642. Con base en los datos dados, responde lo que le preguntaron a Gustavo en la evaluación de matemáticas.

- ¿Qué cifra está en la posición de las decenas?
- ¿Qué cifra está en la posición de las unidades de los miles?
- ¿Qué cifra está en la posición de las centenas?
- ¿Qué cifra está en la posición de las decenas de los miles?
- ¿Qué cifra está en la posición de las unidades?

Guía 2

¿Son ordenados los números?

Estándar

Pensamiento numérico y sistemas numéricos

- Reconozco significados del número en diferentes contextos (medición, conteo, comparación, codificación, localización, entre otros).
- Reconozco propiedades de los números (ser par, ser impar, etc) y relaciones entre ellos (ser mayor que, ser menor que, ser múltiplo de, ser divisible por, etc) en diferentes contextos.

Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos

- Construyo secuencias numéricas y geométricas utilizando propiedades de los números y de las figuras geométricas.

Lo que sabemos

Ya aprendiste que en el conjunto de los números naturales puedes encontrar la posición de los dígitos de un número. Ahora vas a comprender que los números tienen un antecesor y un sucesor que te permitirán observar cada numero ordenado.

Trabajo en grupo

Elaboren la Torre de Hanoi y jueguen con ella.

La Torre de Hanoi es un juego matemático inventado por el francés Edward Lucar, en 1883. El juego se forma con tres barras verticales colocadas en un soporte y ocho discos de diferente tamaño. Su objetivo es pasar los ocho discos ordenados de mayor a menor tamaño de una barra a otra.

Para jugar se deben tener presente las siguientes reglas:

1. En una de las barras hay ocho discos ordenados de mayor a menor tamaño. No hay discos iguales.
2. Se mueve el primer disco que está en la parte superior de la torre de una barra.

La Torre de Hanoi

3. Hay que tener en cuenta, no hay dos discos iguales y todos ellos están amontonados de mayor a menor radio en una de las barras, quedando las otras dos barras vacías.

4. Un disco de mayor tamaño **no** puede descansar sobre uno de menor tamaño.

Ahora ¡A jugar!

- ¿Cuántos movimientos necesitan para mover los discos de una barra a otra?
- ¿Quién hace el mejor tiempo?
- ¿Mueven los ocho discos a la otra barra?
- ¿Hicieron la misma, mayor o menor cantidad de movimientos de los discos que la primera vez que lo lograron?

Aprendamos algo nuevo

Para estudiar el orden de los números naturales podemos tomar como ejemplo la organización de un país. El país tiene un número de habitantes, cada habitante conoce sus reglas y las respeta. Su origen y sus características, las correspondientes leyes que los rigen, los tipos de relaciones, la posición, la magnitud de sus tierras y el orden que se dan entre ellos.

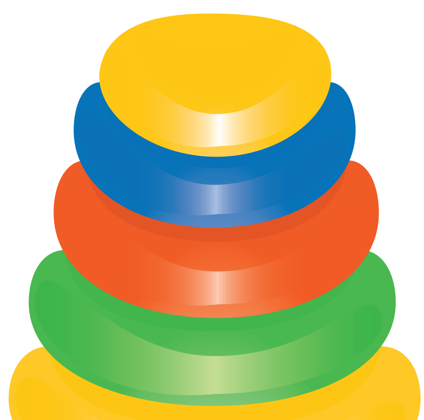
Imagínate este país en donde la organización de sus habitantes es sorprendente, tiene una ubicación que los tiene ordenados y es fácil identificar quién está adelante o detrás de cualquier otro. Dos de los habitantes se disputan el primer lugar desde hace algún tiempo y tuvieron que llegar a un acuerdo. Son tantos los habitantes del país que nunca se sabe cuántos son y si se decide contarlos nunca se va a terminar porque siempre aparece otro más. Nunca vas a encontrar el último, por eso se dice que son infinitos.

Muchas de las características de los habitantes del país se parecen a las características de los números naturales:

- Los números naturales se denotan por la letra "N".
- El primer número natural es el número cero.
- El siguiente del número cero es el uno y así sucesivamente.
- Simbólicamente es:

  N= {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8,…}

- Los puntos suspensivos indican que los números naturales no tiene un último elemento; es decir, son infinitos.



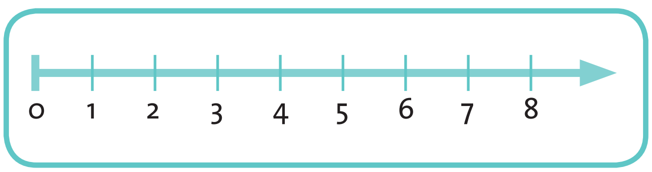
Los números naturales

Continuemos con nuestro país donde los habitantes disfrutan de una gran amistad, tienen buenas relaciones entre sí y permanecen muy ordenados cuando se ubican en una recta, todos conocen a sus vecinos y saben que el de la izquierda es el menor y el de la derecha es el mayor.

Para representar los números naturales a través de una recta se debe tener en cuenta que cada número natural será un punto y la distancia entre un punto a otro es la misma. Así:

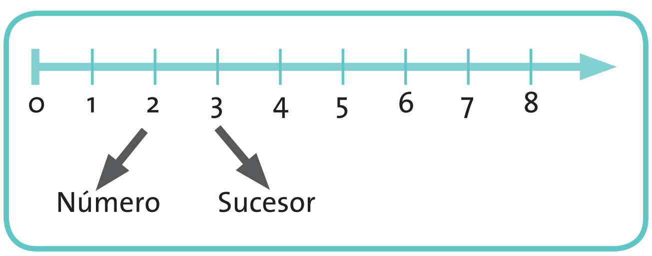
el número 1 tiene un antecesor y un sucesor. ¿Cuál es el número antecesor de 10 y ¿cuál es el número sucesor de 10?

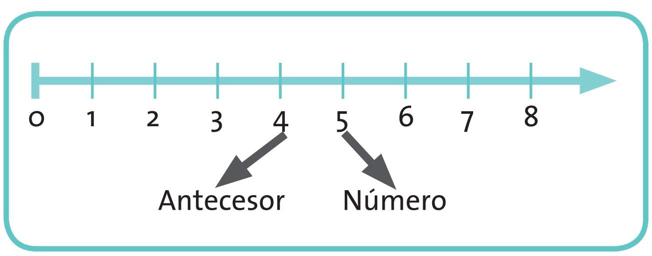
La recta numérica es un dibujo de una línea en la que los números naturales son mostrados como puntos especialmente marcados que están separados uniformemente. Así:



Ahora, la idea de sucesor de un número, sirve para distinguir el orden natural de los números naturales.

El sucesor del número 2 es 3 como se muestra a continuación:





Los números ordinales y cardinales

Cuando se colocan objetos en orden se utilizan los números ordinales. Para nombrar su posición y para determinar la cantidad de los objetos que estamos ordenando utilizamos los números cardinales.

Por ejemplo, en una carrera de la Fórmula 1, hay 20 pilotos que corren una carrera. 20 es un número cardinal y diríamos que el piloto que corrió más rápido durante las vueltas determinados en el circuito, obtuvo el primer lugar; el próximo piloto llegó en segundo lugar; el próximo, en tercer lugar y así sucesivamente. Estas posiciones son los números ordinales.

Números ordinales y cardinales

Los primeros veinte números ordinales son		Los primeros veinte números cardinales son	
1.°	primero	1	uno
2.°	segundo	2	dos
3.°	tercero	3	tres
4.°	cuarto	4	cuatro
5.°	quinto	5	cinco
6.°	sexto	6	seis
7.°	séptimo	7	siete
8.°	octavo	8	ocho
9.°	noveno	9	nueve
10.°	décimo	10	diez
11.°	undécimo	11	once
12.°	duodécimo	12	doce
13.°	decimotercero	13	trece
14.°	decimocuarto	14	catorce
15.°	decimoquinto	15	quince
16.°	decimosexto	16	dieciséis
17.°	decimoséptimo	17	diecisiete
18.°	decimoctavo	18	dieciocho
19.°	decimonoveno	19	diecinueve
20.°	vigésimo	20	veinte

- El número de curvas que determinan una carrera en algunos circuitos de la Fórmula 1 para el 2025 son las siguientes:

Número de curvas

Circuito	Número de curvas
Spa-Francorchamps (Bélgica)	17
Melbourne (Australia)	12
Gilles Villeneuve (Canada)	13
Mónaco (Mónaco)	15
Sepang (Malasia)	7
Interlagos (Brasil)	14

- Usa la recta numérica para ubicarlas y ordenarlas de mayor a menor.
- Usa la recta para determinar los circuitos que son mayores a 10 curvas.
- Escribe de forma ordinal los grados y de cardinal los diferentes cursos que hay por cada curso en tu institución o colegio.

Ejercitemos lo aprendido

1. Dibuja una recta numérica y con ayuda de ella completa cada una de las siguientes secuencias:

   a. ___, ___, ___, 8, 9, 10.

   b. 24, ___, ___, 27, 28, ___.

   c. 1, 2, 3, 2, 3, 4, ___, ___, ___.

   d. 2, ___, 6, ___, 10, 12.

   e. 0, 1, 2, ___, 4, ___, ___.

2. Ahora construye tu propio circuito de Fórmula 1. Organiza una carrera y completa la siguiente tabla:

   Nota: Recuerda la tabla de puntos luego de una carrera:

Puesto	Puntaje obtenido (en puntos)
Ganador	25
Segundo	18
Tercero	15
Cuarto	12
Quinto	10
Sexto	8
Séptimo	6
Octavo	4
Noveno	2
Décimo	1
Los otros	0

Mi circuito

Pilotos	Puesto en orden de partida	Puesto en orden de llegada	Puntos obtenidos

Guía 3

¿Cómo representar los números?

Estándares

Pensamiento numérico y sistemas numéricos

- Identifico en el contexto de una situación, la necesidad de un cálculo exacto o aproximado y lo razonable de los resultados obtenidos.
- Reconozco significados del número en diferentes contextos (medición, conteo, comparación, codificación, localización, entre otros).
- Reconozco propiedades de los números (ser par, ser impar, etc) y relaciones entre ellos (ser mayor que, ser menor que, ser múltiplo de, ser divisible por, etc) en diferentes contextos.

Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos

- Construyo secuencias numéricas y geométricas utilizando propiedades de los números y de las figuras geométricas.

Lo que sabemos

El orden de los números es de gran importancia; gracias a ello puedes establecer qué número es mayor a otro o al contrario cuál número es menor a otro.

Esta guía te ayudará a comprender varias situaciones que se relacionan con el orden de los números y que son aplicadas en la vida cotidiana.

Para hablar de la representación de los números, debemos pensar en situaciones donde los usemos. Supongamos la siguiente:

En un concurso transmitido por televisión llamado "el precio es correcto" participaron cinco estudiantes de matemáticas. El concursante ganador es la persona que se acerca más a (sin sobrepasar) el precio del artículo en venta.

Trabajo en grupo

El precio es correcto

Viviana	Pablo	Javier	Carlos	Diego
$ 4.495	$ 4.550	$ 4.551	$ 4.200	$ 4.000

a. ¿Qué concursante ganará si están concursando por un balón que tiene un precio sugerido de $ 4.745?

b. Si el artículo en venta fuera un morral y el precio sugerido $4.390, ¿qué concursante ganará?

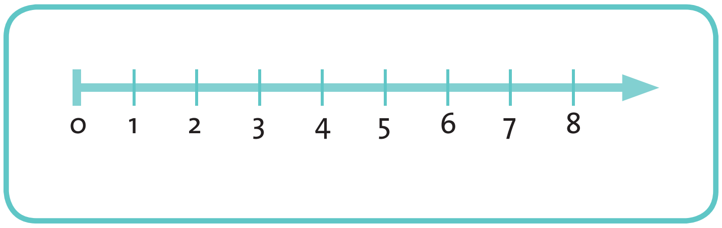
c. Si pudieras concursar con ellos y el artículo en venta fuera un libro y el precio sugerido $4.553, ¿qué precio le pondrías para ganar?

Aprendamos algo nuevo

La representación en la recta numérica

Siguiendo con el análisis de los números, veamos como ejemplo el número natural 4, este tiene un sucesor que es 5 y un antecesor que es 3.

La recta



Podemos observar que al movernos hacia la derecha en la recta los números se hacen más grandes. Como 4 está a la derecha de 3 decimos que 4 es mayor y se puede usar el símbolo de > que significa "es mayor que". Para escribir este hecho lo representamos de la siguiente manera:

4 > 3. Por lo tanto sabemos que 3 es menor que 4 y se puede usar el símbolo de < que significa "es menor que" que lo representaríamos de esta manera 3 < 4.

Como ya hemos visto, los números naturales sirven para contar los elementos de un conjunto, pero también nos sirven para ordenar los elementos de varios conjuntos como lo puedes observar en el siguiente ejemplo:

En una carrera de automovilismo que realizan los habitantes de un pueblo, es necesario conocer cuántos carros empiezan y terminan la carrera, al igual y muy importante, se debe saber el orden en que llegan a la meta. El orden resulta pues, al comparar dos números naturales y determinar cuál es el número menor y cuál es el número mayor.

- Visualicemos la carrera.

La carrera

Automóviles	Puesto de salida	Puesto de llegada
Carro 1	5	4
Carro 2	3	6
Carro 3	1	2
Carro 4	4	1
Carro 5	6	3
Carro 6	2	5

Cuando tenemos dos números naturales, siempre es posible decir cuál de los dos es mayor o menor, o si son iguales.

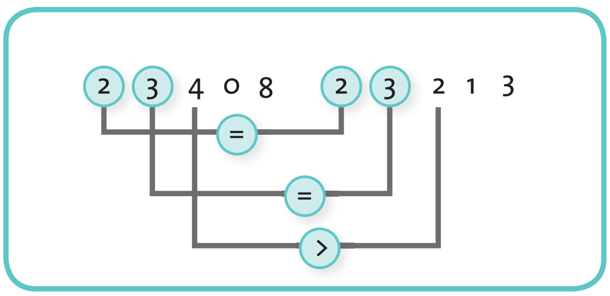
- Si dos números tienen diferente cantidad de cifras, es menor el que tiene menos cifras. Por ejemplo 98 es menor que 105.

- Si dos números tienen igual cantidad de cifras, se comparan las cifras que ocupan igual posición de izquierda a derecha.

Veamos el siguiente ejemplo:

Un domingo se realizaron dos partidos de fútbol en los estadios de Bogotá y Cali, respectivamente. El número de espectadores en el estadio de Bogotá fue 23.408 y el del estadio de Cali fue 23.213. ¿Dónde asistieron más espectadores?

Mayor que



23.408 > 23.213

Asistieron más espectadores al estadio de Bogotá.

Aproximaciones y estimaciones

Para entender los conceptos de aproximaciones y estimaciones veamos el siguiente ejemplo:

El número de habitantes de un país es exactamente 45.054.679. Sin embargo, se pueden realizar las siguientes estimaciones en cifras cerradas (o que el número tenga cifras con cero) en ese caso es posible dar estos valores:

45.054.680 → Se aproximó el valor y excede en 1, cambió las cifra de las unidades.

45.054.700 → Se aproximó el valor y excede en 21, cambiaron las cifras de las unidades y decenas.

45.055.000 → Se aproximó el valor y excede en 321.

45.060.000 → Se aproximó el valor y excede en 5.321.

45.050.000 → Se aproximó el valor y tiene un déficit de 4.679.

45.100.000 → Se aproximó el valor y excede en 45.321.

45.000.000 → Se aproximó el valor y tiene un déficit de 54.679.

Todas estas estimaciones son válidas. Pero si se escoge una de esas estimaciones el que más se aproximó a las cifras de las unidades de millón es 45.000.000. Por lo tanto, es más práctico referirse a esa población con el número 45.000.000, o decir la población del país se estima en 45.000.000.

Los matemáticos establecieron un acuerdo para realizar aproximaciones cuya diferencia con la cantidad a aproximar sea pequeña.

Cuando la cantidad a aproximar se va a realizar en una determinada unidad del sistema decimal de numeración:

La cifra de la derecha de la posición a la que se quiere aproximar un número, es 0, 1, 2, 3, 4, se escribe el valor aproximado con el valor de la cifra que se tiene.

Ejemplo:

- La cantidad es 453 y se va aproximar en la cifra de las decenas, se observa que la cifra de la derecha es 3, por lo tanto se deja el 5 y se escribe 450.

Pero si por lo contrario cuando la cifra de la derecha de la posición a la que se quiere aproximar un número es 5, 6, 7, 8, 9, se escribe el valor aproximado con una unidad más del valor de la cifra solicitada.

Ejemplo:

La cantidad es 567 y se va aproximar en la cifra de las decenas, se observa que la cifra de la derecha es 7, por lo tanto se agrega uno a seis, es decir, 1 + 6 = 7; entonces se escribe 570.

Cuando se trabaja con números naturales las aproximaciones que se realizan invitan a colocar las primeras cifras en ceros, este fenómeno se llama ***REDONDEO****.*

El acuerdo es:

- Observa las siguientes aproximaciones de los números:

Cantidad a aproximar	Se aproxima	Cantidad aproximada
23.568	La cifra de centenas	23.600
3.015.231	La cifra de unidades de mil	3.015.000

Es decir, las aproximaciones de los números naturales las puedes realizar a partir de las cifras de las decenas en adelante.

Ejercitemos lo aprendido

Desarrolla las siguientes actividades en el cuaderno.

1. En el salón de clases del grado décimo de una escuela hay 10 estudiantes con las siguientes edades:

   11 años, 10 años, 13 años, 16 años, 18 años, 14 años, 22 años, 17 años, 12 años, 19 años.

   - Ordena de menor a mayor y responde cuántos y cuáles son los estudiantes mayores de 15 años y cuántos son menores 21 años.

2. Escribe el símbolo que corresponda > o <, en el espacio para que el enunciado sea verdadero

   a. 25__ 29
   b. 85 ___ 91
   c. 50 ___ 30
   d. 45___ 49
   e. 2.789 ___ 19.863
   f. 1423 ____ 1424
   g. 48 ___ 46
   h. 102___ 101
   i. 11___10
   j. 874 ___ 870
   k. 2.49___ 2.048
   l. 310____333

3. Aproxima a la unidad de millón cada población.

Aproximación de la población

País	Población	Aproximación
1	23.568.963	
2	85.967.236	
3	78.492.023	
4	12.364.752	
5	3.785.699	

4. Estima cuántos y cuáles de los artículos relacionados a continuación puedes comprar con $20.000.

Precio de artículos

Artículo	Precio
Maleta	$ 15.000
Lápiz	$ 1.000
Cuaderno	$ 5.000
Balón	$ 18.000
Regla	$ 2.000
Compás	$ 13.000
Borrador	$ 500
Marcador	$ 1.500
Escuadras	$ 3.500

5. Ordena los siguientes números de menor a mayor.

   3, 4, 13, 25, 17, 23, 35, 65, 45, 36, 10, 15, 23, 31, 45, 21, 11, 49

6. Camilo desea aproximar el dinero que tiene que llevar para comprar los artículos de la siguiente tabla. Ayúdalo para que realice las aproximaciones a las unidades de mil.

Aproximación de cada precio

Artículo	Precio	Aproximaciones a unidades de mil
Televisor	$ 823.423	
Computador	$ 1.512.612	
Sala	$ 2.365.578	
Comedor	$ 1.400.100	
Cama	$ 845.450	

7. Escribe los posibles precios reales que puede tener cada uno de los siguientes artículos para que cumplan la condición dada.

   - Los tenis tienen un precio que se aproxima a $ 80.000 y se excede de su precio real en 339.
   - La corbata tiene un precio que se puede aproximar a $ 25.000 o $ 30.000.
   - El valor de la camisa se aproxima a $ 70.000 y tiene un déficit de $ 2.580.
   - El valor de las medias se aproxima a $ 2.000 y tiene un exceso de $ 257.

- El pantalón tiene un precio aproximado de $ 50.000 y tiene un déficit de $ 6.789.
- Si se quieren comprar todos los artículos, ¿es posible hacerlo con $ 200.000?

8. Escribe por cada número otro que sea una decena de mil mayor.

Una decena de mil mayor

Número	Número mayor en una decena de mil
15.236	
256.321	
896.124	
32.000	
110.010	

9. Aproxima a unidades de millón el precio de cada objeto.

Unidad de Millón

Objeto	Precio	Aproximación a unidades de millón
Una casa	$ 58.963.253	
Un apartamento	$ 42.356.789	
Una finca	$ 69.458.120	
Una piscina	$ 10.010.000	
Un caballo	$ 3.900.000	

Apliquemos lo aprendido

Nuestro Sistema Solar

El Sistema Solar es un sistema planetario de la galaxia Vía Láctea que se encuentra en uno de los brazos de esta, conocido como el Brazo de Orión. Está formado por una estrella a la cual llamamos Sol y ocho planetas. El Sol es la fuente más rica de energía electromagnética (principalmente en forma de luz y calor) y los planetas tienen la siguiente distancia al Sol:

- La Tierra se encuentra a 149.600.000 km del Sol
- Marte se encuentra a 227.940.000 km del Sol
- Neptuno se encuentra a 4.504.300.000 km del Sol
- Saturno se encuentra a 1.429.400.000 km del Sol
- Venus se encuentra a 108.200.000 km del Sol
- Mercurio se encuentra a 57.910.000 km del Sol
- Júpiter se encuentra a 778.330.000 km del Sol
- Urano se encuentra a 2.870.990.000 Km km del Sol

De acuerdo a la distancia que se encuentra cada planeta del Sol realiza lo siguiente:

- Ordena los planetas de menor a mayor distancia.

- Escribe cómo se lee cada una de las distancias.
- Escribe de forma exponencial las distancias.
- Escribe de forma aditiva- multiplicativa las distancias.
- Aproxima las distancias en la cifra de las decenas de millón.

Evaluemos

¿Cómo me ve mi maestro?

Resuelve las siguientes preguntas según la tabla que se presenta a continuación:

Para entender la forma correcta de leer los números que aparecen en la última columna de la tabla "Record de la vuelta más rápida" veamos el siguiente ejemplo: 1:24:125, significa: 1 minuto, 24 segundos y 125 centésimas de segundo.

Características de los circuitos de la Fórmula 1

Circuito	Número de curvas	Velocidad máxima alcanzada	Récord de la vuelta más rápida
Spa-Francorchamps (Bélgica)	15	330 Km/h	1:45.108 Min
Sakhir (Bahrein)	11	315 Km/h	1:34.556 Min
Melbourne (Australia)	16	325 Km/h	1:24.125 Min
Gilles Villeneuve (Canadá)	12	348 Km/h	1:13.622 Min
Mónaco (Mónaco)	16	305 Km/h	1:14.439 Min
Sepang (Malasia)	15	330 Km/h	1:34.223 Min
Interlagos (Brasil)	13	325 Km/h	1:11.473 Min
Montmeló (España)	13	325 Km/h	1:21.670 Min
Valencia Street Circuit (Europa)	25	300 Km/h	1:38.683 Min
Silverstone (Gran Bretaña)	14	335 Km/h	1:18.739 Min

1. ¿En cuál circuito se logra la mayor velocidad?

   a. Mónaco

   b. Brasil

   c. Malasia

   d. Canadá

   e. Australia

2. ¿Cuál circuito tiene menor número de curvas?

   a. Europa

   b. Bélgica

   c. Brasil

   d. Brasil y España

   e. Bahrein

3. ¿Cuáles son los circuitos que tienen un número de curvas mayor a 15?

   a. Europa

   b. Bélgica y Malasia

   c. Mónaco y Australia

   d. Mónaco, Australia y Europa

   e. Bahrein

4. La aproximación en minutos del récord de la vuelta más rápida en el circuito de Bahrein es

   a. 1:34 Min

   b. 1:33 Min

   c. 1:35 Min

   d. 1:32 Min

5. La aproximación en minutos del récord de la vuelta más rápida en el circuito de Mónaco es

   a. 1:14 Min

   b. 1:13 Min

   c. 1:16 Min

   d. 1:15 Min

¿Cómo me ven los demás?

Realiza el siguiente juego con un compañero. Cada jugador va diciendo un digito de 1 a 6. Estos números se van adicionando alternativamente, de tal manera que gana quien primero llegue a 51.

Por ejemplo: María y Juan van a jugar.

María inicia con 1.

Juan dice 6, entonces van 7.

María dice 5, entonces van 12.

Juan: dice 4, entonces van 16.

Y así sucesivamente hasta llegar a 51.

De acuerdo con el ejemplo, ¿quién ganaría María o Juan?

¿Qué aprendí?

Responde y justifica según la manera en la que te desenvolviste en el desarrollo del módulo teniendo en cuenta los siguientes criterios:

	Sí	A veces	No	Justificación
Interpreto gráficamente un número natural.				
Establezco las relaciones de orden que existen entre los números naturales.				
Identifico y resuelvo problemas que surgen de situaciones matemáticas y de las experiencias cotidianas.				
Describo situaciones en las que se involucran números naturales.				
Utilizo el lenguaje simbólico para representar e interpretar situaciones.				
Diferencio estimación, aproximación y redondeo de un número natural.				
Establezco aproximaciones a los números naturales.				
Reconozco las reglas de otros sistemas de numeración que construyó la humanidad.				
Aclaré las inquietudes que se me presentaron al desarrollar las actividades de módulo.				
Trabajé en equipo compartiendo estrategias para solucionar los problemas.				

Determina estrategias para mejorar cada día tu trabajo. Establece un plan de seguimiento con tu maestro.

Módulo 2

Solucionemos algunas situaciones con los números naturales

¿Qué vas a aprender?

En las sociedades primitivas, así como en muchas de nuestras actividades cotidianas encontramos situaciones ligadas a procedimientos. Algunos de estos procedimientos, se constituyen en la base para las operaciones que se reconocen con los números naturales. Las operaciones que abordaremos en este módulo son adición, multiplicación, sustracción y división, junto con el análisis de las propiedades que cumple cada una de ellas y algunas situaciones cuya solución se puede modelar con dichas operaciones.

Estándares básicos de competencias en matemáticas

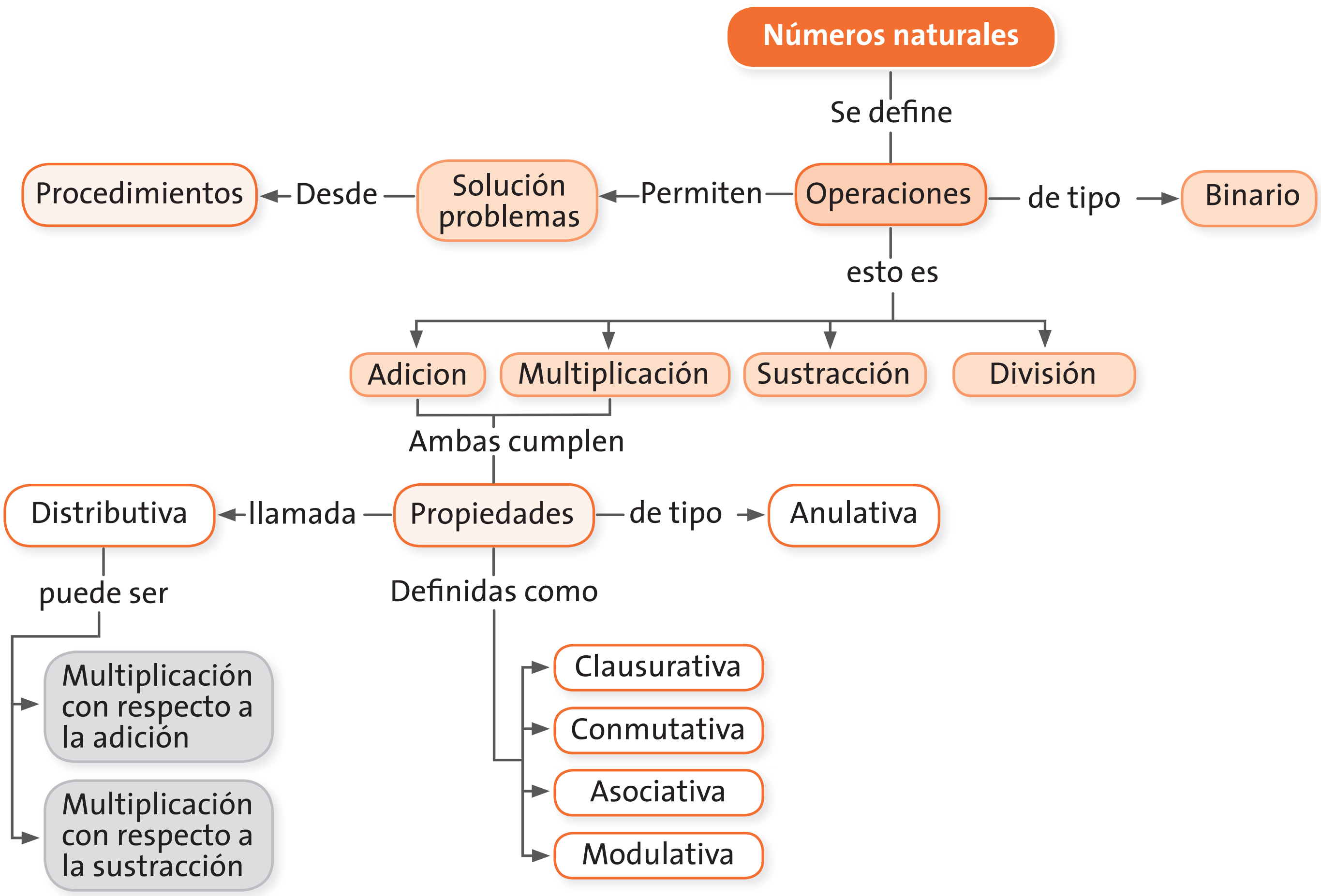
Pensamiento numérico

- Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de los números naturales y sus operaciones.
- Uso diferentes estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas.
- Justifico regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones.

La realización de las actividades propuestas en las guías que conforman este módulo, te permitirá alcanzar estándares básicos de competencias que privilegian el desarrollo del pensamiento numérico y potenciar la comprensión más formal de la definición y propiedades asociadas a algunas operaciones con los números naturales. Las operaciones que aborda este módulo son: la adición, la sustracción, la multiplicación y la división.

<table>
<tr><th>Guía</th><th>Conceptos</th><th>Procesos</th></tr>
<tr><td>Guía 4.
Propiedades de la adición</td><td>Adición y sustracción de números naturales</td><td rowspan="3">• El desarrollo de estos estándares, permitirá fortalecer los siguientes procesos:
• La formulación, tratamiento y resolución de problemas: Por cuanto se presentan diversas situaciones problema que pueden ser resueltas con ayuda de las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división de números naturales.
• La modelación: A través de la representación de situaciones cotidianas, mediante modelos matemáticos que incluyen operaciones como adición, sustracción, multiplicación y división de números naturales
• La comunicación: Ya que se invita al estudiante a interpretar enunciados así como a proponer ejercicios relacionados con los temas tratados, estimulándolo a hacer uso de un lenguaje adecuado para la presentación de sus ideas. Las definiciones son precedidas de la presentación de situaciones, que preparan al estudiante para una mayor comprensión de las mismas.
• El razonamiento: El presente módulo se apoya constantemente en preguntas y presentación de situaciones que invitan al estudiante a proponer, argumentar y razonar a cerca de la validez y limitaciones de los procedimientos estudiados.
• La formulación, comparación y ejercitación de procedimientos: A lo largo del desarrollo de los temas, al finalizar el desarrollo de cada tema y en las actividades evaluativas se presentan ejercicios que ayudarán a ganar destreza para la ejecución de procedimientos, sin desconocer que estos procedimientos deben conducir a resultados lógicos, los cuales a su vez pueden ayudar a solucionar situaciones problema.</td></tr>
<tr><td>Guía 5.
Propiedades de la multiplicación</td><td>Multiplicación de números naturales</td></tr>
<tr><td>Guía 6.
La división en la solución de algunas situaciones</td><td>División de números naturales</td></tr>
</table>

En la próxima figura observarás la relación existente entre los conceptos que vas a aprender.



¿Para qué te sirve lo que vas a aprender?

Las operaciones con números naturales se aplican en la resolución de diversos problemas cotidianos tales como el cálculo total de la producción de una finca, la diferencia entre las cantidades de los bultos cosechados y los vendidos, el cálculo de la vida útil que le queda a una máquina, o la determinación de la cantidad de alimento que le corresponde a cada animal de un hato, entre otros.

¿Cómo y qué se te va a evaluar?

En el desarrollo del módulo se proponen diferentes momentos en los que tú, tus compañeros y tu maestro podrán evidenciar y analizar los progresos que tuviste en cuanto al reconocimiento y aplicación de algunas propiedades de las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división en los números naturales.

La evaluación será constante, a lo largo de cada una de las guías encontrarás actividades evaluativas. También encontrarás las secciones *Aplico lo aprendido* y *Evaluación*, en las que se proponen diferentes actividades que te invitarán a poner en práctica tus conocimientos, así como a realizar trabajos individuales o grupales que retarán tus habilidades para expresar tus ideas y pensamientos.

Explora tus conocimientos

Javier tiene 12 años y vive en la población de San Jacinto. En muchas ocasiones Javier acompaña a su papá, don Pastor, a vender productos de su finca hasta Bella Vista a una población cercana, pero primero pasan por Los Álamos, a 15 km de San Jacinto.

Ruta San Jacinto - Álamos - Bella vista

- ¿Cuál es la distancia entre San Jacinto y Bella Vista, si al llegar a la población de Los Álamos han recorrido la tercera parte del camino?
- Si un viaje considera los recorridos de San Jacinto a Bella Vista y de Bellavista a San Jacinto, ¿cuántos kilómetros recorren en un viaje?
- En esta ocasión, Javier y don Pastor hicieron varios viajes el mismo día. ¿Cuántos viajes realizaron si en total recorrieron 1080 km?
- Si 1 km es igual a 1.000 m, ¿cuál es la distancia en metros entre San Jacinto y Los Álamos?

Guía 4

Propiedades de la adición

Estándares

Pensamiento numérico y sistemas numéricos

- Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requieran de la relaciones y propiedades de los numeros naturales y sus operaciones.
- Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición, transformación, comparación e igualación.
- Uso diferentes estrategias de calculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.

Lo que sabemos

Muchas veces nos vemos enfrentados a la necesidad de agregar o quitar ciertas cantidades a otras ya conocidas. Por ejemplo, cuando se hace una colecta para comprar una canasta de gaseosa es necesario sumar el aporte de cada persona para saber si el dinero reunido alcanza. Al realizar una compra, al verificar lo que sobra es necesario restar el valor del artículo comprado al dinero dado; y existen otras situaciones relacionadas con comparar cantidades como cuánto me falta o me sobra o cuánto es la diferencia de edades, entre otras. Todas estas situaciones se resuelven con sumas y/o restas que se relacionan con las operaciones adición y sustracción de los números naturales.

Trabajo en grupo

Formen un grupo de tres personas para desarrollar las siguientes actividades.

- Lean la historia y luego contesten las preguntas.

  Don Pastor, nació en San Jacinto el 23 de abril de 1970; se casó el 16 de diciembre de 1995 y tuvo su primer hijo a los 27 años de edad. Compró su finca en el 2001, donde cosechó su primera siembra de maíz en 2006.

Familia campesina trabajando en un cultivo de maíz

- ¿Qué edad tenía don Pastor cuando se casó?
- ¿Qué año era cuando tuvo su primer hijo?
- ¿Cuántos años de casado llevaba don Pastor cuando tuvo su primer hijo?
- ¿Cuánto años transcurrieron entre la compra de la finca y la primera cosecha de maíz?
- ¿Cuántos años tenía su primer hijo cuando don Pastor tuvo la primera cosecha de maíz?
- ¿Cuántos años tenía don Pastor cuando compró la finca?
- ¿Cuántos años era mayor don Pastor que su primer hijo?

Describan los procedimientos que utilizaron para determinar las respuestas de cada una de las preguntas anteriores.

- ¿En qué situaciones de la vida cotidiana es necesario utilizar este tipo de procedimientos? Nombren algunas de ellas.

Aprendamos algo nuevo

En cursos anteriores han estudiando procedimientos como sumas y restas. Estos procedimientos sustentan lo que es llamado en matemáticas como **las operaciones de adición y sustracción,** respectivamente y que se pueden efectuar con los números naturales.

Recordemos el procedimiento para sumar.

Cada año, don Pastor vende la cosecha de maíz que produce su finca. Como quiere analizar las ganancias obtenidas en los últimos tres años, organizó la información según se muestra en la siguiente tabla.

Ganancias de la cosecha de maíz por año

Año	Cantidad de dinero recibido
2008	$ 890.000
2009	$ 925.000
2010	$ 997.000

¿Cuánto dinero recibió don Pastor en estos tres años?

Para responder esta pregunta, se realiza una suma como se muestra a continuación.

Uno de los procedimientos para sumar es:

1. Ordenar las cantidades involucradas de tal forma que cada cifra quede en la posición correspondiente, es decir, las unidades con las unidades, las decenas con las decenas, y así sucesivamente.

Suma de las ganancias

Agregó 2

Agregó 1

	Unidades de millón	centenas de mil	decenas de mil	unidades de mil	centenas	decenas	unidades	
		8	9	0	0	0	0	Sumandos
		9	2	5	0	0	0	
	+	9	9	7	0	0	0	
Resultado	2	8	1	2	0	0	0	

2. Se realiza la suma por cada una de las cifras y se realizan los cambios correspondientes. En la situación de las ganancias de la cosecha si observamos las unidades de mil, las cifras que se suman son: 0, 5 y 7 y el resultado es 12 unidades de mil, se alcanza a formar una decena de mil y se escribe 2 en las unidades de mil. Luego se suman las cifras de las decenas de mil que son: 9, 2 y 9; y se le agrega la que se formó al sumar las cifras de las unidades de mil, obteniéndose en total 21 decenas de mil y se continua así sucesivamente.

Este tipo de procedimiento lo conocemos desde muy pequeños como suma y permitió que se definiera la **operación adición en los números naturales** cuya regla dice que al tomar y sumar dos números naturales puedo obtener otro número.

Por ejemplo: si tomo el 5 y 7. A 5 le sumo 7 (así como ya sé sumar) obtengo 12.

Una forma de representarse en matemáticas es:

$5 + 7$

12

La operación adición se define para dos números naturales; por eso se conoce como una operación binaria.

Analicemos otra situación.

Don Pastor pagó $23.980.000 cuando compró la finca. Si en unos años la vendiera en $ 30. 000.000, ¿cuánto dinero ganaría en la venta?

Para responder esta pregunta, se realiza una resta como se muestra a continuación:

Resta para hallar la ganancia

		decenas de millón	unidades de millón	centenas de mil	decenas de mil	unidades de mil	centenas	decenas	unidades	
Los cambios que se hacen para restar por cada cifra		2	9	9	10					
		3	0	0	0	0	0	0	0	Minuendo
	-	2	3	9	8	0	0	0	0	Sustraendo
Diferencia			6	0	2	0	0	0	0	

Uno de los procedimientos para restar es:

1. Primero se coloca la cantidad a la que le voy a quitar (el minuendo) y debajo se coloca la cantidad a quitar (el sustraendo). Se ubica cada cifra como en la suma.

2. Se realiza la resta por cada una de las cifras y se realizan los cambios correspondientes. En la Figura 2.3, las cifras de las decenas de mil están ocupadas por 0 y 8; como no se puede quitar ocho a cero, se hacen los cambios necesarios hasta que se convierta en 10 y pueda quitar 8 obteniendo 2; se continua con las centenas de mil y se aplica el mismo procedimiento.

Este tipo de procedimiento lo conocemos desde muy pequeños como resta y permitió que se definiera la operación sustracción en los números naturales cuya regla dice que al tomar y restar dos números naturales puedo obtener otro número.

Por ejemplo: si tomo el 8 y 3. A 8 le restó 3 (así como ya sé restar) obtengo 5

Una forma de representarse en matemáticas es:

8 – 3 Donde 8 > 3

5

Si observas la operación sustracción se define para dos números naturales por eso se conoce como una operación binaria.

Propiedades de la adición

Trabajo en grupo

- Realicen las siguientes adiciones:

a. 0 + 3 = a. 3 + 0 =
b. 1 + 2 = b. 2 + 1 =

Estas adiciones tienen una característica: todas dan 3; además, si cambio el orden de los sumandos se obtiene el mismo resultado. ¿Es posible en todos los casos?

- Escriban todas las sumas de dos números naturales que den los resultados solicitados y comprueben su respuesta de la pregunta anterior.

a. 6 b. 7 c. 9 d. 10

La propiedad de la adición, que permite cambiar el orden de los sumandos sin alterar el resultado, se denomina propiedad conmutativa.

- Efectúen las siguientes operaciones.

  - 8 + 0=___
  - 0 + 8=____
  - 29 + 0=____
  - 0 + 29=____

- Describan los resultados.

¿Cuál es el resultado de sumar cualquier número natural con 0?

- Escribe cinco adiciones más tal que uno de los sumando sea cero.

¿En todos los casos al sumar un número natural con el cero da como resultado ese número natural?

Otra propiedad que cumple la adición de los números naturales, se denomina propiedad modulativa y consiste en que al sumar un número natural con cero el resultado es el mismo número natural.

- Realicen las siguientes operaciones:

  a. 5 + 6 +1 b. 3 + 8 + 9

- ¿Realizaron agrupaciones?, ¿agruparon los dos primeros sumados y luego al resultado le sumaron el otro? Y ¿será que pasa lo mismo si agrupo los dos últimos sumandos y al resultado le sumo el primer sumando?

- ¿Será que se obtiene el mismo resultado de la siguiente adición 4 + 1 + 2 si realizó cualquier agrupación (4 + 1) + 2 ó 4 + (1 + 2)?

La propiedad que permite que al sumar tres números naturales, se puedan agrupar los dos primeros o los dos últimos sumandos sin alterar el resultado se denomina propiedad asociativa.

Ejercitemos lo aprendido

Resuelve las siguientes situaciones.

1. Don Pastor construyó en su finca un galpón para sus gallinas. Algunas de ellas ponen varios huevos a la semana, como se muestra en la siguiente tabla:

Número de huevos por semana

Nombre de la gallina	Número de huevos semanales
Pura	5
Saraviada	3
Pintada	4
Coqueta	3
Mimosa	2
Motosa	5
Luna	3

- ¿Cuántos huevos ponen en total Pura y Saraviada? Escribe la adición que permite calcular la respuesta. ¿Son números naturales los sumandos y la suma de esta operación?

- Compara y resuelve las siguientes operaciones:

  a. 4 + 3 = _______ b. 3 + 4 =______

- ¿Cambia la suma cuando los sumandos se operan en diferente orden?

- ¿Si se suma la cantidad de huevos de las gallinas Pura, Motosa y Luna en ese orden, cambia el resultado si sumo Motosa y Luna primero y luego los de Pura?

2. Don Pastor vende los huevos que ponen las gallinas del galpón. Las ventas realizadas por don Pastor son las siguientes:

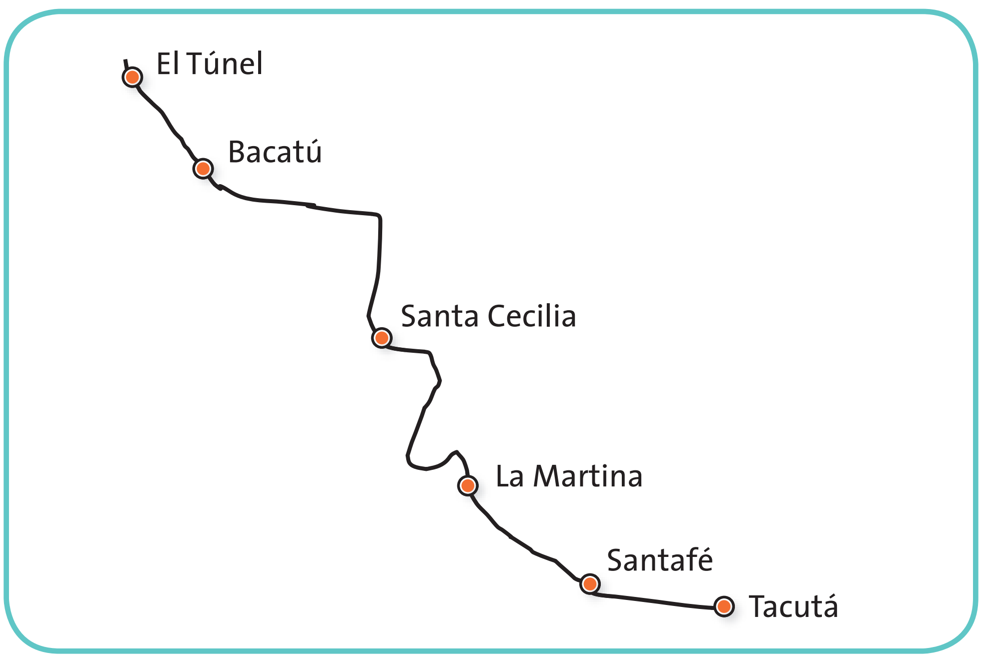
Primer mes: 240 huevos	Segundo mes: 258 huevos
Tercer mes: 185 huevos	Cuarto mes: 196 huevos

- ¿Cuántos huevos más se vendieron en el segundo mes comparado con los que se vendieron en el primero?

- ¿Cuántos huevos menos se vendieron el tercer mes con respecto al primer mes?

3. Don Pastor tiene que hacer el siguiente recorrido para llegar a su finca: desde el túnel hasta el pueblo Bacatú hay 368 km; de Bacatú a Santa Cecilia hay 593 km; de Santa Cecilia a La Martina hay 480 km. De La Martina a Santafé hay 539 km. Y de Santafé a Tacutá hay 185 km.

Recorrido que debe realizar don Pastor para llegar a su finca



- Si don Pastor parte desde el túnel, ¿cuántos kilómetros recorre hasta Tacutá?

- Calcula las distancias de las siguientes parejas de recorridos y encuentre las diferencias entre ellas. Determine en cuál don Pastor recorre más kilómetros.

  a. Bacatú-Santa Cecilia y Túnel-Bacatú

  b. La Martina-Santafé y Santa Cecilia-La Martina

  c. La Martina-Santafé y Santafé-Tacutá

- Don Pastor hizo su recorrido en tren. Si de los 530 pasajeros que salieron de la estación central junto con don Pastor, 314 se bajaron en Santa Cecilia, y se subieron 153, ¿cuántos pasajeros siguieron hasta la siguiente estación?

4. Un agricultor recogió la cosecha de papa en una semana así: el lunes 23 bultos, el martes 36, el miércoles 17, el jueves 19, el viernes 18 y el sábado 21.

   - ¿Cuántos bultos de papa recogió en total?

   - ¿Cuántos bultos más debió recoger para completar 500?

Analiza qué propiedades cumple la operación sustracción en los números naturales y muestre ejemplos.

Guía 5

Propiedades de la multiplicación

Estándares

Pensamiento numérico y sistemas numéricos

- Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de los números naturales y sus operaciones.
- Uso diferentes estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.
- Justifico regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones.

Lo que sabemos

Ya has comprobado la utilidad de la adición y con seguridad también te has enfrentado a la necesidad de sumar muchas veces la misma cantidad. Este procedimiento, aunque sencillo en algunos casos, puede ser dispendioso. Por ejemplo cuando tienes que determinar la cantidad total de huevos en 15 bandejas de 30 huevos cada una; habría que sumar 30 veces 15 y en ese procedimiento te puedes equivocar.

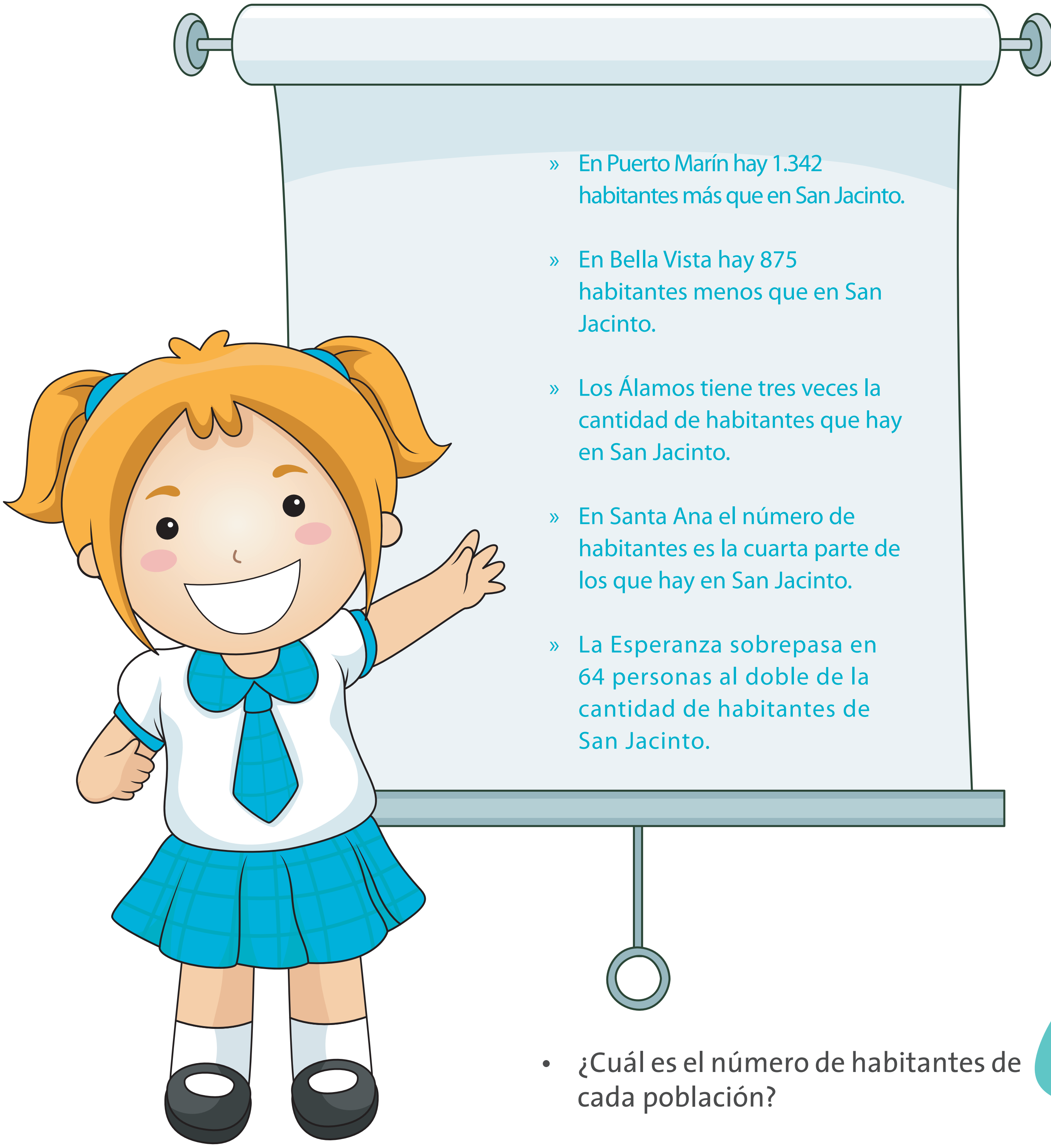
Existe un procedimiento que tú conoces como multiplicación que da las bases para comprender la operación también llamada multiplicación o producto en los números naturales.

Trabajo en grupo

Organicen grupos de tres personas para realizar las siguientes actividades:

- San Jacinto es un pequeño pueblo rural que cuenta con 2.568 habitantes. En su alcaldía se puede averiguar el número de habitantes de las poblaciones cercanas, porque en la cartelera principal se encuentra la información. Veamos la cartelera:

Datos comparativos de habitantes



- ¿Cuál es el número de habitantes de cada población?
- Complete la siguiente tabla, con base en la información de la cartelera.

Número de habitantes de los pueblos

Pueblo	Número de habitantes
San Jacinto	2.568
Puerto Marín	
Bella Vista	
Los Álamos	
Santa Ana	
La Esperanza	

- Indiquen las operaciones que realizaron para calcular el número de habitantes de cada pueblo.

Aprendamos algo nuevo

San Jacinto cuenta con un museo natural que es visitado por los turistas. Si la entrada al museo vale $ 4.500 por persona y hoy fue visitado por 28 personas, ¿cuánto dinero recibieron en la taquilla?

Un procedimiento para averiguar la respuesta es realizar una multiplicación.

En la operación indicada, los números 4.500 y 28, reciben los nombres de **factores y** el resultado se denomina **producto**.

$$
\begin{array}{r l}
4.500 & \\
\text{x} \quad 28 & \\
\hline
36000 & \longleftarrow \text{Producto de } 4.500 \text{ x } 8 \\
\pm \quad 90000 & \longleftarrow \text{Producto de } 4.500 \text{ x } 20 \\
\hline
126000 &
\end{array}
$$

La operación multiplicación, definida en los números naturales, invita a tomar dos números naturales para obtener otro número.

Por ejemplo: si tomo el 7 y 3. A 7 lo multiplico por 3 (así como ya sé multiplicar) obtengo 21.

Una forma de representarse en matemáticas es:

$$(7X3) \rightarrow 21$$

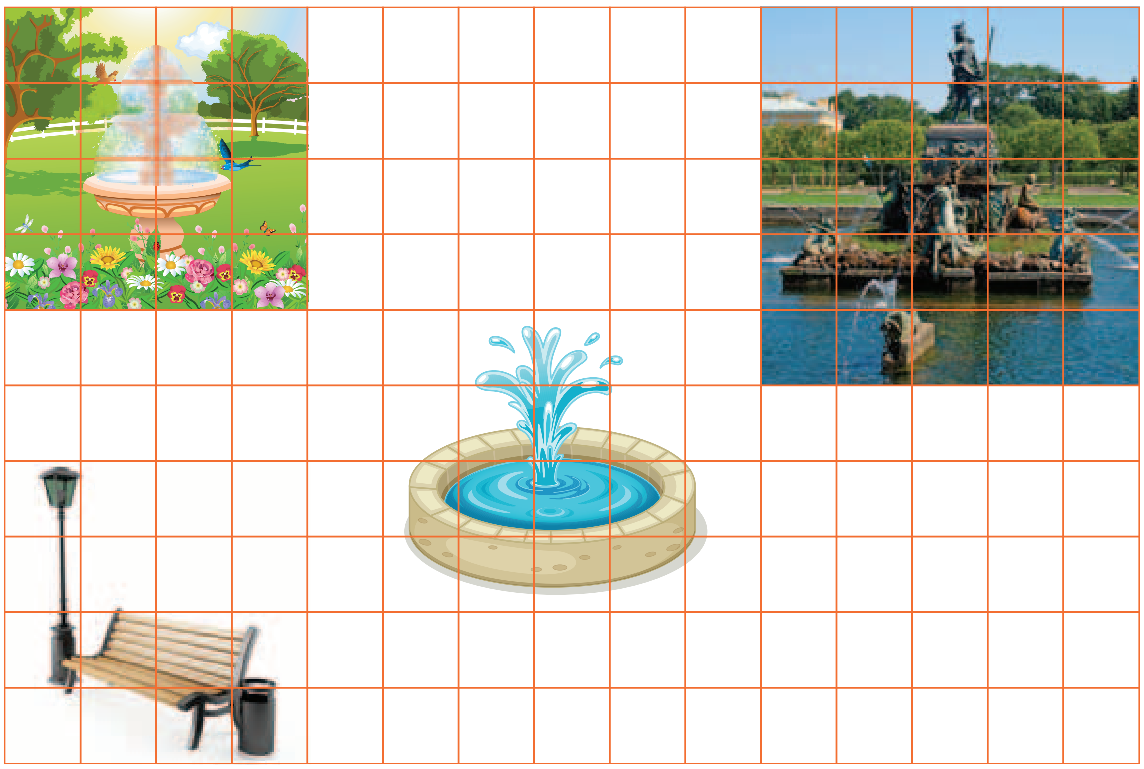
$$21$$

La operación multiplicación se define para dos números naturales por eso se conoce como una operación binaria.

Resuelvan las siguientes situaciones y reconozcan las propiedades que cumple la operación multiplicación en los números naturales.

1. La plaza principal de San Jacinto tiene forma rectangular y está recubierta por baldosas cuadradas, todas de igual tamaño, tiene 15 filas cada una de 10 baldosas, como se observa en la siguiente figura:

Plano de la plaza de San Jacinto



1.
   - Escriban una multiplicación que permita calcular el número de lozas que recubren la plaza y encuentren el total de lozas.
   - ¿Los factores que utilizaron son números naturales?
   - ¿El producto es un número natural?
   - ¿Si se multiplican dos números naturales cualesquiera, el producto es siempre un número natural? Escriban tres ejemplos distintos.

Propiedad clausurativa: Tanto los factores como el producto siempre son números naturales.

2. Realicen las siguientes multiplicaciones:

a. 9×8 y $8 \times 9 =$
b. 12×15 y $15 \times 12 =$
c. 23×18 y $18 \times 23 =$
d. 93×14 y $14 \times 93 =$

- ¿Cambia el producto cuando se multiplican los factores en diferente orden?

Propiedad conmutativa: En la multiplicación de números naturales el orden de los factores no altera el producto.

3. En la plaza de mercado de San Jacinto es posible conseguir productos típicos. Por ejemplo, las almojábanas vienen en paquetes de tres bolsas y cada bolsa tiene cinco almojábanas. Dos de los siguientes procedimientos permiten calcular cuántas almojábanas se lleva un turista que compra siete de estos paquetes. ¿Cuáles son? Expliquen su elección.

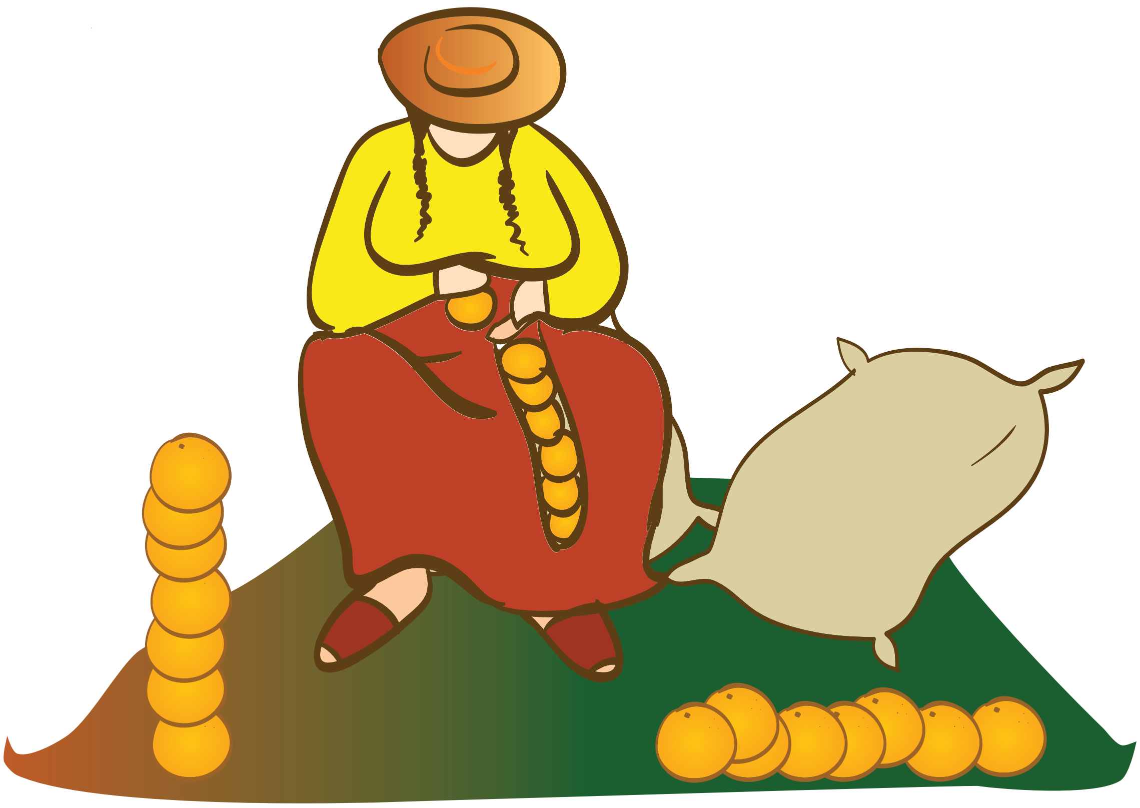
a. $(7 \times 3) \times 5$
b. $(7 \times 3) \div 5$
c. $7 \times (3 \times 5)$

- ¿En qué se diferencian los procedimientos $(7 \times 3) \times 5$ y $7 \times (3 \times 5)$? ¿Da el mismo resultado?

Propiedad asociativa: En una multiplicación de tres números naturales, al asociar los dos primeros o los dos últimos factores el resultado es el mismo en los dos casos.

4. En uno de los puestos de fruta, una de las vendedoras organiza las naranjas, ya sea en seis filas de una unidad o en una fila de seis unidades, como se observa en la siguiente figura:

Organización de naranjas para exhibición en un puesto de mercado



- ¿Cuántas naranjas utiliza la vendedora en cada arreglo?
- ¿Se obtiene el mismo producto al resolver 6×1 que 1×6? Justifiquen su respuesta.

Propiedad modulativa: El producto de cualquier número natural por 1 es el mismo número natural.

5. Don Pastor compró tres quesos a $ 2.500 cada uno y su esposa compró dos.

Para determinar el dinero que gastaron entre los dos, la esposa de don Pastor propone el siguiente procedimiento: multiplicar el valor de un queso por el resultado de sumar la cantidad de quesos que compró don Pastor y la cantidad que compró ella).

Mientras que don Pastor propone realizar dos multiplicaciones una que corresponde a lo que él pagó por los tres quesos y otra que corresponde a lo que su esposa pago por dos quesos y luego sumar los resultados de esas multiplicaciones.

- Completen la siguiente tabla, con los procedimientos que proponen don Pastor y su esposa. Calculen los resultados y compárenlos. ¿Serán distintos o iguales?

Procedimientos propuestos

Procedimiento propuesto por la esposa	Procedimiento propuesto por don Pastor
2.500 x (____+____)	(____x 3) + (____x 2)
2.500 x _____	______ + _____
____	____

Ahora discutan los siguientes procedimientos:

$$\begin{aligned} 7 \times (4+8) &= (7 \times 4) + (7 \times 8) \\ 7 \times (12) &= 28 + 56 \\ 84 &= 84 \end{aligned}$$

Como observamos, en ambos procedimientos obtenemos el resultado 84. Ahora observen los siguientes procedimientos donde se involucran restas:

$$\begin{aligned} 7 \times (8-4) &= (7 \times 8) - (7 \times 4) \\ 7 \times (4) &= 56 - 28 \\ 28 &= 28 \end{aligned}$$

Como ven en ambos procedimientos obtenemos el resultado 28.

Propiedad distributiva:

- La multiplicación de un número natural ***n***, por la suma de otros dos naturales, es igual que la suma de dicho número ***n*** multiplicado por cada sumando.

- La multiplicación de un número natural *n* por una resta, es igual que dicho número ***n*** multiplicado por el minuendo menos el mismo ***n*** por el sustraendo.

- ¿Qué sucede en las multiplicaciones dónde uno de los factores es cero? ¿Será qué es otra propiedad? ¿Cómo se llama?

Ejercitemos lo aprendido

Resuelve las situaciones que se proponen a continuación.

1. En la cooperativa de agricultores de San Jacinto cada afiliado debe aportar $35.000 mensuales. Si en total hay 58 afiliados, ¿cuánto dinero recibe la cooperativa cada mes, por concepto de aportes?

2. Un criadero avícola cuenta con 325 gallinas. Cada una cuesta $ 5.700. Si se vendieran todas las gallinas, ¿cuál es el total de dinero que recibiría el dueño?

3. Fermín está vendiendo un terreno por metros cuadrados. Si el terreno tiene forma rectangular de 124 m de largo por 53 m de ancho, y ofrece cada metro cuadrado a $ 256.000, ¿cuánto dinero recibirá por la venta total del terreno?

Guía 6

La división en la solución de algunas situaciones

Estándares

Pensamiento numérico y sistemas numéricos

- Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de los números naturales y sus operaciones.
- Uso diferentes estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.

Lo que sabemos

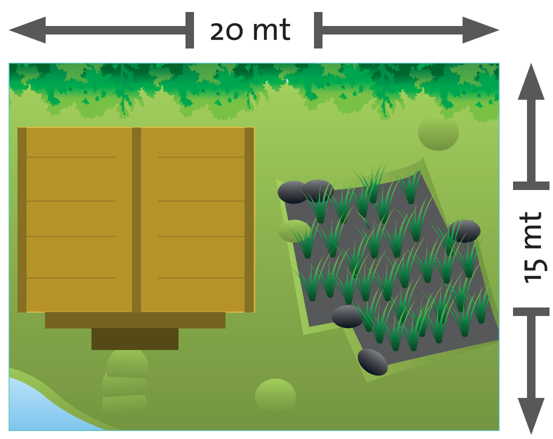
En muchas ocasiones queremos repartir o dividir objetos como frutas, juguetes, dinero o gastos y una buena parte de las veces queremos que las reparticiones sean equitativas. Podemos calcular "de a cuánto nos toca" mediante el procedimiento llamado división, el cual se desarrolla en la presente guía.

Trabajo en grupo

Organicen grupos de tres estudiantes para realizar las siguientes actividades en el cuaderno.

1. Manuel compró un terreno de forma rectangular, cuyas dimensiones son 15 metros de ancho por 20 metros de largo, por un precio de $18. 750.000. Veamos el plano de la finca en la siguiente figura:

Plano de una finca



- ¿Cuál es el área del terreno?
- ¿Cuál es el valor de cada metro cuadrado del terreno?
- ¿Qué procedimientos deben efectuar para resolver las preguntas anteriores?

Aprendamos algo nuevo

Una manera de resolver la situación invita a calcular primero el área del terreno que es 300 m^2. ¿Por qué?. Luego, se puede realizar una **división** entre el valor del terreno y el total de metros cuadrados de la finca, como se muestra a continuación:

Procedimiento de división

a.

```
1875'0000 | 300
          |____
```

Como el divisor tiene tres cifras se separan tres en el dividendo. Pero 187 no se puede dividir por 300, entonces se toma la cifra siguiente para formar 1.875.

b.

```
1875'0000     | 300
- 1800        |____
    75        | 6
```

Se busca el número que multiplicado por 300 dé aproximadamente 1.875.
En este caso es 6:
300 × 6 = 1.800
Este producto se resta a 1.875.

c.

```
18750000 | 300
- 1800   |____
   750   | 62
 - 600   |
   150   |
```

Se baja la siguiente cifra para formar el número 750 y se busca el número que multiplicado por 300 dé aproximadamente 750.

El número es 2.

300 x 2 = 600

Este producto se resta a 750.

d.

```
18750000 | 300
- 1800   |______
   750   | 62500
 - 600   |
   1500  |
 - 1500  |
     00  |
   - 00  |
      00 |
    - 00 |
       0 |
```

Se continúa el proceso hasta bajar la última cifra del dividendo.

Por lo tanto, el precio de cada metro cuadrado del terreno es de \$62.500.

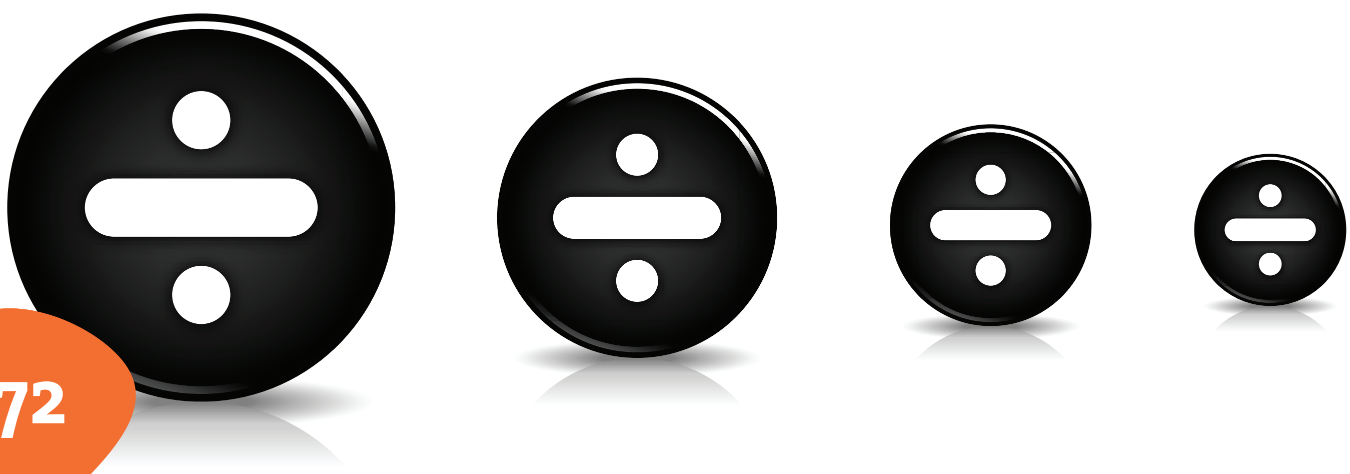
Otro manera de proceder es realizar dos divisiones primero 18.750.000 se divide por 15 (18.750.000 ÷ 15 = 1.250.000). El resultado de esa división se divide por 20 y se obtiene \$62.500 (1.250.000 ÷ 20 = 62.500).

Cada uno de los términos de la división recibe un nombre particular. Como se muestra a continuación:

Términos de una división

Dividendo →	50	8	← Divisor
Residuo →	- 48	6	← Cociente
	2		

- Conocen el significado de los términos de la división?
- Copien y completen las siguientes frases con ayuda de su maestro.
  - » El **dividendo** es el número que ……………………………...
  - » El **divisor** es el número que …………………………………..
  - » El **cociente** es el …………………………………………………
  - » El **residuo** es el ………………………………………………..



2. Manuel quiere repartir el terreno comprado entre sus siete hijos. ¿Es posible dividir el terreno en siete partes iguales, sin que sobren metros cuadrados? ¿Cuántos metros cuadrados le corresponden a cada uno?

   Efectúen la división mostrada en la siguiente tabla y completen los cuadros vacíos.

Esquema para la identificación de los elementos de una división

División	Elemento a identificar	Valor
$300 \;\underline{\vert\; 7 \quad}$	Dividendo	
	Divisor	
	Residuo	
	Cociente	

Una división es **exacta** cuando su residuo es cero.
Y es **inexacta** cuando el residuo es diferente de cero.

3. Realicen cada división e indiquen si es exacta o inexacta.

   a. 45 ÷ 5 b. 83 ÷ 9 c. 108 ÷ 12 d. 96 ÷ 15

4. Ubiquen, donde corresponda, los términos de la división 83 ÷ 9, en el esquema que se muestra a continuación:

   Dividendo = (Divisor x Cociente) + Residuo

$$\boxed{} = \boxed{ \text{x} } + \boxed{}$$

- ¿Se cumple esta igualdad?

El procedimiento de división da las bases para la operación división con números naturales; la cual consiste en buscar un factor, el cociente, que junto con el factor que hace de divisor da el dividendo.

En el caso de no encontrarse, la división no tiene solución en los números naturales.

En toda división de números naturales se cumple la siguiente igualdad.

Dividendo = (divisor x cociente) + residuo

Por ejemplo: se toma a 8 como dividendo y 4 como divisor y se busca una multiplicación donde uno de sus factores es 4 y su resultado de 8, en ese caso es la multiplicación $2 \times 4 = 8$ o $4 \times 2 = 8$; entonces el cociente es 2.

Simbólicamente es:

$$8 \div 4$$
$$2 \text{ porque } 2 \times 4 = 8$$

Por esa razón, hay divisiones que no son exactas y por tanto la división no cumple la propiedad clausurativa, puesto que hay casos en que la división tiene residuo diferente de cero.

Recuerden que la multiplicación de números naturales cumple algunas propiedades.

- ¿La división cumplirá propiedades como la conmutativa, asociativa, modulativa y distributiva con respecto a la adición? ¿Se da en todos los casos? Averígüenlo, acompañen de ejemplos sus explicaciones.

5. Efectúen las siguientes divisiones y contesten las preguntas:

   a. $65 \div 13$ b. $65 \div 9$

   - ¿Cuál es el cociente de la primera división?, ¿y de la segunda?
   - ¿La división de dos números naturales es siempre un número natural? Expliquen la respuesta.

6. Realicen estas divisiones:

   a. $72 \div 8$ b. $8 \div 72$

» ¿Qué resultado obtuvieron en la primera división?

» ¿Es posible efectuar la segunda división? ¿Por qué?

» ¿Es posible intercambiar el orden del dividendo y el divisor sin que se altere el cociente?

Escriban otros dos ejemplos dónde alteren el orden de los números y analicen los cocientes. Comprueben los resultados con calculadora.

7. Calculen el resultado de las siguientes operaciones. Recuerden que primero se realizan las operaciones indicadas entre paréntesis.

   a. $(45 \div 3) \div 5$ b. $45 \div (3 \div 5)$.

- ¿Obtuvieron los mismos resultados?
- ¿Qué dificultades encontraron al efectuar la segunda división? Expliquen.
- ¿Es posible asociar los términos de una división sin que se altere el cociente?
- ¿Es lo mismo $14 \div 1$ que $1 \div 14$? Expliquen su respuesta.
- Escriban las propiedades que cumple la división.
- Completen el proceso que se muestra en la tabla a continuación:

Comparación de divisiones

Número dividido en una suma	Suma de mismo número dividido por cada sumando en forma separada
$28 \div (3+4)$ $\downarrow \quad \downarrow$ $= \square \div \square$ $\downarrow$ $= \square$	$(28 \div 3) + (28 \div 4)$ $\downarrow \quad \downarrow$ $= \square + \square$ $\downarrow$ $= \square$

- ¿Dividir un número entre la suma de otros dos es igual a la suma de los cocientes que se obtienen al dividir el número entre cada sumando?

La división de números naturales, cumple con la propiedad modulativa, pero no con las propiedades clausurativa, conmutativa, distributiva ni asociativa.

Ejercitemos lo aprendido

Resuelve cada situación.

1. El terreno comprado por Manuel es de forma rectangular con medidas 20 m de largo por 15 m de ancho.

   - ¿Cuántos postes debe comprar para cercar el terreno, si va a colocarlos cada 2 m?

2. Manuel quiere repartir el terreno en cinco partes iguales para regalarle a sus hijos. ¿Cuántos metros cuadrados le corresponden a cada uno?

3. Para obtener ganancias, los cinco hijos de Manuel deciden vender la finca por $ 21.000.000 y repartir la ganancias por partes iguales. ¿Cuánto le toca a cada uno por la venta de su terreno?

Apliquemos lo aprendido

1. En la tienda de doña Rosario se encuentran los productos cuyos precios se muestran en el cartel.

Alimentos de la tienda doña Rosario

Kilo de arroz	*$2.400*
Docena de huevos	*$3.600*
Libra de tomate	*$7.500*
Paquete de pasta	*$1.200*
Frasco de aceite	*$3.500*
Paquete de harina	*$1.200*
Kilo de Papa	*$1.000*

Mario debe llevar de la tienda de doña Rosario: cinco kilos de arroz, tres docenas de huevos, siete libras de tomate, cuatro libras de café, dos paquetes de pasta, tres frascos de aceite, cuatro paquetes de harina y ocho kilos de papa.

- ¿Mario podrá pagar sus compras con $ 70.000? ¿Por qué?
- Mario decide pagar el valor total de sus compras en cuotas. Si cada una es de $ 17.800, ¿cuántas cuotas debe pagar?
- ¿Cuánto le cobrará doña Rosario si compra un kilo por cada artículo de mercado?

2. Maritza compró ocho paquetes de almojábanas con el mismo número de unidades cada uno, pero cuando empieza a desempacarlas se da cuenta de que en vez de tener las 72 unidades que esperaba sólo tiene 64.

- ¿Cuántas almojábanas pensaba Maritza que debía recibir por paquete?
- ¿Cuántas almojábanas por paquete recibió realmente Maritza?

3. Cinco toros tienen el mismo peso y todos pesan 2.840 kg. ¿Cuál es el peso de cada uno?

4. A las fiestas patronales de Los Pinos asistieron 6.039 adultos, y 175 niños. Si la plaza de toros del pueblo cobra $ 15.700 por la entrada y se espera que ingresen todos los asistentes a las fiestas patronales, ¿cuánto se recaudaría por entradas a la plaza de toros?

5. Formula un problema que involucre la información dada en cada caso de tal forma que el procedimiento para resolver sea división.

   - Para empacar 1.500 huevos se dispone de bandejas en cada una de las cuales caben doce unidades.

   - Pilar hizo una llamada telefónica de doce minutos de duración. Le cobraron $ 1.500.

6. Observa la factura esquematizada en la tabla y luego contesta las preguntas.

Factura

Cantidad	Descripción	Valor unitario	Valor total
5	Cajas de puntillas		$ 17.500
3	Cajas de tornillos		$ 12.600
50	Chazos		$ 5.000
20	Tuercas		$ 6.000
10	Brocas		$ 15.000

- ¿Cuál es el valor total de la factura?

- ¿Cuál es el valor unitario de cada uno de los artículos comprados?

- Completa la columna correspondiente al valor unitario de la factura.

- ¿Cuál sería el precio a pagar, si se compran tres cajas de puntillas, dos cajas de tornillos y diez tuercas?

- Si en un nuevo pedido se duplican las cantidades de artículos comprados, ¿cuál será el valor de la nueva factura?

7. Un terreno de forma rectangular tiene 15 m de ancho y 24 m de largo.

    - Si se quiere cercar el terreno con tres hiladas de alambre de púas, ¿cuántos metros de alambre es necesario comprar?
    - ¿Cuál es el precio total de la finca si cada metro cuadrado vale $250.000?
    - Si se logra vender la finca por $ 98.550.000, ¿cuál es la ganancia con respecto al precio inicial?

8. En la cosecha del mes de marzo se recogieron las siguientes cantidades; 756.205 bultos de yuca, 256.955 bultos de naranja, 235.580 de plátano. El bulto de yuca se vendió a $ 25.850 cada uno, el de naranja $ 12.500 cada uno y el de plátano $18.750 cada uno.

    - ¿Cuántos bultos se recolectaron en total?
    - ¿Cuánto dinero se recibió por cada producto?
    - ¿Cuánto dinero se recogió por la cosecha del mes de marzo?

9. Elige los procedimientos que utilizarías para hallar la cantidad de bultos para cada ciudad y el total de bultos que tenía la finca teniendo en cuenta que la cosecha de la finca se debe distribuir así:

    - Para Bucaramanga, Bogotá y Pereira envía la misma cantidad de bultos de yuca.
    - Para Barranquilla, se envían 38.500 bultos de naranja. Los demás bultos de naranja se reparten equitativamente entre Villavicencio y Popayán.
    - La mitad de los bultos de plátano son enviados a Chiquinquirá, la mitad de lo que sobra es enviada a Bogotá y 58.895 bultos son enviados a Tunja.

Evaluemos

¿Cómo me ve mi maestro?

Cuadro mágico 3 × 3

1. Organiza los números del 1 al 9 de tal forma que todas las filas y columnas sumen la misma cantidad. Dicha cantidad se obtiene al sumar los números del 1 al 9 y dividir el resultado en el número total de filas.

   - ¿Cuánto debe dar la suma de cualquier fila o columna?

2. Se están organizando los números de 1 al 25 en un cuadro de 5 × 5, pero faltan los menores que 9.

Cuadro mágico 5 × 5

11	24		20	
	12	25		16
17		13	21	
10	18		14	22
23		19		15

- ¿Podrías escribir los números del 1 al 9, de tal forma que al sumar cualquier fila o columna, el resultado sea siempre el mismo?

- ¿Cómo podrías encontrar cuanto debe ser la suma de una fila antes de empezar a completar el cuadro?

- ¿Cuál debe ser el resultado de sumar cualquier fila o columna?

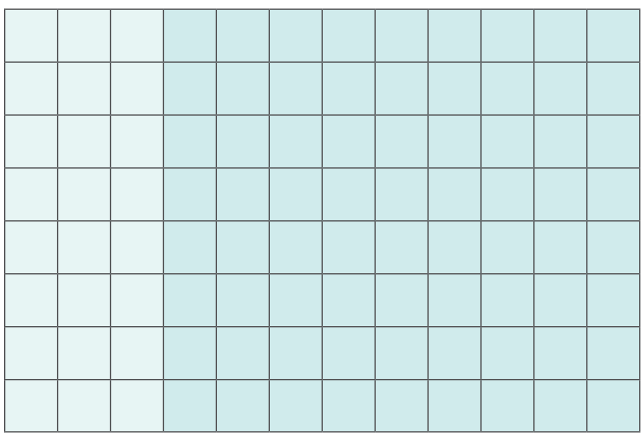
- ¿Cuánto es el resultado de sumar todos los 25 cuadros?

¿Cómo me ven los demás?

Trabaja con dos personas.

Observen la cuadrícula y sigan las instrucciones, inicialmente en forma individual.

Distribución de una cuadricula en dos regiones



- Calculen la cantidad de cuadrados que tiene la cuadrícula con una multiplicación (base x altura).

- Cuenten los cuadrados uno por uno.

- Calculen primero los cuadraditos de color claro mediante una multiplicación, y de la misma forma los de color oscuro y sumen los resultados. Escriban simbólicamente el procedimiento empleado. ¿Este procedimiento permite verificar el cumplimiento de la propiedad distributiva?

- Al comparar los tres procedimientos, ¿cómo son los resultados, iguales o diferentes? ¿Seleccionen el procedimiento más rápido y justifiquen la respuesta?
- Comparen los resultados obtenidos por los tres estudiantes.
- Identifiquen y discutan sobre las diferencias encontradas.
- En una hoja señalen los aciertos de cada integrante del grupo así como sus errores y la forma de solucionarlos. En caso de presentar dudas pidan el apoyo del maestro.

¿Qué aprendí?

Responde y justifica según la manera en la que te desenvolviste en el desarrollo del módulo teniendo en cuenta los siguientes criterios:

	Sí	No	A veces	Justificación
Manejo los procedimientos de sumar y restar con los números naturales.				
Manejo los procedimientos de multiplicar y dividir con los números naturales.				
Reconozco las propiedades de las operaciones adición y multiplicación con números naturales.				
Resuelvo problemas aditivos y multiplicativos.				
Justifico las propiedades que cumplen las operaciones adición, sustracción, multiplicación y división en los números naturales.				
Formulo problemas a partir de instrucciones.				
Formulo problemas cuya solución se relaciona con las operaciones de los números naturales.				
Aporto en las actividades de trabajo en grupo.				
Participo de manera activa en clase y respeto la participación de mis compañeros.				

Determina estrategias para mejorar cada día tu trabajo en clase como en casa con respecto a matemáticas.

Establece una forma de hacerle seguimiento a esas estrategias y acuérdalas con tu maestro.

Otras relaciones multiplicativas entre números naturales

¿Qué vas a aprender?

Otras de las relaciones que se estudian con los números naturales se relacionan con las operaciones multiplicación y división; por eso se denominan multiplicativas. Algunas de esas relaciones son múltiplos, divisores, divisibilidad, la descomposición de un número en factores primos y la determinación del máximo común divisor y el mínimo común múltiplo; y de esa forma se llega al reconocimiento de distintas representaciones para un número natural y de otras propiedades que se pueden establecer entre dichos números.

Estándares básicos de competencias

Pensamiento numérico

- Justifico regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones.
- Reconozco propiedades de los números (ser par, ser impar, etc) y relaciones entre ellos (ser mayor que, ser menor que, ser múltiplo de, ser divisible por, etc) en diferentes contextos.

Pensamiento variacional

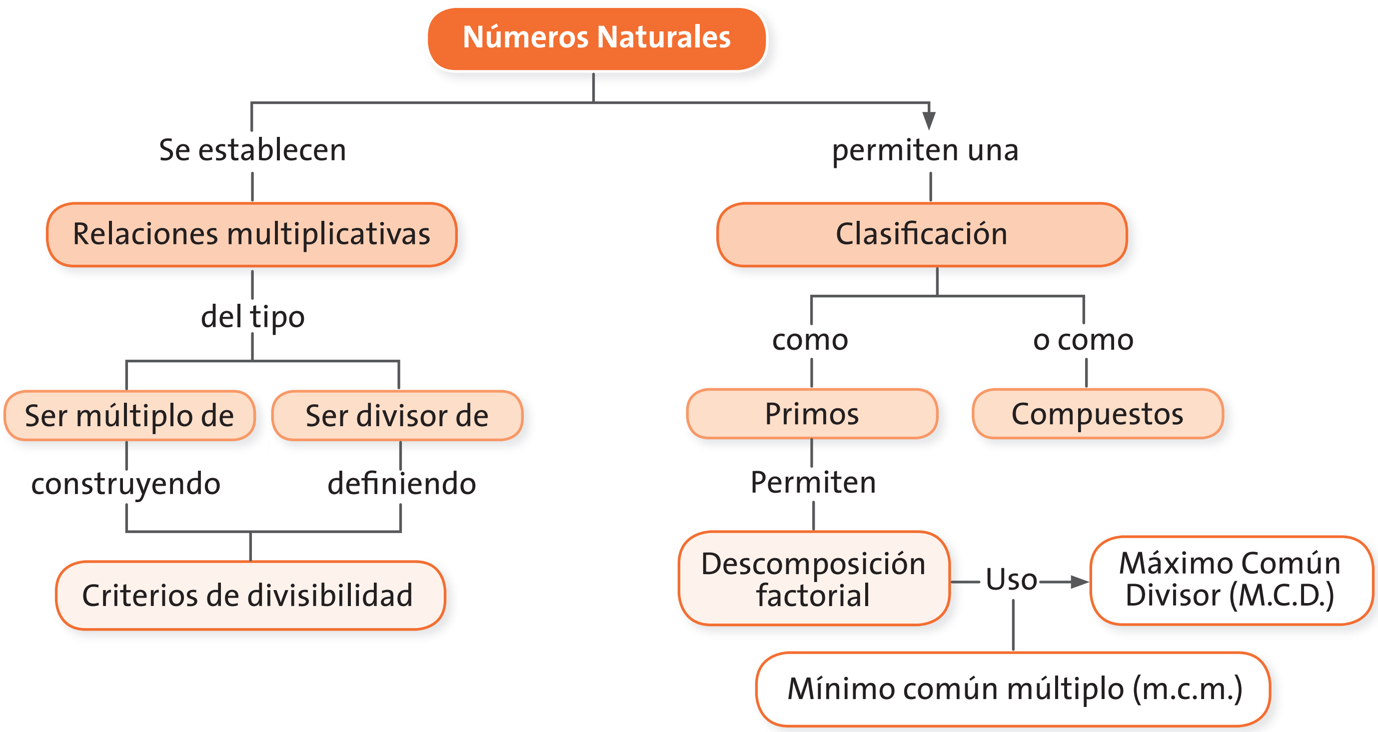
- Predigo patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o grafica.

Para alcanzar esos estándares, se proponen situaciones y actividades que privilegian el desarrollo de estos pensamientos, así como el desarrollo de procesos de la actividad matemática tales como la comunicación, el razonamiento, la modelación y la resolución de problemas.

En la siguiente tabla, se presentan los conceptos que se trabajarán en el módulo.

Guías	Conceptos	Procesos
Guía 7. Algunas relaciones multiplicativas	**Números Naturales:** Múltiplos y divisores	El trabajo del módulo facilita el desarrollo de los siguientes procesos: • **Comunicación**, cuando se expresan ideas matemáticas relacionadas con las propiedades multiplicativas de los números naturales, estableciendo múltiplos, divisores y criterios de divisibilidad. • **Modelación**, al reconocer patrones y regularidades multiplicativas que se establecen entre los números naturales. • **Razonamiento**, al argumentar con validez los procesos que se aplican en la resolución de problemas en los cuales se usan las características de los números, su descomposición factorial, el mínimo común múltiplo o el máximo común divisor. • **Resolución de problemas,** cuando se solucionan diferentes situaciones de la vida cotidiana relacionada con la teoría de números y la descomposición factorial.
Guía 8. Conozcamos algunos nombres que se le dan a los números	**Números primos**	
Guía 9. La divisibilidad	**Números Naturales:** Divisibilidad	
Guía 10. A calcular el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor	**Números Naturales:** Mínimo común múltiplo y máximo común divisor	

El siguiente esquema te muestra la manera como se pueden relacionar los conceptos.



¿Para qué te sirve lo que vas a aprender?

Los múltiplos y divisores de un número son usados con frecuencia en muchas situaciones de la cotidianidad. Estas situaciones buscan hallar todos los números que cumplen ciertas características.

Algunas de estas situaciones son: si un pan cuesta $ 200 y compras cinco panes el total a pagar corresponde a un múltiplo de 200 y de 5.

Si todos los días recorres en tu bicicleta la misma distancia para ir de tu casa a la escuela, entonces la medida de la distancia total recorrida en cinco días es múltiplo de la distancia que recorres a diario.

Saber cómo se pueden distribuir en bolsas un bulto de naranjas, de manera que en cada bolsa quede la misma cantidad, requiere de la divisibilidad.

¿Cómo y qué se te va a evaluar?

En el desarrollo del módulo se proponen diferentes momentos en los que tú, tus compañeros y tu maestro podrán evidenciar y analizar los progresos que tuviste en cuanto a los aprendizajes relacionados con las propiedades especificas que se establecen entre los números naturales, tales como: *ser múltiplo de*… y *ser divisor de*…, y otros que se derivan de estas relaciones.

Además encontrarás dos secciones: *Aplico lo aprendido* y *Evaluación* en las que se proponen diferentes actividades, problemas y situaciones que te invitarán a poner en práctica tus conocimientos. También realizarás trabajos individuales o grupales que retarán tus habilidades para expresar tus ideas y pensamientos. En la sección de Evaluación, al final del módulo podrás presentar tu opinión frente a los temas abordados y los aprendizajes adquiridos, lo mismo que valorar tu actitud, compromiso y responsabilidad en el cumplimiento de las tareas asignadas.

Explora tus conocimientos

Javier y su hermana tienen una pequeña casa en la colina de una montaña. Ellos tienen cuatro vacas y un caballo. Diariamente los jóvenes ordeñan sus cuatro vacas y de cada una sacan 24 litros de leche.

- ¿Cuántos litros de leche reúnen en total?

Para refrigerarla adecuadamente, Jaime consigue varios baldes con capacidad de 3, 4, 5 , 6 y 7 litros, respectivamente.

- ¿Cuáles opciones debe escoger Jaime para guardar la leche, de manera que cada balde complete su capacidad?
- ¿Cuál es la opción que le permite el menor número de baldes para guardar toda la leche?
- ¿Cuál es la opción que le permite el mayor número de baldes para guardar toda la leche?

Guía 7

Algunas relaciones multiplicativas

Estándares

Pensamiento numérico y sistemas numéricos

- Justifico regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones.
- Reconozco propiedades de los números (ser par, ser impar, etc) y relaciones entre ellos (ser mayor que, ser menor que, ser múltiplo de, ser divisible por, etc) en diferentes contextos.

Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos

- Predigo patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o grafica.

Lo que sabemos

Entre las relaciones que se establecen con los números naturales hay dos ligadas a las operaciones multiplicación y división que se conocen como relaciones multiplicativas. Gracias a ellas se puede afirmar que un número es múltiplo de otro o es divisor de otro y se conocen como "ser múltiplo de" y "ser divisor de". Estas relaciones forman parte de lo que se conoce en matemáticas como teoría de números.

- ¿Sabes qué es un réptil?
- ¿Alguna vez has visto alguno?

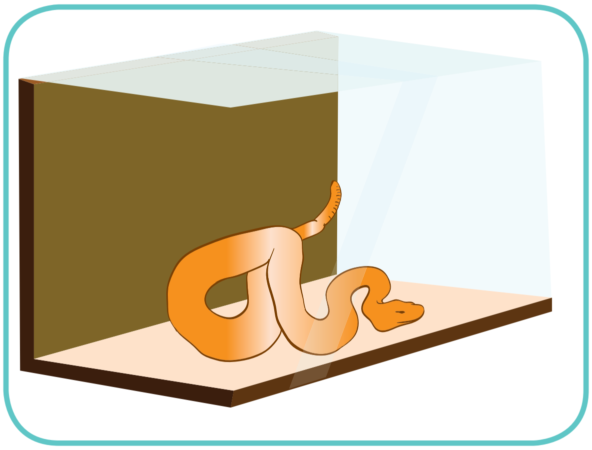
Sabías que en Colombia hay criaderos de reptiles que se encuentran ubicados en zonas templadas o calientes.

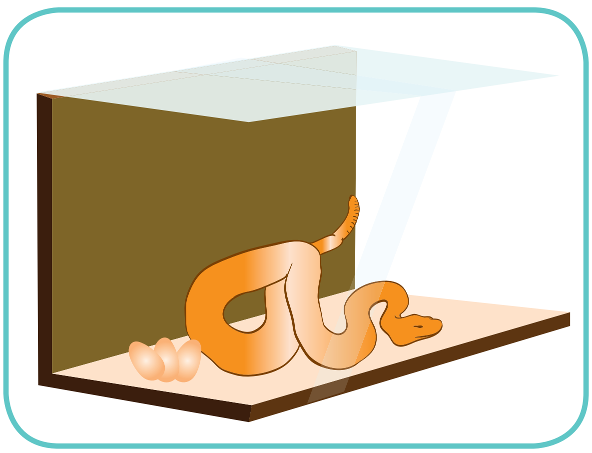
En esos criaderos se encuentran diferentes especies de culebras, lagartos, tortugas, cocodrilos y otros reptiles.

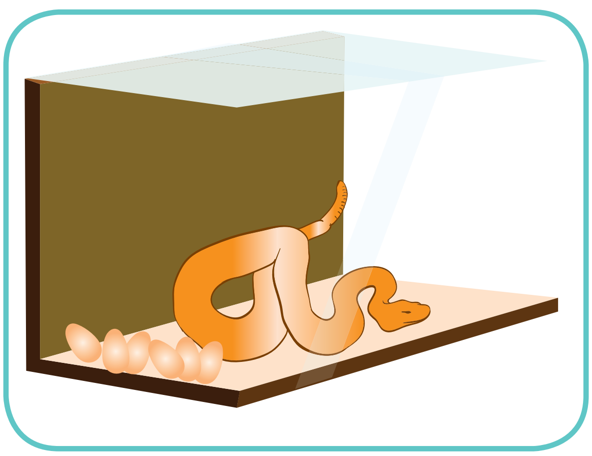
Juan trabaja en uno de esos criaderos de reptiles. Él debe recoger los huevos que colocan las hembras, para llevarlos a un sitio seguro y caliente.

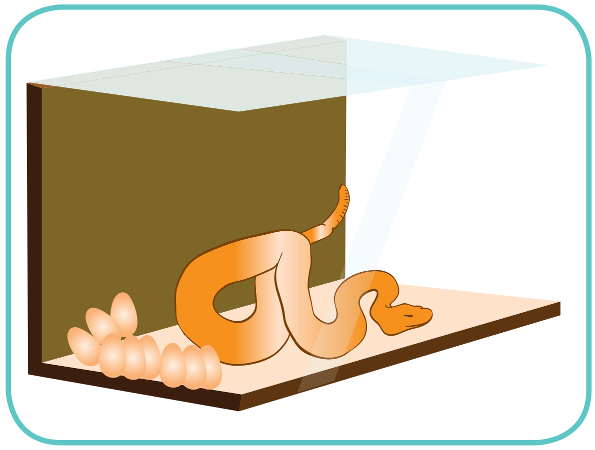
En esta ocasión recogió los huevos de 16 culebras ratoneras que tienen en el criadero, cada una en un terrario. Ellas colocan entre tres y 45 huevos en los meses de junio y agosto.

Juan pasó por cada uno de los 16 terrarios recogiendo los huevos. En el primer terrario no había huevos; en el segundo, recogió tres huevos; en el tercero, seis; en el cuarto, nueve; en el quinto, Juan encontró 12 huevos, y así sucesivamente.









- Llena la siguiente tabla con la cantidad de huevos que recoge Juan.

Huevos recolectados en los terrarios

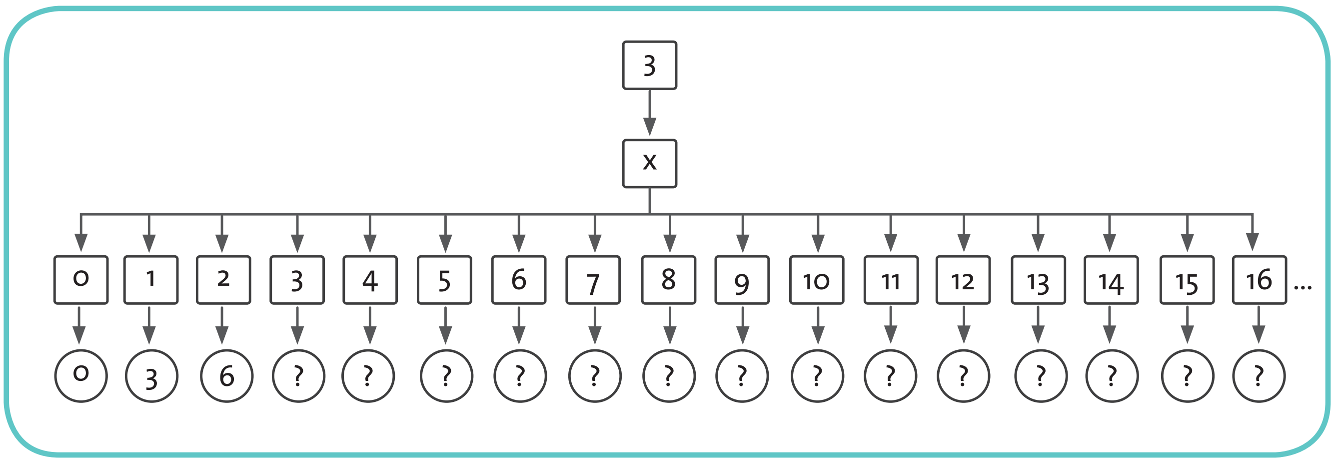
Terrario	Número huevos
1	0
2	3
3	6
4	9
5	12
6	?
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	

Aprendamos algo nuevo

1. Contesta las preguntas:

   - ¿Qué procedimiento seguiste para completar la secuencia anterior?
   - ¿Cuántos huevos hay en el sexto terrario?
   - ¿Cuántos huevos hay en el noveno terrario? ¿Cómo hallaste ese resultado?
   - ¿En qué terrario hay 42 huevos? ¿Cómo hallaste la respuesta?

2. Completa el siguiente árbol o diagrama.



- Los resultados que obtuviste en el árbol, ¿son iguales a la secuencia que escribiste en la actividad inicial?

Los números que escribiste en la actividad inicial y los obtenidos en el árbol son *múltiplos* de 3.

El producto de dos números naturales es múltiplo de cada uno ellos.

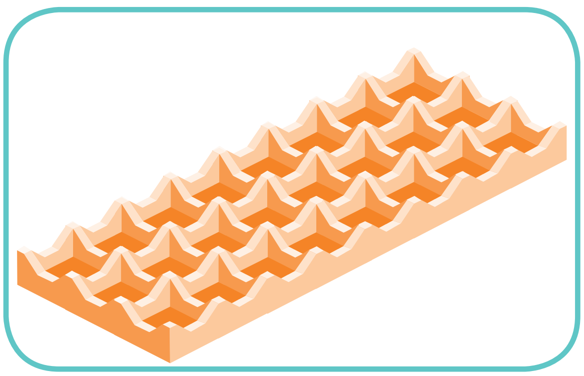
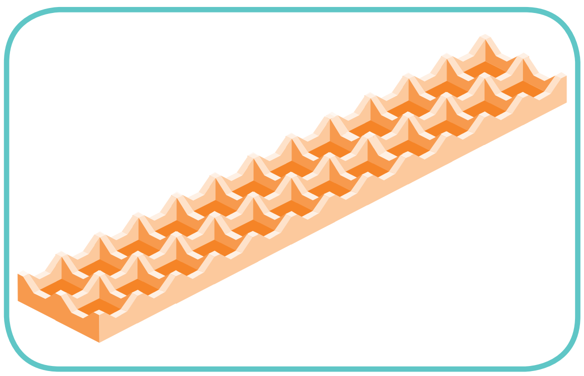
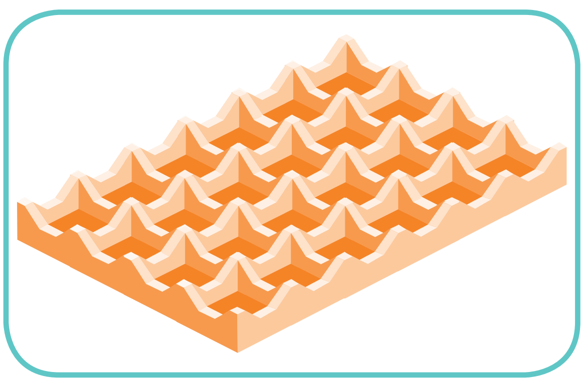
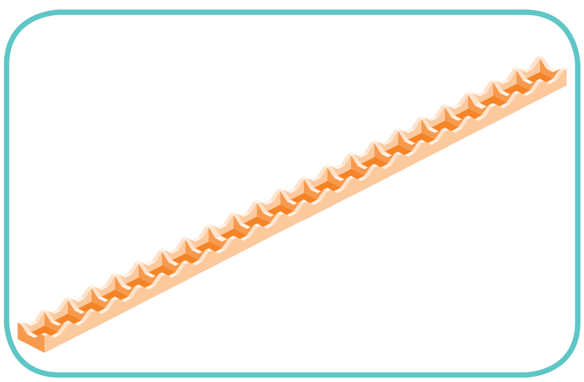
3. ¿Cómo se hallan los múltiplos de 3?

   - Añade cuatro ramas a tu árbol y encuentra otros múltiplos de 3.
   - ¿Este conjunto de múltiplos tiene último elemento? ¿Por qué?
   - ¿Los múltiplos de 3 se dividen exactamente por 3?
   - Comprueba si cada par de números son múltiplos de 3. Realiza las divisiones.

   a. 90 y 612

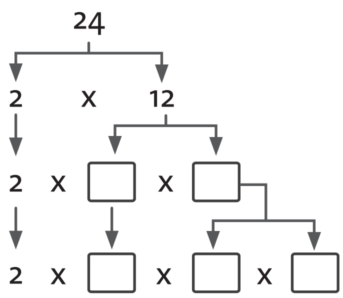
   b. 120 y 347

4. Juan tiene 24 huevos para organizar en bandejas. Existen cuatro tipos de bandejas; la primera tiene tres filas, cada una con ocho espacios; la segunda tiene dos filas cada una de doce espacios; la tercera tiene cuatro filas cada una con seis espacios y la otra tiene una fila para 24 huevos.

- ¿Es posible tener otros tipos de bandejas? Escribe el número de filas y cantidad de espacios por fila.

- Completa el diagrama de la izquierda y las igualdades que aparecen a la derecha.



$24 = 2 \times 12$

$24 = 2 \times \boxed{} \times \boxed{} = 4 \times \boxed{}$

$24 = 2 \times \boxed{} \times \boxed{} \times 3 = \boxed{} \times 3$

Los números que aparecen en el diagrama son los factores de 24. Este diagrama se conoce como **diagrama de árbol**.

> Los **factores** de un número son también sus **divisores**.

Los números 2 y 12, 4 y 6, 3 y 8 también son divisores de 24.

Solo faltan en la lista los números 1 y 24.

Los divisores de 24 son: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, y 24

- ¿Cuándo un número es divisor de otro?

> Un número es **múltiplo de** otro, si el múltiplo es el producto obtenido de multiplicar el otro número con algún número natural.
>
> Por ejemplo, 21 es múltiplo de 7 porque se encuentra una multiplicación donde 7 es factor y 21 el producto, esta es $7 \times 3 = 21$
>
> 8 es múltiplo de 2 porque $2 \times 4 = 8$
>
> Un número **es divisor de** otro. Si al realizar la división el residuo es cero.

Ejercitemos lo aprendido

Trabajo en grupo

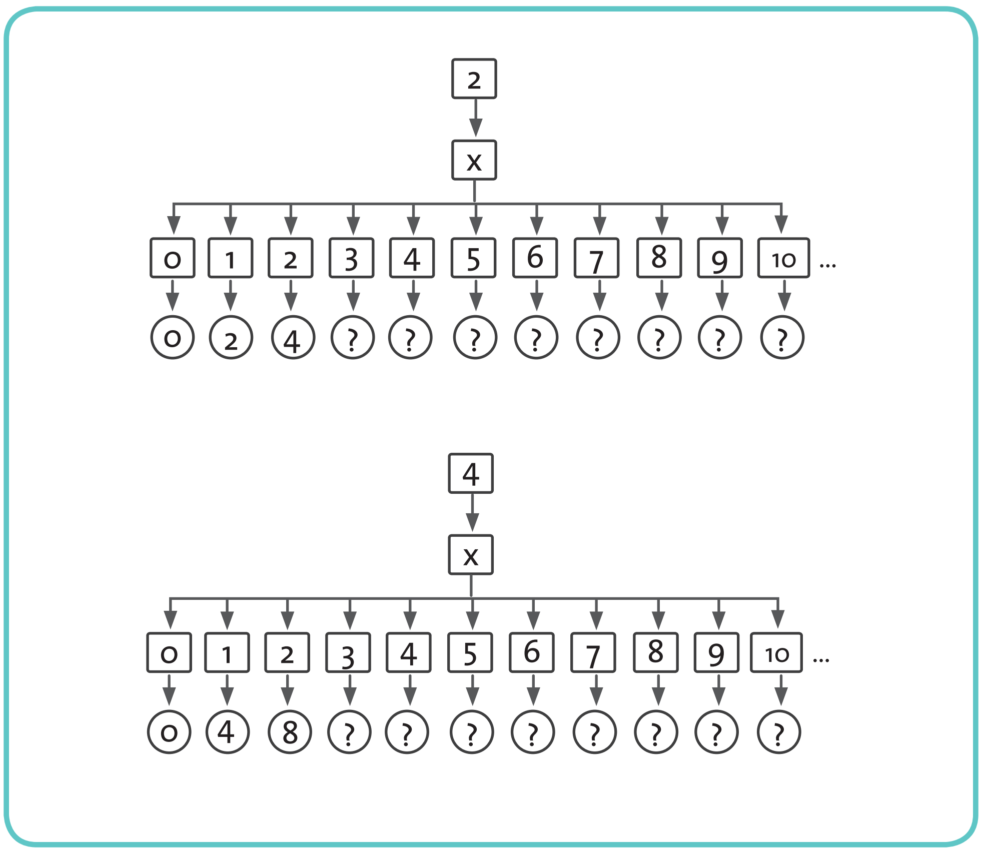
Forma un grupo de dos personas. Luego resuelvan las siguientes actividades.

1. Hallen los 10 primeros múltiplos del número 5. ¿Se pueden encontrar más múltiplos del 5?

    - Hallen los 10 primeros múltiplos del número 8. ¿Se pueden encontrar más múltiplos del número 8?

    - ¿Es posible saber cuántos múltiplos puede tener un número? Expliquen su respuesta.

2. Completen los diagramas de árbol de los múltiplos de 2 y los de 4.



- Representen los diagramas de árbol de los múltiplos 5, 6, 7, 8 y 9. Encuentren en cada uno los diez primeros múltiplos.
- En cada caso, ¿cómo obtuvieron los múltiplos que completan los diagramas?

3. Contesten y justifiquen las respuestas:
   - ¿Todos los múltiplos de 4 son también múltiplos de 2?
   - ¿Todos los múltiplos de 8 son también múltiplos de 4?
   - ¿Todos los múltiplos de 4 son también múltiplos de 8 ?
   - ¿El cero es múltiplo de qué números? ¿Por qué?
   - ¿Todo número natural es múltiplo de si mismo? ¿Por qué?
   - ¿Cuántos múltiplos puede tener un número?
4. Hallen los divisores de 36, 100 y 144 con la técnica de diagramas de árbol.
   - ¿Cuántos divisores tiene cada número?
5. Sonia prepara galletas de coco para la venta. Empaca cada grupo de 36 galletas en cajas rectangulares, de manera que no sobren ni falten.
   - ¿Cuáles serían los posibles números de filas y espacios que pueden tener las cajas para guardar las galletas?
   - ¿Podría haber otras? ¿Cuáles? Dibújenlas.
6. ¿Cuáles serían las dimensiones de la caja en número de filas y número de espacios por fila para guardar 40 galletas? Dibújenlas.

Guía 8

Conozcamos algunos nombres que se le dan a los números

Estándares

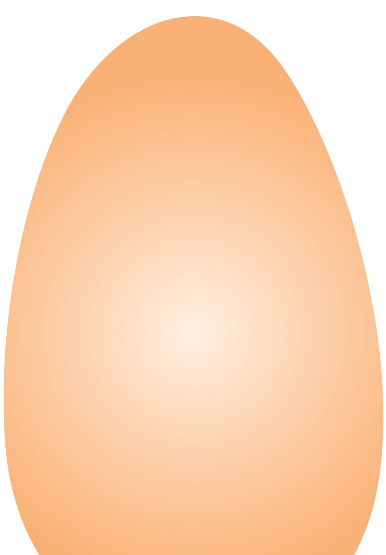
Pensamiento numérico y sistemas numéricos

- Reconozco propiedades de los números (ser par, ser impar, etc) y relaciones entre ellos (ser mayor que, ser menor que, ser múltiplo de, ser divisible por, etc) en diferentes contextos.
- Justifico regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones.

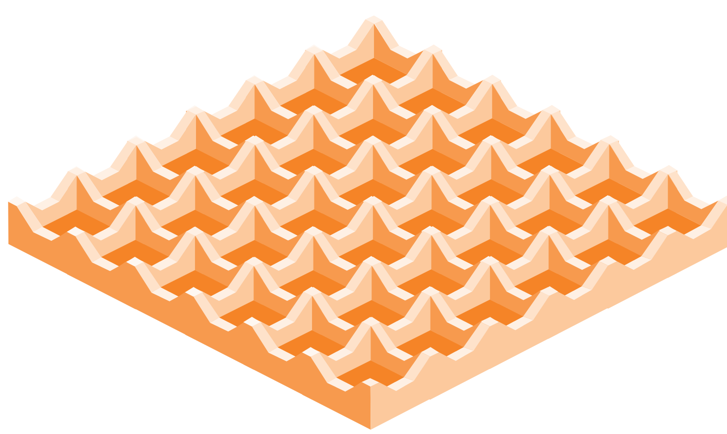
Lo que sabemos

Desde la antigüedad se distinguen dos grandes clasificaciones de los números naturales, la paridad, que divide los números en pares e impares y la primalidad, que los divide en primos y compuestos. En esta guía reconocerás este tipos de números.

En el criadero de reptiles también tienen lagartos de diferentes especies. Uno de ellos es el lagarto arlequín que pone entre 30 y 40 huevos de forma alargada.



Una mañana Juan recogió huevos de dos hembras de esta especie. Una de ellas tenía 36 huevos y la otra 37. Cada grupo de huevos debía acomodarse en una cubeta de seis filas, cada una con seis espacios.



- ¿Qué grupo de huevos puede acomodar Juan exactamente en esa cubeta, sin que le sobren huevos? Explica.

Aprendamos algo nuevo

Con los 36 huevos se puede hacer un arreglo de seis filas en el que cada fila tenga exactamente seis huevos.

1. Con el grupo de 37 huevos, ¿se puede formar un arreglo de seis filas, cada una con igual número de huevos?
    - ¿Es posible que con los 37 huevos se forme un arreglo en el que cada fila tenga la misma cantidad de huevos?
    - ¿Se utilizarían todos los huevos? ¿Cuántos sobran?
    - ¿Por qué Juan no pudo acomodar los 37 huevos en una sola bandeja?
    - Escribe los factores de 36.
2. Ahora halla los factores de 37. ¿Cuáles son?
    - ¿Si divides a 36 entre cada uno de sus factores cómo son las divisiones?
    - ¿Es posible dividir a 37 entre 2, 3 o 4, exactamente? ¿Por qué?
    - ¿Entre qué números se puede dividir exactamente a 37?
3. Consigue granos como fríjoles o lentejas. Toma 36 de ellos. Divídelos en dos grupos.

    - ¿Cuántos granos quedaron en cada grupo?
4. Reúnelos nuevamente. Ahora divide los 36 granos, en tres grupos.
    - ¿Cuántos quedan en cada grupo?
5. Continúa con la actividad formando con los 36 granos, cuatro, seis, nueve, doce, 18 y 36 grupos.
    - Escribe cuántos granos quedan en cada grupo.
    - ¿Es posible dividir los 36 granos en cinco grupos con la misma cantidad de granos en cada grupo? ¿Por qué?

Un número natural es **divisible** por otro número, diferente de 0, si al efectuar la división del primero por el segundo el residuo es cero.

6. Responde:
   - ¿36 es divisible entre 2? ¿Es divisible entre 3?
   - ¿36 es divisible entre 5? ¿36 es divisible entre 10?
   - Compruébalo realizando las divisiones.
   - ¿Cuáles divisiones fueron exactas?
   - ¿En cuáles divisiones se obtuvo un residuo diferente de cero?
7. Realiza la actividad anterior, empleando 37 granos.
   - ¿Es posible formar grupos con igual cantidad de granos, sin que sobre alguno? ¿Cuántos grupos se pueden formar? Escríbelos.
   - ¿Cuáles son los divisores de 37?
   - ¿Qué diferencia observas entre la cantidad de divisores del número 36 y la del número 37?

Un número natural mayor que uno, es primo si tiene exactamente dos divisores distintos: 1 y el mismo número.

- ¿El número 36 es primo?
- ¿El número 37 es primo?

Un número natural es compuesto si tiene más de dos divisores.

- ¿El número 36 es compuesto?
- ¿El número 37 es compuesto?

Ejercitemos lo aprendido

Trabajo en grupo

1. Junto con otro compañero, responde las siguientes preguntas:
   - ¿Si el número 4 es divisor de 36 entonces 36 es divisible por el número 4? Justifiquen su respuesta.
   - ¿Si el número 6 es divisor de 42 entonces 42 es divisible por el numero 6? Justifiquen su respuesta.
   - ¿Si un número *a*, es divisor de otro número *b*, entonces el número *b*, es divisible por el número *a*? Justifiquen su respuesta. Construyan ejemplos a favor o en contra del enunciado de la pregunta.

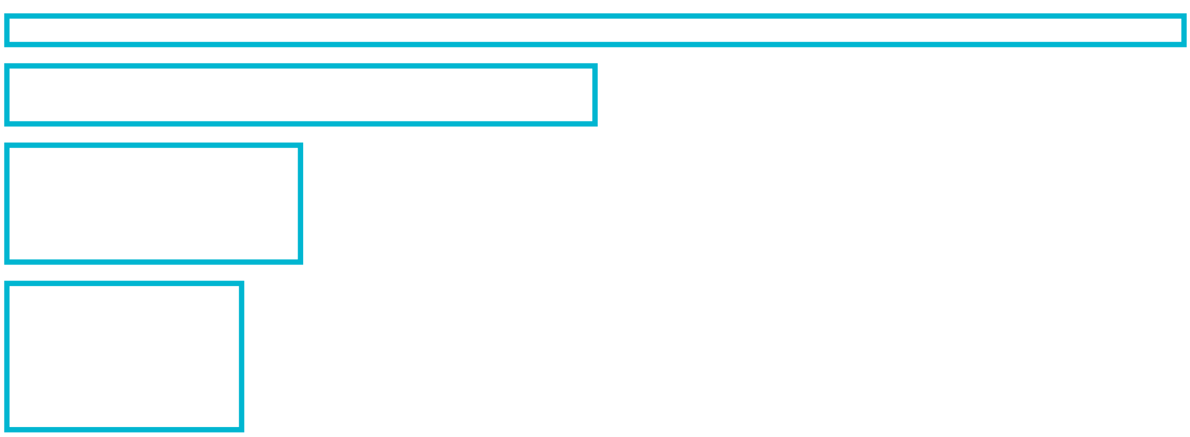
- ¿6 es un divisor de 0? ¿Cuántos divisores tiene el número 0?
- ¿Qué número es divisor de todos los números naturales?
- ¿El número 48 es divisible entre todos sus divisores? Justifiquen su respuesta.
- ¿4 y 11, son divisores de 48? ¿Por qué?
- ¿48 es divisible por 4? ¿Por qué?
- ¿48 es divisible por 11? ¿Por qué?

2. Con 24 granos de lenteja se puede organizar un arreglo de cuatro filas, cada una con la misma cantidad de granos. ¿Cuántos granos quedan en cada fila? Escriban posibles formas de los arreglos rectangulares que se puedan hacer con los 24 granos de lentejas.

3. Clasifiquen los siguientes números en números compuestos y números primos.

a. 23
b. 45
c. 60
d. 71

4. Los siguientes rectángulos tienen un área de 40 cm^2. Escriban la medida del largo y del ancho que podrían tener cada uno.



Guía 9

La divisibilidad

Estándares

Pensamiento numérico y sistemas numéricos

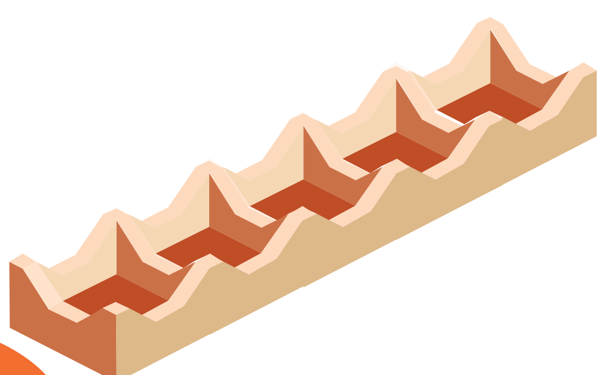
- Reconozco propiedades de los números (ser par, ser impar, etc) y relaciones entre ellos (ser mayor que, ser menor que, ser múltiplo de, ser divisible por, etc) en diferentes contextos.
- Justifico regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones.

Lo que sabemos

En esta guía, recordarás los criterios de divisibilidad que aprendiste en años anteriores y los emplearás para reconocer los divisores de un número natural dado.

La semana pasada, Juan organizó tres grupos de huevos en la incubadora. El primer grupo tenía 15 huevos, el segundo, 35 y el tercero, 40.

Los huevos debían guardarse en cubetas como la que se muestra en la figura.



- ¿Cuántas cubetas se utilizaron para guardar el primer grupo de huevos?
- ¿Cuántas para guardar el segundo grupo?
- ¿Cuántas para el tercer grupo?
- ¿15, 35 y 40 son múltiplos de 5? ¿Por qué?
- ¿5 es divisor de 15, 35 y 40?
- ¿Los números 15, 35 y 40, se dividen por 5 y el residuo es cero?
- ¿Es posible dividir exactamente a 15 y a 35 entre 2? ¿Por qué?
- ¿40 puede dividirse exactamente entre 2?

Aprendamos algo nuevo

Los números 15 y 35 no son divisibles entre 2 porque no son números pares.

El número 40 es par, porque se puede encontrar una multiplicación donde uno de los factores es dos.

Un número es par si es posible encontrar una multiplicación donde uno de los factores es dos.

- ¿Qué número multiplicado por 2, da 40?
- ¿Cuándo un número es divisible por 2?
- Compara lo que escribiste con el texto del siguiente recuadro.

Un **número es divisible por 2** si el dígito que se encuentra en la posición de las unidades es 0, 2, 4, 6, 8, es decir si es par.

Este enunciado se conoce como **criterio de divisibilidad entre 2**.

- Utiliza el criterio para comprobar que los números 32, 64, 96, 108 y 200 son divisibles entre 2. Realiza las divisiones correspondientes.
- ¿129 es divisible por 2? ¿Por qué?

Ahora analiza cuándo un número es divisible entre 3.

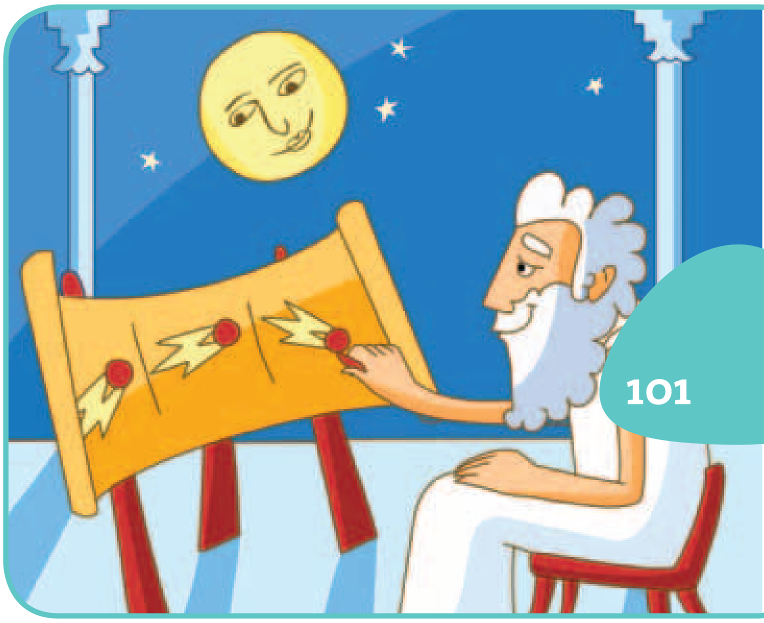
- ¿18 es múltiplo de 3? ¿18 es divisible entre 3?
- ¿24 es múltiplo de 3? ¿24 es divisible entre 3?

Toma nuevamente los granos de fríjoles o lentejas. Selecciona 18 de ellos.

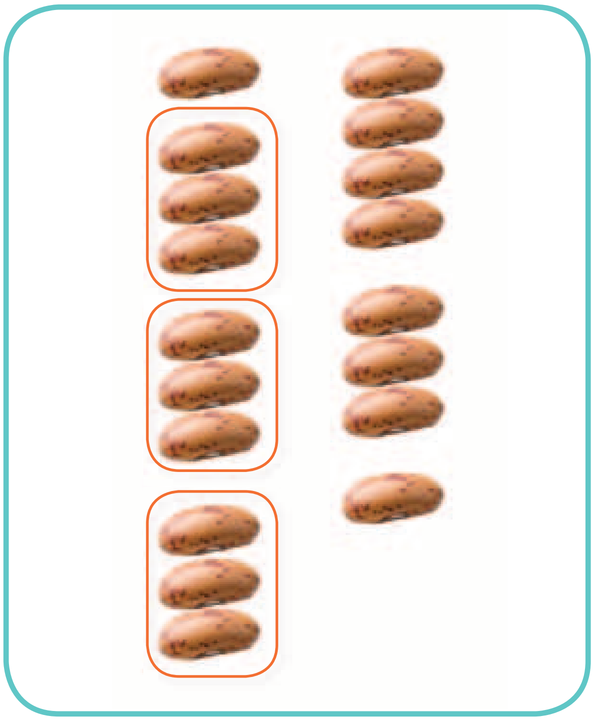
- ¿Puedes organizar los granos de manera que en cada grupo haya tres granos? ¿Cuántos grupos obtienes?

Pitágoras de Samos

Filósofo y matemático griego. Junto con sus discípulos realizó numerosos estudios acerca de las relaciones entre los números, entre ellas, la clasificación según las formas poligonales que se identifican en algunos arreglos numéricos.

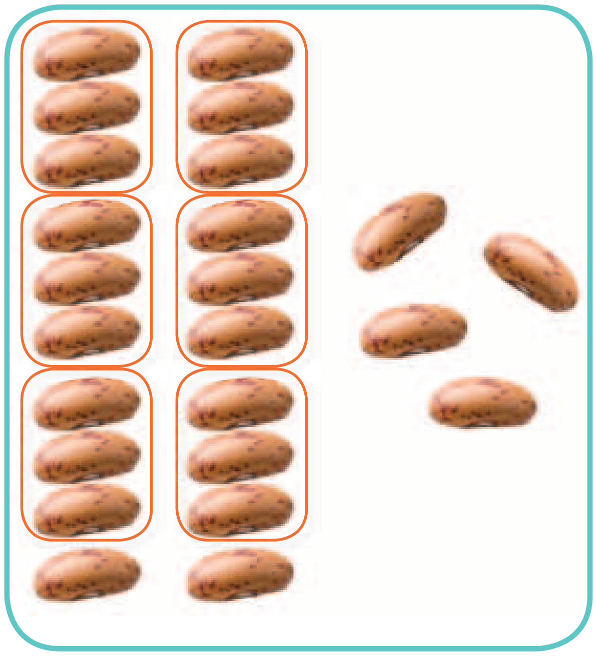


Estudia la siguiente representación.



Con un color se representan 1 decena y con otro las 8 para tener 18 unidades. En la decena se pueden hacer tres grupos de 3 y sobra una. Si se suman las unidades sueltas 1 y 8 se obtiene 9. El resultado de la suma es un número divisible por 3, y es precisamente la suma de las cifras del número 18.

- Toma ahora 24 granos y realiza el anterior procedimiento.



Al organizar grupos de 3, se observa que quedan dos unidades, que al unirlas con las unidades sueltas se obtiene la suma de **2** + **4** = 6.

2 y 4 son precisamente las cifras del número 24, y su suma, 6, también es un número divisible entre 3. Compruébalo.

- Responde: ¿Cuándo un número es divisible entre 3?

- Compara lo que escribiste con el texto del siguiente recuadro.

Un número es **divisible por 3**, si la suma de sus dígitos es un múltiplo de 3.

Este es el **criterio de divisibilidad por 3**.

- Utiliza el criterio para saber si los siguientes números son divisibles por 3.

a. 15 b. 345
c. 10.478 d. 114.021

- ¿Los números 15, 35 y 40, son divisibles por 5?
- ¿Cuándo un número es divisible por 5?
- Según lo que escribiste, ¿270 y 23 son divisibles por 5? ¿Por qué?

Un número es **divisible por 5** si la cifra de las unidades es 0 o 5.

Este es el **criterio de divisibilidad por 5.**

- ¿98 es divisible por 5?
- ¿5 es divisible por 5?

Estos son otros criterios de divisibilidad:

Divisibilidad por 6: Un número es **divisible por 6** si es divisible por 2 y divisible por 3.

- Estos números son divisibles por 6: 24, 48, 156, 2604. Compruébalo.

Divisibilidad por 10: Un número es divisible por 10 si termina en cero.

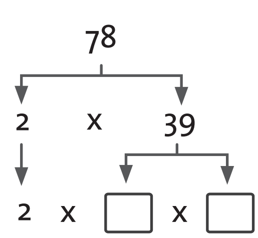
- Escribe cinco números que sean divisibles por 10 y que sean menores de 10.000 y mayores de 500.

En el criadero de reptiles hay un lagarto *tokay*, esta especie, en particular, llama la atención de los expertos porque pone sus huevos de dos en dos. Ya se han recolectado 78 huevos de esta clase de lagarto, y se quieren acomodar en cubetas que tienen una fila.

- ¿Cuáles serían las dimensiones de las cubetas que cumplan esa condición?
- ¿Cuántas se necesitarían para empacar los 78 huevos?

- ¿Es posible dicha distribución?

Elaboremos un diagrama de árbol para encontrar los factores de 78.



78 es divisible por 2.

39 es divisible por 3.

También puede ser:

$$
\begin{array}{ccccc}
 & & 78 & & \\
3 & & \times & & 26 \\
3 & \times & 2 & \times & 13
\end{array}
$$

78 es divisible por 3.

26 es divisible por 2.

Todo número compuesto se puede expresar como producto de factores primos.

El proceso para hallar los factores primos de un número natural se denomina descomposición en factores primos.

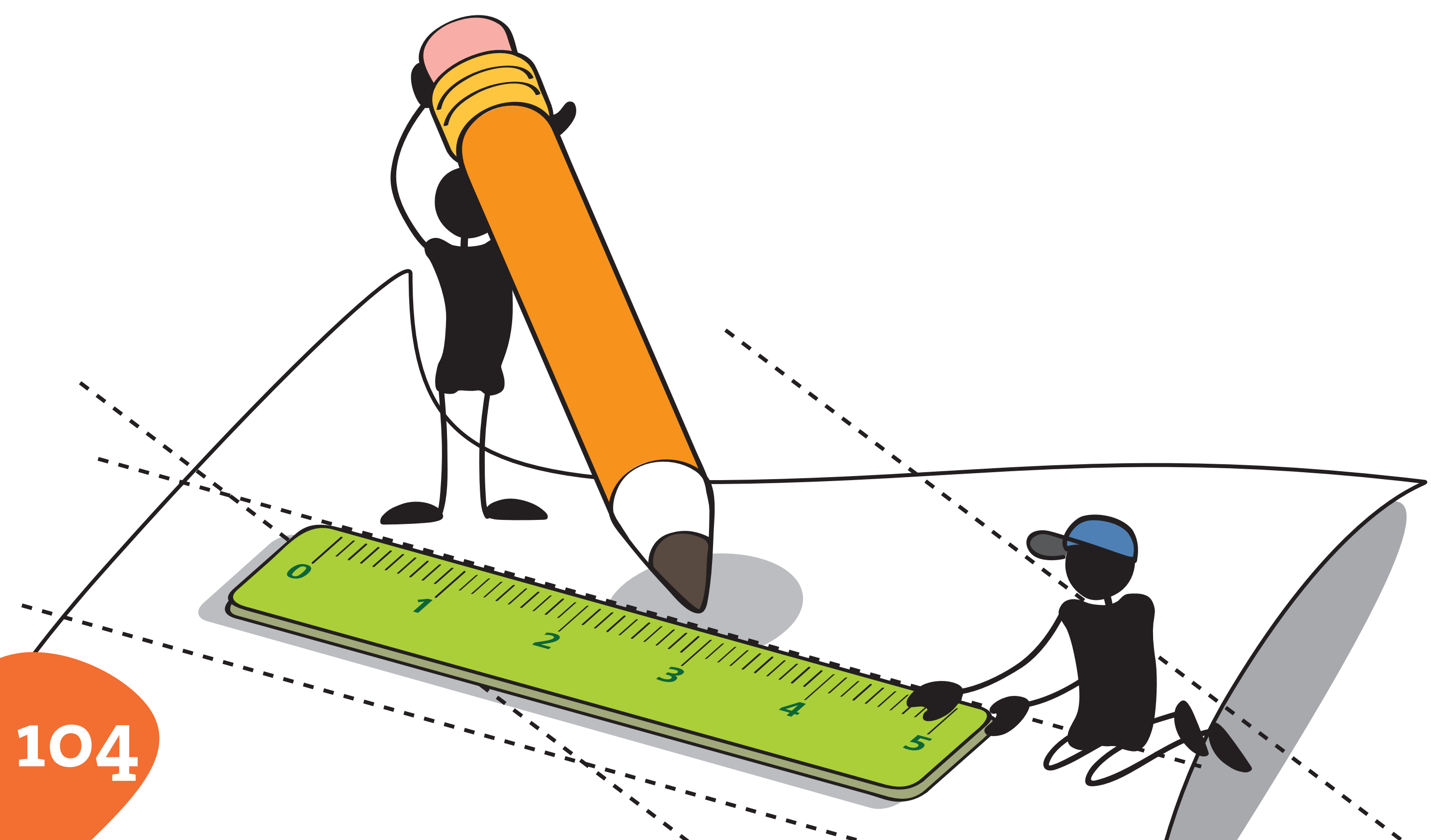
Cuando se escribe 78 como $2 \times 3 \times 13$, se dice que se ha expresado como producto de factores primos.

Ejercitemos lo aprendido

Trabajo en grupo

Trabaja con una persona. Luego compartan sus respuestas con el curso.

1. ¿Por qué el número 3.875 no es divisible por 10?
2. Javier desea comprar el terreno que está al frente de su casa. El terreno tiene forma rectangular cuya área es de 198 m^2.



- Dibujen posibles rectángulos que satisfagan esa condición.
- ¿Alguno de esos rectángulos pueden tener forma cuadrada? ¿Por qué?

3. Uno de los lados del terreno que quiere comprar Javier tiene como medida un número primo.

   - ¿Cuáles de los rectángulos que dibujaron cumplen esa condición?
   - ¿Cuáles son las medidas del largo y el ancho del terreno?

4. Observen cómo hallar la descomposición en factores primos del número 36.

   - Se buscan divisores de 36 que sean números primos.

36	÷ 2	36 es divisible por 2. ¿Por qué?
18	÷ 2	18 es divisible por 2.
9	÷ 3	9 es divisible por 3. ¿Por qué?
3	÷ 3	3 es divisible por 3. El cociente es 1. Así termina la descomposición

Es decir, que 36 se puede escribir como el producto de los números primos $2 \times 2 \times 3 \times 3$.

5. Apliquen el método anterior para descomponer el número 75 en factores primos.

75	÷ 3	¿75 es divisible entre 2? ¿Por qué? ¿75 es divisible entre 3? ¿Por qué?
$\boxed{}$	÷ $\boxed{}$	¿Entre qué otro número es divisible 75?
$\boxed{}$	÷ 5	¿Entre qué número es divisible el cociente obtenido? ¿Cómo lo sabes?
$\boxed{}$		

- ¿Cuáles son los divisores primos de 75?

- Escribe el número 75 como producto de números primos.

6. Con el mismo método, hallen los divisores primos de los siguientes números:

   a. 56 b. 48 c. 63 d. 150

7. Determinen, mediante divisiones sucesivas, cuáles son los divisores de 198. Luego confronten la respuesta con la obtenida en el ejercicio 2.

8. Hallen la descomposición factorial, por divisiones sucesivas y por diagrama de árbol, de los números 675 y 1.120.

   - ¿Cuál de los dos métodos te parece más sencillo? ¿Por qué?

   - Confirmen su trabajo con el de otros compañeros. ¿Hay más de una posibilidad?

9. Mónica es veterinaria y cada dos meses visita las fincas de la región para vacunar y revisar a los animales. En la finca de Andrés, vacunó a todos los terneros que había. Si la cantidad de animales vacunados en la finca es un número par, divisible por 3 y por 6, y, además mayor que 40 y menor que 60, ¿cuántos terneros pudo vacunar Mónica?

10. En el criadero de reptiles, Juan recogió los huevos de las serpientes ratoneras y reunió 435 huevos en total.

- Escribe los posibles tamaños de las bandejas y cuántas de cada una necesita para empacar todos los huevos.

Guía 10

A calcular máximo común divisor y el mínimo común múltiplo

Estándares

Pensamiento numérico y sistemas numéricos

- Reconozco propiedades de los números (ser par, ser impar, etc) y relaciones entre ellos (ser mayor que, ser menor que, ser múltiplo de, ser divisible por, etc) en diferentes contextos.
- Justifico regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones.

Lo que sabemos

Calcular los divisores de un número natural hace que se establezca una lista donde se puede determinar el mayor de todos; es decir determinar el máximo divisor de un número. Si comparamos los divisores máximos que pueden tener dos números naturales o más estamos encontrando lo que en matemáticas llamamos el máximo común divisor. Así mismo de los múltiplos de dos o más números naturales podemos hallar el mínimo común múltiplo. A través de las actividades de esta guía desarrollaremos algunos métodos para encontrarlos.

Trabajo en grupo

Trabaja la siguiente situación con tres personas.

Juan desea construir algunos terrarios para tortugas recién nacidas, pero tiene dos vidrios con las mismas dimensiones: de 168 cm de largo por 147 cm de ancho. Él decide dividir el vidrio en regiones de la mayor área posible. Sin que sobre ni falte.

- Dibujen la forma que pueden tener los terrarios que desea construir Juan.
- ¿Cuántas caras tienen los terrarios que dibujaron?
- ¿Cuántas de esas caras deben tener la misma área? ¿Por qué?

Juan va a construir los terrarios de forma cúbica.

- ¿Alguna persona del grupo realizó esa representación?
- Analicen cuál puede ser el área de cada una de las caras que forman los terrarios que va a construir Juan.

Aprendamos algo nuevo

- ¿Qué estrategia utilizaron para dar respuesta a la situación planteada en el ejercicio anterior?

- Construyan un diagrama de árbol para hallar los divisores de 168.

168

- Construyan un diagrama de árbol para hallar los divisores de 147.

147

- Completen la tabla y encierren con color rojo los divisores que son comunes.

Divisores de 168 y 147

Número	Divisores
168	
147	

Los números resaltados son los divisores comunes de 168 y 147.

- ¿Cuál es el mayor?

Esa es la mayor longitud de cada uno de los vidrios que debe cortar Juan para los terrarios.

Ese valor corresponde al **máximo común divisor** de 168 y 147.

- ¿Cuántos vidrios de 21 cm de longitud puede cortar Juan?

- Si los terrarios que construye tienen forma cúbica, ¿cuántos construye?

- Expliquen el procedimiento utilizado a los compañeros del curso.

- ¿Están de acuerdo el curso con las respuestas dadas por los diferentes grupos? ¿Por qué?

Usando la descomposición en factores primos de cada número, es posible encontrar el máximo común divisor .

- Escriban el número 168 como producto de factores primos.

- Luego, escriban el número 147 como producto de factores primos.

$168 = 2 \times 2 \times 2 \times \mathbf{3} \times \mathbf{7}$
$147 = \mathbf{3} \times \mathbf{7} \times 7$

Observen que los factores 3 y 7 aparecen tanto en la descomposición de 168 como en la de 147.

En 168 aparece una vez cada uno y en 147 aparece dos veces 7 y una vez 3.

Se escoge la menor vez que aparecen; en este caso, aparece una vez 3 y una vez 7.

Por tanto, el máximo común divisor, que ahora en adelante simbolizaremos como **mcd**, de 168 y 147 es el producto de esos factores, obteniéndose 21, que simbolizaremos como: $3 \times 7 = 21$.

- Hallen el máximo común divisor de los números 16, 24 y 60.

El máximo común divisor de dos o más números es el mayor de los divisores comunes de esos números. Se escribe en forma corta como mcd.

Analicen otra situación.

En el criadero de reptiles recogen huevos de culebra cada cuatro semanas, de lagarto cada seis semanas y de babilla cada ocho semanas. Según esa distribución, ¿es posible que en algún momento se recojan huevos de las tres especies de reptiles la misma semana?

Primero encuentren los diez primeros múltiplos de 4. Luego los diez primeros múltiplos de 6 y finalmente, los diez primeros múltiplos de 8.

Completen la siguiente tabla.

Múltiplos de 4, 6 y 8

Número	Múltiplos
4	
6	
8	

Resalten con rojo los múltiplos comunes de los tres números que sean distintos de cero.

- ¿Cuál es el menor de esos múltiplos comunes?
- ¿Cómo se interpreta ese resultado para dar respuesta a la situación planteada?

Ese número corresponde al **mínimo común múltiplo** de 4, 6 y 8.

- Definan mínimo común múltiplo.

Compartan la respuesta con los compañeros de curso.

- ¿Hay respuestas diferentes?
- ¿Hay respuestas similares?

El mínimo común múltiplo de dos o más números naturales es el menor de los múltiplos comunes y es diferente de cero.

Se representa con las letras mcm.

Ejercitemos lo aprendido

Trabajo en grupo

Realiza las siguientes actividades con dos personas.

1. Para cada terna, hallen el máximo común divisor.

   a. 4, 8, 10

   b. 3, 6, 9

   c. 15, 25, 45

2. Si el máximo común divisor de un grupo de números es 1, se dice que los números son **primos relativos**. Según lo anterior, determinen cuáles de los siguientes números son primos relativos.

   a. 8 y 25

   b. 6 y 42

   c. 27 y 81

   d.10 y 21

3. Determinen el mínimo común múltiplo de cada grupo de números.

   a. 3, 4, 6

   b. 12, 36, 24

   c. 5, 10, 25

4. Tres grupos de geólogos viajan desde Bogotá hacia la mina de carbón El Cerrejón (Guajira). Un grupo viaja cada 20 días; otro viaja cada 25 días, y el tercer grupo, cada 30 días. ¿Qué día se vuelven a encontrar los tres grupos de profesionales en la mina, si el primer viaje lo realizaron todos juntos?

5. En un almacén compraron tres piezas de tela. La primera tiene 86 metros de largo; la segunda, 24 y la tercera, 108. El ancho en todas las piezas de tela es el mismo. Se quiere cortar la tela para obtener retazos iguales de todas las piezas y de la mayor longitud posible en cuanto al largo, para no desperdiciar la tela.

   - ¿Cuál debe ser la longitud de retazo?
   - ¿Cuántos retazos resultan de cada pieza de tela?
   - Compartan las respuestas a los ejercicios de esta sección de la guía con los compañeros del curso.

Apliquemos lo aprendido

1. Un cartón de forma rectangular tiene 24 cm^2 de área.

   - Escriban las posibles dimensiones que puede tener el cartón si las medidas de sus lados son números naturales.

2. En la fábrica de bizcochos *La nena* tienen bolsas en las que solo se pueden empacar 5, 7 u 11 galletas. Si se tiene 572 galletas, ¿en cuál tipo de bolsas se pueden empacar sin que sobren galletas? ¿Cuántas bolsas necesitan?

3. Un terreno rectangular tiene 266 m^2 de área. Dibuja el terreno que satisface la condición de que uno de sus lados es un número primo.

4. La suma de 4***c***8 y 524 es un número divisible entre 6. ¿Qué valor debe tomar ***c***, para que esto sea posible? ¿Es el único valor posible para ***c***?

5. Dos empleados encargados de vigilar una finca deciden revisarla recorriéndola a caballo. El primero tarda cinco minutos en dar la vuelta y el segundo, tres. Si parten del mismo sitio y al mismo tiempo, ¿cuántos minutos deben transcurrir para que se encuentren de nuevo en el mismo sitio de partida si continúan dando vueltas a la finca?

   - Construye un esquema que represente la situación.

6. Al puesto de salud del pueblo de Villanueva llegaron 1.872 vacunas para la fiebre amarilla. Estas estaban almacenadas en paquetes de seguridad cada una con la misma cantidad de vacunas y refrigeradas adecuadamente.

   - ¿Cuáles pueden ser la cantidad de vacunas que puede ir en un paquete?
   - Con esa información es posible afirmar que la cantidad de vacunas en cada paquete de seguridad no es múltiplo de 5. ¿Por qué?
   - ¿Podría ser un múltiplo de 10? ¿Por qué?
   - ¿Podría ser un múltiplo de 6? Explica tu respuesta.

- ¿Si es un múltiplo de 6, también es múltiplo de 2?
- ¿Si es un múltiplo de 6, también es múltiplo de 3?
- Escribe las posibles respuestas para esta situación. Explica tu razonamiento.

7. Mauricio tiene 48 vacas y Carmen, 72. Ellos quieren dividir la cantidad de vacas en grupos de igual cantidad y la mayor posible.

   - ¿Cuál será la cantidad de vacas en cada grupo?

Evaluemos

¿Cómo me ve mi maestro?

En el departamento del Tolima existe un lugar dedicado al cuidado y al estudio de las diferentes especies de reptiles que se conocen en el país. Este sitio conocido como *Ciudad reptilia*, y en donde caimanes, cocodrilos y babillas, entre otras especies, conviven, queda solo a quince minutos del municipio de Melgar. En ese sitio se ha tratado de recrear un hábitat natural para estos animales en vías de extinción.

Resuelve cada ejercicio seleccionando las respuestas correctas; que en algunos casos es más de una.

1. En la incubadora de uno de los laboratorios de estudio de ese sitio tienen 45 huevos de crías de caimán. ¿Cuántos grupos con igual cantidad de huevos se pueden formar?

    a. 6 grupos.

    b. 9 grupos

    c. 5 grupos

    d. 4 grupos

2. Rodrigo recogió huevos de dos hembras de caimán. Una de ellas tenía 42 huevos y la otra 56. ¿Con cuál grupo de huevos puedo formar grupos de seis sin que le sobraran?

    a. Con ambos grupos

    b. Con el grupo de 56 huevos

    c. Con el grupo de 42 huevos

    d. Con ninguno de los grupos

3. Nicolás reunió 73 huevos de tortugas. Desea organizarlos en grupos de igual cantidad de huevos, pero no logra hacerlo. ¿Cuál es la razón?

    a. 73 es un número impar.

    b. 73 es un número primo.

    c. 73 termina en tres.

    d. 73 no divisible entre tres.

4. ¿Con 68 huevos de crías de caimán es posible formar cinco grupos, de manera que todos tengan la misma cantidad?

   a. Sí, porque 68 es un número par.

   b. Sí, porque 68 es un número compuesto.

   c. No, porque 68 no es divisible entre 5.

   d. No, porque 68 no se puede dividir de manera exacta.

¿Cómo me ven los demás?

Trabaja con dos personas.

1. Cada uno anota los temas claves que se desarrollaron en el módulo.

2. Escriban tres preguntas relacionadas con esos temas, que se repartirán, al azar, entre los integrantes del grupo. Es decir cada persona debe quedar con tres preguntas diferentes a las formuladas por él mismo.

3. Cada uno responde las preguntas. La persona que formuló la pregunta deberá determinar si es acertada o no y complementarla si es necesario.

4. Luego elaboren un informe en el que indiquen cómo fueron los resultados obtenidos con respecto a esas preguntas y por consiguiente a la comprensión y adquisición de los conceptos desarrollados en el módulo. Con una puesta en común, compartan el escrito con el grupo y con el profesor

¿Qué aprendí?

Responde y justifica según la manera en la que te desenvolviste en el desarrollo del módulo.

	Sí	No	A veces	Justificación
Identifico otras relaciones que se establecen entre los números naturales.				
Interpreto el significado de las relaciones "ser múltiplo" y ser divisor".				
Resuelvo situaciones que requieran establecer relaciones multiplicativas entre números naturales.				
Encuentro el mcm y el mcd de dos o más números naturales.				
Ejercito los diferentes procedimientos que se trataron en el módulo.				
Trabajo activamente en grupo y respeto la opinión de mis compañeros.				

Determina estrategias para mejorar cada día tu trabajo. Establece un plan de seguimiento con tu maestro.

Módulo 4

“Exploremos las fracciones”

¿Qué vas a aprender?

En la mayoría de cálculos que realizamos a diario utilizamos la adición, la sustracción y la multiplicación, pero en algunas ocasiones se requiere utilizar la división y su resultado a veces resulta ser exacto, es decir que se puede representar con los números enteros y en otras no. Para las ocasiones en las que la división no suele ser exacta podemos representar este número por medio de números fraccionarios. En este módulo se verán, en una primera guía las generalidades de las fracciones y algunos de sus tipos, en la segunda guía se abordarán conceptos de mayor que y menor que y fracciones equivalentes, para finalizar el módulo, en una tercera guía, se trabajarán procedimientos de operaciones con fracciones. Cada guía contiene una parte de reconocimiento de saberes previos, una explicación de los temas a tratar y una sección de ejercitación de procedimientos y resolución de problemas que afianzarán nuestros conocimientos sobre fracciones y sus diferentes usos.

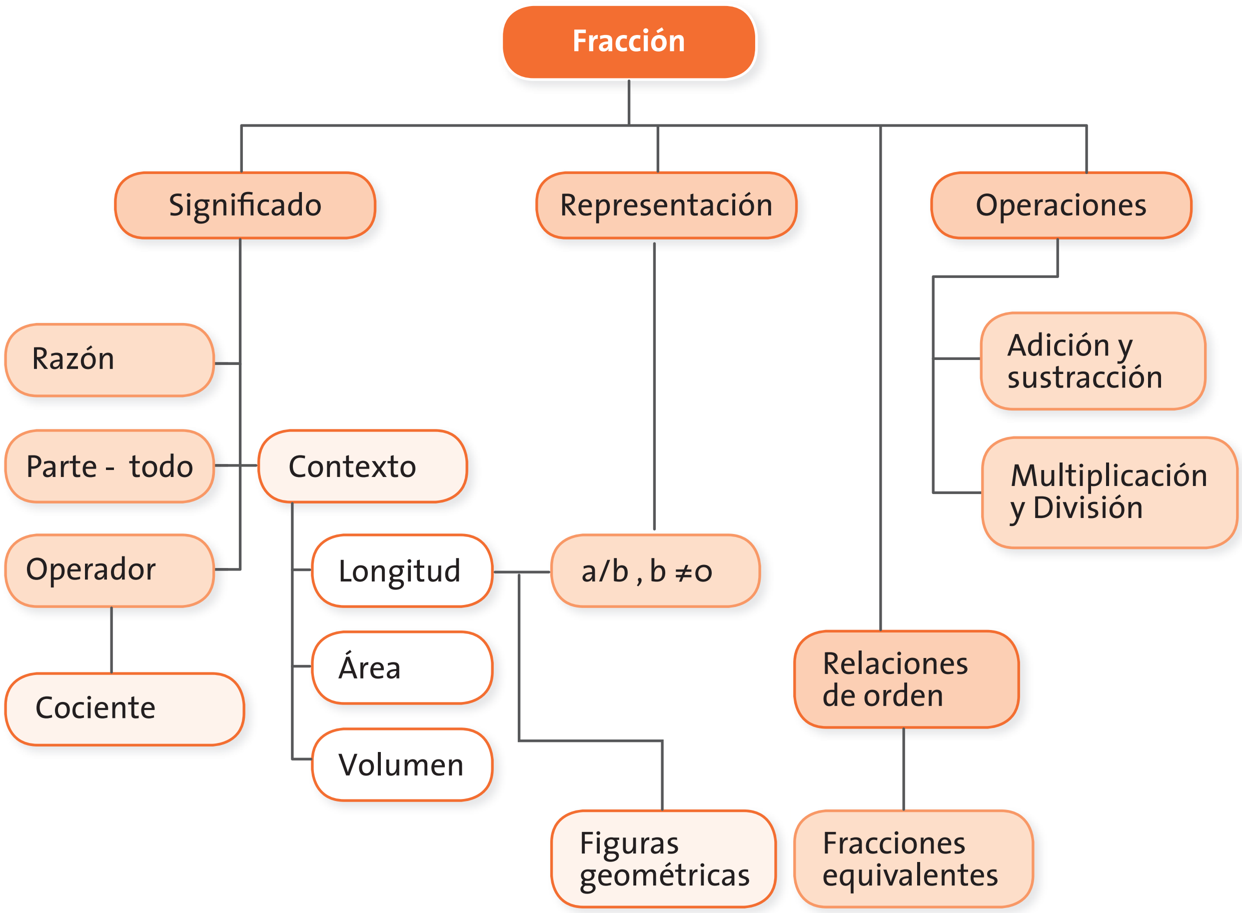
Estándares básicos de competencias

Pensamiento numérico y sistemas numéricos

- Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones.
- Justifico regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones.
- Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición, transformación, comparación e igualación.
- Formulo y resuelvo problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos.

La realización de las actividades propuestas en las guías que conforman este módulo te permitirá alcanzar estándares básicos de competencias que privilegian el desarrollo del pensamiento numérico. En la tabla se muestran los conceptos a trabajar.

Guía	Concepto	Procesos
Guía 11. Representando fracciones	Fracción como parte/ todo. Clases de fracciones: impropias, propias, heterogéneas y homogéneas	Se favorecen cinco procesos: • El de **comunicación** cuando se describen situaciones en las que se involucran los números fraccionarios. • El de **razonamiento** cuando se interpreta gráficamente una fracción o se comparan fracciones en la recta numérica y al identificar y aplicar las operaciones básicas con fracciones. • El de **modelación** cuando se identifican hechos reales en los que se hace uso de las fracciones. • El de **ejercitación de procedimientos** cuando se realizan operaciones, relaciones en diversas situaciones. • El de **resolución de problemas** cuando se enfrentan situaciones matemáticas y de las experiencias cotidianas.
Guía 12. Ordenando fracciones	Orden entre fracciones Fracciones equivalentes	
Guía 13. Operaciones con fracciones	Operaciones con fracciones: Adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación	



¿Para qué te sirve lo que vas a aprender?

Hasta aquí hemos estudiado el conjunto de los números naturales y el conjunto de los enteros. Hemos encontrado muchas situaciones o cantidades que se pueden expresar utilizando enteros positivos o negativos o que requieren de las operaciones que podemos realizar con ellos. Pero observa que los números enteros no permiten describir todas las situaciones o cantidades que somos capaces de imaginar. Por ejemplo, ¿te has preguntado cuál es la mitad de tres unidades? o ¿cuántas horas hay en seis minutos? Para dar solución o respuesta a ciertos objetos o cantidades se debe hacer uso de las fracciones.

¿Cómo y qué se te va a evaluar?

Las estrategias de evaluación que encontrarás en el módulo te facilitan la tarea de apreciar el alcance de las Matemáticas para desarrollar procesos mentales, a comprender su papel en la vida cotidiana y a comunicarte utilizando sus diversos lenguajes. La evaluación te propone el reto de demostrar cuánto aprendiste.

Explora tus conocimientos

Un supermercado realiza las siguientes ventas por kilos de diferentes productos, en el mes.

- Las ventas de la primera semana se muestran en la siguiente tabla.

Ventas por kilos de producto primera semana

Producto	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
Papa	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{8}{2}$	$\frac{6}{5}$	$3\frac{1}{3}$
Tomate	10	$\frac{10}{20}$	$\frac{15}{3}$	$2\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
Cebolla	20	$\frac{30}{60}$	$\frac{4}{3}$	$5\frac{1}{2}$	$\frac{20}{2}$

- Las ventas de la segunda semana de los productos son cinco veces mayores a lo vendido por cada día de la primera semana.

- Las ventas de la tercera semana de los productos son dos veces menores a lo vendido por cada día con respecto a lo vendido a la segunda semana.

  a. Elabora una tabla que muestre las ventas correspondientes a la segunda semana.

  b. Elabora una tabla que muestre las ventas correspondientes a la tercera semana.

  c. ¿Cuántos kilos de papa se vendieron en total en la primera semana?, ¿cuántos en la segunda?, ¿cuántos en la tercera?

  d. ¿Cuántos kilos de tomate se vendieron en cada una de las tres semanas?

  e. ¿Cuántos kilos de cebolla se vendieron en total?

Guía 11

Representando fracciones

Estándar

Pensamiento numérico y sistemas numéricos

Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones.

Lo que sabemos

En esta guía se abordará la representación grafica, las clases y la lectura de las fracciones desde uno de los significados que se le atribuyen: como parte de un todo.

Realiza el siguiente experimento:

- Consigue una hoja de papel tamaño carta, dóblala por la mitad, vuélvela a doblar por la mitad y dóblala otra vez por la mitad, un doblez seguido de otro y sin desdoblarla. Ahora despliega por completo la hoja y responde:

a. ¿Cuántas partes te quedaron?

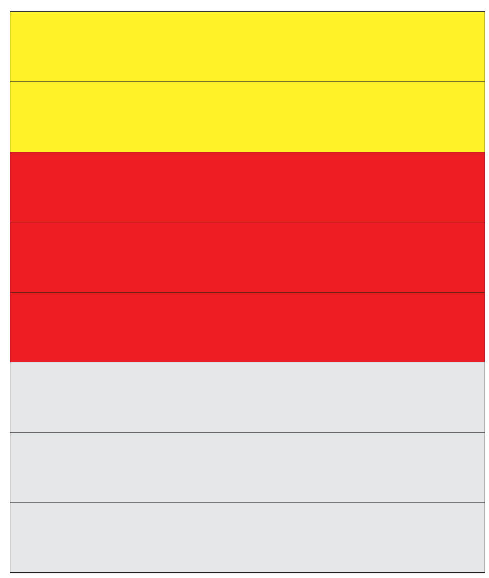
b. ¿Se pueden considerar dichas partes del mismo tamaño?

c. Si deseas comparar el tamaño de una de las partes con respecto al tamaño de la hoja, ¿cómo lo escribirías?

d. Si utilizas números para expresar dicha comparación,¿cómo lo harías?

e. ¿Sería conveniente utilizar la fracción para representar dicha comparación? Justifica tu respuesta.

- Ahora colorea de amarillo dos partes rectangulares marcadas en la hoja y de rojo otras tres partes rectangulares.



a. ¿Cuántas partes rectangulares de la hoja te quedaron sin pintar?

b. ¿Es posible escribir una fracción que represente las partes que quedaron sin pintar con respecto a la totalidad de las partes que se determinaron en la hoja? Justifica tu respuesta.

c. ¿Es posible escribir una fracción que muestre el total de las partes coloreadas con respecto al total de las partes que se determinan en la hoja? Justifica tu respuesta.

Trabajo en grupo

- Resuelvan la siguiente situación:

  Javier, Viviana y Carlos son amigos. Cada uno compró una pizza de igual tamaño y la dividió en partes iguales. Javier dividió su pizza en 10 raciones, Viviana la dividió en 12 y Carlos en 16.

  a. ¿Cuántas raciones debe comerse Javier, Viviana y Carlos, respectivamente, para que queden, cada uno, con la mitad de su pizza?

  b. Realiza dibujos que representen las divisiones de las pizzas de Javier, Viviana y Carlos.

  c. ¿Se puede afirmar que Javier, Viviana y Carlos comieron la misma cantidad de pizza? Justifica tu respuesta

Aprendamos algo nuevo

¿Hemos escuchado hablar de los números fraccionarios? Debatamos con nuestros compañeros en qué situaciones hablamos de **números fraccionarios**.

¿Cuándo hablamos entonces de **fracciones**? Expliquemos con un ejemplo.

Un **número fraccionario** es aquel que expresa una o más partes iguales de una unidad. Su representación se denomina **fracción**.

En nuestra vida cotidiana encontramos a menudo situaciones que se expresan en términos de fracciones. Las expresiones "medio vaso de leche", "la cuarta parte de una hora", "la sexta parte del ponqué", se pueden representar numéricamente como $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$.

Estas fracciones se pueden interpretar como una partición, es decir, que el todo se divide en partes iguales (son iguales con respecto a una magnitud).

Supongamos que tenemos una pizza.

Pizza entera

Ahora dividamos la pizza en cuatro partes iguales para compartirla entre cuatro personas de tal manera que a cada persona le corresponda "un cuarto" de la pizza.

Pizza dividida en cuatro

Un cuarto es lo mismo que $\frac{1}{4}$.

Si cada uno tiene entonces en total de la pizza, simbólicamente es:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1$$

Podemos representar una fracción de forma grafica.

Una fracción no solamente se representa de la forma que mencionamos anteriormente $\frac{a}{b}$, también se puede representar de manera decimal o en forma de porcentaje, por ejemplo:

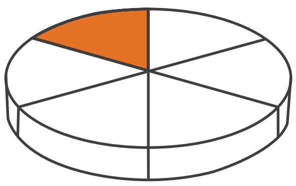
½ es igual a 0,5 en su forma decimal o al 50%, en su forma porcentual.

¼ es igual a 0,25 en su forma decimal o al 25%, en su forma porcentual.

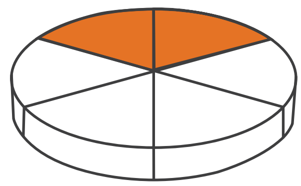
Una fracción se puede representar en una figura geométrica y las partes son iguales según la magnitud determinada. Es decir, si es un segmento el que se divide, las partes son iguales porque tienen misma magnitud longitud. En el caso de tener una figura plana, las partes son iguales según la magnitud *área*; y finalmente, si es por el volumen, cada parte tiene el mismo volumen.

Si se tienen figuras con volumen, sus representaciones serían:

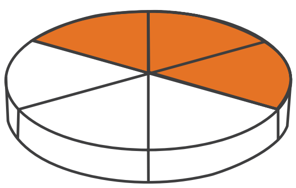
Cuando decimos una parte de seis o un sexto, entonces lo podemos representar como $\frac{1}{6}$.



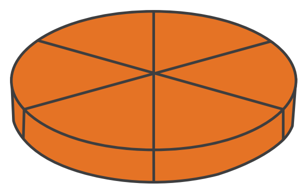
Cuando decimos dos partes de seis o dos sextos, entonces lo podemos representar como $\frac{2}{6}$.



Cuando decimos tres partes de seis o tres sextos, entonces lo podemos representar como $\frac{3}{6}$.



Cuando decimos seis partes de seis o seis sextos, entonces lo podemos representar como $\frac{6}{6}$.



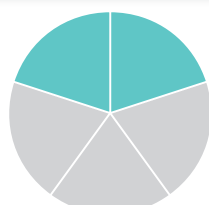
Los elementos de una fracción son el numerador y el denominador.

El **numerador** indica el número de partes que se toman de la unidad y se coloca en la parte superior de la línea.

El **denominador** indica el número de partes iguales en que se divide la unidad y se coloca en la parte inferior de la línea.

2 → Numerador

5 → Denominador



La fracción $\frac{2}{5}$ nos indica que la unidad se divide en cinco partes iguales y de esas partes se toman dos.

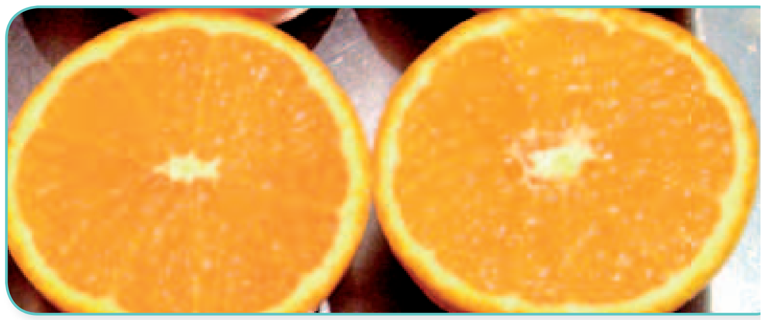
Para leer fracciones se presentan tres casos:

a. Si el denominador está entre dos y diez, se leen así:

$\frac{1}{2}$ un medio o la mitad

$\frac{1}{3}$ un tercio o la tercera parte

$\frac{1}{4}$ un cuarto o la cuarta parte



$\frac{1}{5}$ un quinto o la quinta parte

$\frac{1}{6}$ un sexto o la sexta parte

$\frac{1}{7}$ un séptimo o la séptima parte

$\frac{1}{8}$ un octavo o la octava parte

$\frac{1}{9}$ un noveno o la novena parte

En caso de que el numerador sea diferente de uno, se lee el nombre del número del numerador y solo hay una forma de leer: Por ejemplo:

$\frac{3}{5}$ tres quintos

b. Si el denominador es una potencia de 10, es decir, 10, 100, 1.000, etc. se utiliza el sufijo "**ésimo**". Por ejemplo:

$\frac{3}{10}$ tres décimos

$\frac{4}{1.000}$ cuatro milésimos

c. Si el denominador se encuentra entre 11 y 99, o 101 y 999, etc., se utiliza el sufijo "**avo**". Por ejemplo:

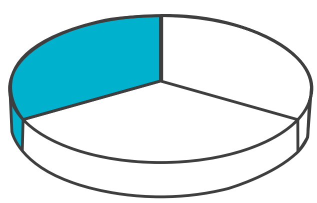
$\frac{2}{17}$ dos diecisieteavos

$\frac{5}{33}$ cinco treinta y tresavos

Estudia los siguientes ejemplos:

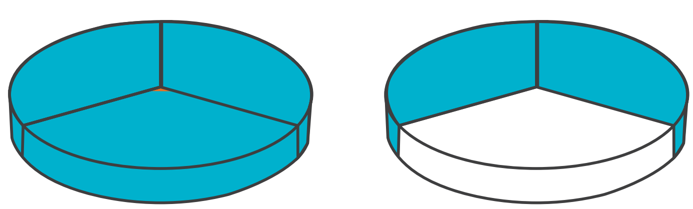
Hay casos en los que se necesita una unidad para representar la fracción.

Por ejemplo, para la representación grafica de $\frac{1}{3}$ se divide la unidad en tres partes iguales y se colorea una.



Existen otros casos en los que se necesita más de una unidad para representar la fracción. Por ejemplo $\frac{5}{3}$.

Se divide una unidad en tres partes iguales pero se necesitan más unidades, por tanto, se toma otra unidad que se divide en tres. Para colorear cinco se pintan las tres de la primera unidad y dos de la segunda unidad.



En la lectura de las fracciones se encuentran diferentes formas para clasificarlas. Una de ellas se relaciona con el criterio de utilizar una unidad para su representación y otro relacionado con la comparación del número que va en el denominador.

Con el primer criterio de utilizar una unidad se tiene:

- Las **fracciones propias**: son aquellas que requieren de una unidad para su representación. Se caracterizan porque su denominador es mayor que el numerador.

$$\frac{7}{9}, \quad \frac{5}{6}, \quad \frac{1}{9}, \quad \frac{3}{6}$$

- Las **fracciones impropias**: son aquellas que requieren más de una unidad para su representación y se caracterizan porque el denominador es menor que el numerador .

$$\frac{7}{2}, \quad \frac{5}{4}, \quad \frac{6}{5}, \quad \frac{8}{3}$$

Con el segundo criterio, de comparar los denominadores, se tiene:

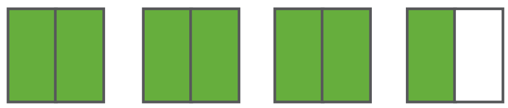
- Cuando se comparar dos o más fracciones entre si, y todas coinciden que tienen el mismo denominador se consideran **fracciones homogéneas.**

$$\frac{3}{4}, \quad \frac{1}{4}, \quad \frac{6}{4}, \quad \frac{8}{4}$$

- Cuando se comparan dos o más fracciones entre si, y algunas no coinciden en el denominador se consideran **fracciones heterogéneas.**

$$\frac{7}{2}, \quad \frac{5}{4}, \quad \frac{6}{5}, \quad \frac{8}{3}$$

Las fracciones cuyo denominador es menor que el numerador son fracciones **impropias**. Dicha escritura se puede representar como números mixtos o como una suma de una parte entera con una fracción.

$\frac{7}{2}$ =  $= 3\frac{1}{2}$ → Fracción propia

Fracción impropia

Parte entera

Como se observa en la representación gráfica se completan tres unidades y queda una unidad señalando la fracción $\frac{1}{2}$.

Existe otra forma para determinar los números mixtos o la suma de la parte entera con una fracción: realizando una división en la que el dividendo es el numerador, el divisor el denominador, el cociente es la parte entera y el residuo junto al divisor son los números que determinan la fracción propia que acompaña a la parte entera, fracción que se le suma a la parte entera.

$$\begin{array}{l|l} 7 & 2 \\ \hline 1 & 3 \end{array}$$

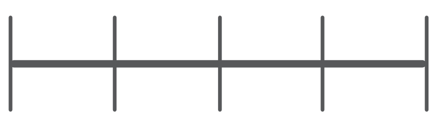
2 → Denominador de la fracción

3 → Parte entera

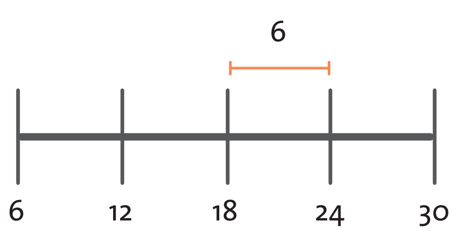
$= 3\frac{1}{2}$

1 → Numerador de la fracción

Si se tienen segmentos o parte de la recta numérica, la representación de las fracciones sería:

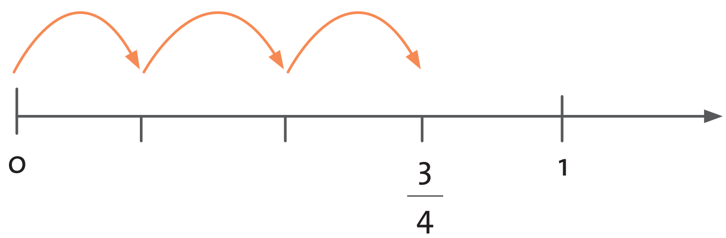


Si se tiene un segmento de 30 mm y se divide en 5 partes, cada parte tendrá una longitud de 6 mm, como se muestra a continuación:



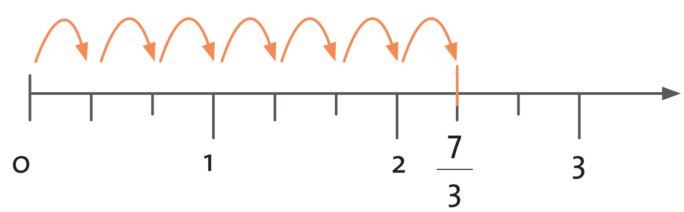
En el caso de la recta numérica se toma como unidad el segmento determinado por el punto cero a uno y se divide en tantas partes iguales como indica el denominador; luego, se cuentan a partir de cero las partes que indica el numerador. Donde se termina ahí queda la fracción solicitada.

Por ejemplo, la fracción $\frac{3}{4}$ se representa así:



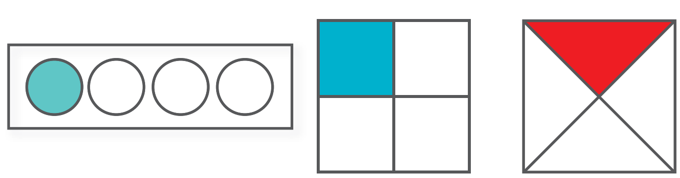
En el caso de que se requiera más de una unidad se toman más segmentos; tantos como se requieran. Cada uno de estos segmentos se divide en las partes iguales que indica el denominador. Nuevamente, se parte de cero y se cuentan las partes que indica el numerador.

Por ejemplo, la fracción $\frac{7}{3}$ se representaría así:



En el caso del área, permite una variedad de formas para obtener partes iguales, pero se sigue manteniendo el principio de fracción trabajado hasta el momento.

Por ejemplo, $\frac{1}{4}$



Ejercitemos lo aprendido

1. Tu amigo se compró una pizza que dividió en ocho porciones iguales y se comió tres porciones de ella. ¿Qué fracción representa la parte que se comió de la pizza con respecto al total de porciones?

2. Clasifica las siguientes fracciones según el criterio "que se utilice una unidad".

   a. $\frac{3}{4}$

   b. $\frac{20}{50}$

   c. $\frac{8}{3}$

   d. $\frac{15}{6}$

   e. $\frac{4}{6}$

   f. $3\frac{3}{2}$

   g. $\frac{9}{6}$

   h. $4\frac{2}{3}$

3. Para hacer un vestido se compraron 16 m de tela. Si solo se utilizaron $\frac{6}{8}$ del total de la tela comprada. ¿Cuántos metros de tela sobraron? ¿Qué fracción representa lo que sobra de la tela?

4. Representa cada fracción en una región rectangular.

   $\frac{7}{3}$ $\frac{4}{6}$

5. Representa cada fracción en una región circular.

   $\frac{10}{5}$ $3\frac{1}{2}$

6. Ubica en la recta numérica las siguientes fracciones:

   a. $\frac{2}{3}$

   b. $\frac{8}{4}$

   c. $\frac{7}{4}$

   d. $2\frac{2}{3}$

7. Cómo se leen las siguientes fracciones:

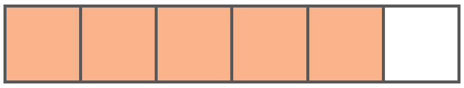
   a. $\frac{7}{4}$

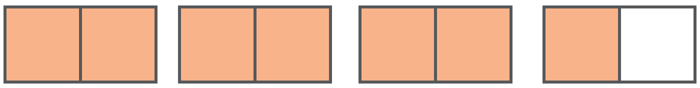
   b. $\frac{2}{100}$

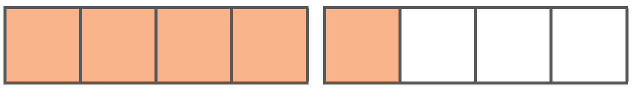
   c. $\frac{5}{6}$

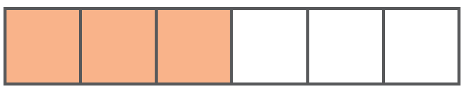
   d. $\frac{1}{302}$

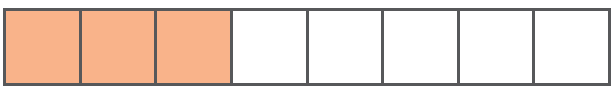
8. Escribe la fracción que representa la parte sombreada con respecto a la unidad.

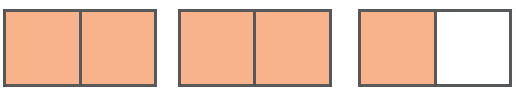
a.  ______________________

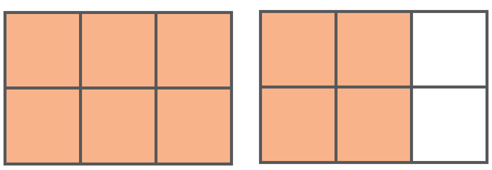
b.  ____________

c.  ______________

d.  ______________________

e.  ________________

f.  ____________________

g.  ____________________

Trabajo en grupo

1. Los compañeros de clase planean viajar a la costa Atlántica por una semana en un *tour* académico. Teniendo en cuenta que la semana se considera de siete días, en grupos de tres decidir qué actividades realizar durante la semana, clasificadas según los siguientes criterios:

   a. Número de días para visitar empresas y universidades.

   b. Número de días para visitar sitios turísticos.

   c. Número de días para ir a la playa.

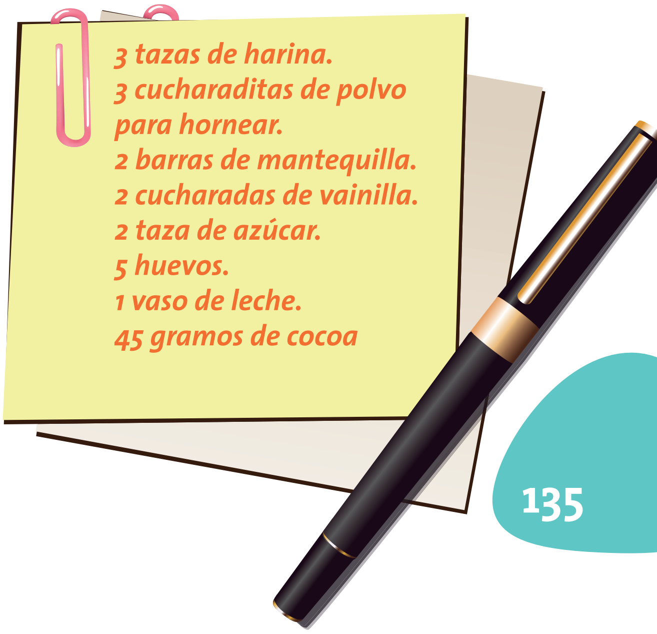
   d. Número de días para ir de compras.

De acuerdo a lo anterior, identificar por medio de fracciones cómo está dividida la semana, teniendo en cuenta que la suma de todas estas fracciones debe ser igual a la unidad, es decir, a siete días. Compartan los resultados con el resto de la clase.

2. Según lo visto en esta guía, cómo resolverían el siguiente problema, sin necesidad de realizar ningún tipo de operación:

Si para preparar un pastel se necesitan $\frac{1}{3}$ de un paquete de 750 g de azúcar, $\frac{3}{4}$ de un paquete de 800 g de harina y $\frac{2}{3}$ de una barra de mantequilla de 500 g, ¿cómo hallarían la cantidad en gramos que se necesitan para preparar el pastel?

Realicen sus conjeturas y compártanlas con el resto de la clase.



Guía 12

Ordenando fracciones

Estándares:

Pensamiento numérico y sistemas numéricos

- Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones.
- Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición, transformación, comparación e igualación.

Lo que sabemos

En las fracciones también se pueden establecer relaciones como "mayor que" o "menor que". Determinar esas relaciones exige conocer distintos métodos, algunos de los cuales se abordaran en esta guía.

Para hablar de representación de números fraccionarios debemos pensar en algunas situaciones en las que hacemos uso de ellos.

- En la clase de matemáticas del grado séptimo se requiere que sus 36 estudiantes se ubiquen en cuatro filas. El maestro indica que en la primera fila deben ubicarse $\frac{1}{6}$ de los estudiantes, en la segunda fila, $\frac{2}{6}$, en la tercera fila, $\frac{3}{6}$ de los estudiantes que no se han ubicado y en la última fila el resto. Responde individualmente las siguientes preguntas:

  a. ¿Cuántos estudiantes se deben ubicar en la primera fila?

  b. ¿Cuántos en la segunda fila?

  c. ¿Cuántos estudiantes se ubican en la tercera fila?

  d. ¿Cuántos en la cuarta fila?

Si se ordenan las filas de menor a mayor número de estudiantes, ¿cuál es el orden de las filas?

- La familia de Viviana gastó en Navidad $\frac{2}{3}$ de \$ 930.000 en la compra de dos bicicletas; $\frac{8}{10}$ de la misma cantidad en la compra de juguetes, y de lo que sobró, gastó la mitad en la compra de un regalo para la abuelita.

Responde individualmente las siguientes preguntas, sin realizar ningún tipo de operación.

a. ¿Cómo crees que se debe calcular el dinero que se gastó en la compra de las dos bicicletas?

b. ¿Cómo calcularías el dinero gastado en la compra de los juguetes?

c. Conjetura sobre cómo calcular el costo del regalo de la abuelita.

d. Finalmente, ¿cómo hallarías cuánto dinero les sobró?

Aprendamos algo nuevo

Para establecer el orden de las fracciones hay diferentes maneras de hacerlo.

Primera forma:

Cuando dos o más fracciones tienen el mismo denominador, entonces el número mayor es la fracción que tiene el numerador mayor.

$$\frac{1}{2} < \frac{3}{2} < \frac{5}{2} \qquad \frac{8}{3} > \frac{2}{3} \qquad \frac{4}{5} > \frac{1}{5}$$

Segunda forma:

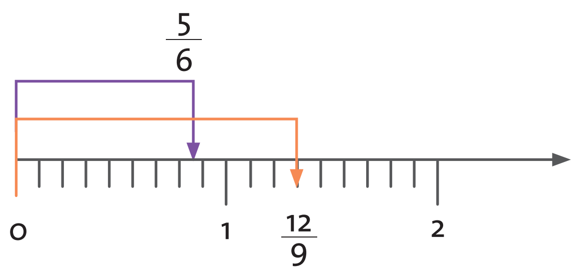
Cuando dos o más fracciones tienen el mismo numerador, entonces es mayor la fracción que tiene el menor denominador.

a. $\frac{4}{2} > \frac{4}{5}$,   b. $\frac{6}{7} < \frac{6}{3}$ c. $\frac{5}{8} < \frac{5}{6} < \frac{5}{4}$

Tercera forma:

Cuando las fracciones tienen diferente denominador, cada una se representa en la recta numérica y la fracción mayor es la que se ubica más lejos del cero. Veamos:

$\frac{5}{6} < \frac{12}{9}$



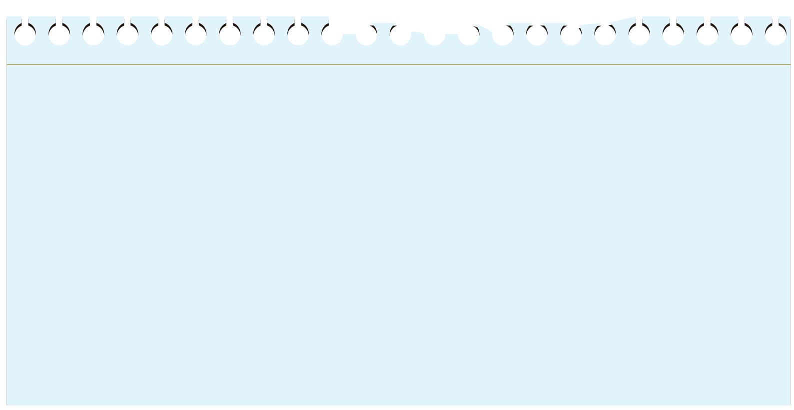
Como vemos la fracción $\frac{5}{6}$ es menor que la fracción $\frac{12}{9}$ porque se encuentra ubicada a la izquierda y está más cerca a cero. El problema de esta forma es que depende de la correcta partición de los segmentos. Por eso existe otra forma más precisa para definir la fracción mayor.

- Realiza las siguientes representaciones de fracciones en una figura rectangular de tal forma que todas tengan las mismas dimensiones:

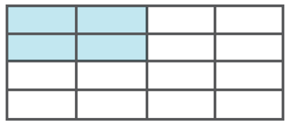
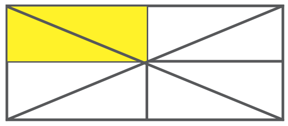
a. $\frac{1}{2}$

b. $\frac{2}{4}$

c. $\frac{3}{6}$



Analiza las siguientes representaciones de fracciones:

Todas las representaciones tienen la misma parte sombreada en una unidad que tiene la misma superficie.

Cuando tenemos la misma parte sombreada en unidades del mismo tamaño tenemos fracciones que son **equivalentes**. Es decir que:

$$\frac{1}{4} = \frac{4}{16} = \frac{2}{8}$$

Todas esas fracciones son equivalentes.

- Halla una fracción equivalente a las fracciones dadas a través de la representación:

a. $\frac{3}{5}$ b. $\frac{4}{10}$ c. $\frac{6}{8}$

Existe un método para encontrar fracciones equivalentes: multiplicar tanto el numerador como el denominador por el mismo número. De la misma manera, si es posible, al dividir el numerador y el denominador por el mismo número se obtienen fracciones equivalentes.

Por ejemplo:

Si multiplicamos $\frac{3}{4}$ por 5 tanto al numerador como al denominador obtenemos la fracción $\frac{15}{20}$.

Por tanto $\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$ y son fracciones equivalentes.

En $\frac{12}{15}$ podemos dividir por 3 tanto al numerador como al denominador, obteniendo la fracción $\frac{4}{5}$.

Entonces, $\frac{12}{15} = \frac{4}{5}$ y son fracciones equivalentes.

Cuando nos encontramos con una fracción en la que su numerador y su denominador no tiene divisores comunes, tenemos una fracción que se conoce como **fracción irreductible**.

Una fracción es reducible o se puede simplificar si el numerador y el denominador tienen múltiplos en común.

Ejercitemos lo aprendido

1. De las siguientes fracciones, escribe las que sean mayores a $\frac{1}{4}$.

a. $\frac{9}{3}$ b. $\frac{5}{8}$ c. $\frac{1}{3}$ d. $\frac{4}{6}$ e. $\frac{3}{4}$

f. $\frac{2}{5}$ g. $\frac{2}{8}$ h. $\frac{2}{5}$ i. $\frac{4}{5}$ j. $\frac{6}{3}$

k. Representa en una recta numérica las anteriores fracciones. Ordénalas de menor a mayor.

l. Con el método para hallar fracciones equivalentes, busca todas las anteriores fracciones con denominador 120. Organízalas en orden de menor a mayor. Comprueba si nos dio el mismo orden que en el literal a.

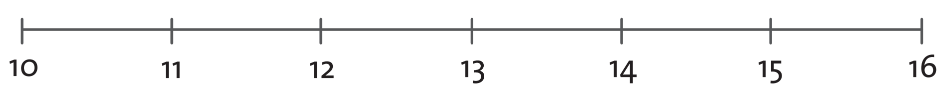
2. Escribe una fracción que se encuentre entre cada uno de los intervalos que se representan en las siguientes rectas:

Entre 0 y 1

Entre 1 y 2

Entre 2 y 3

Entre 10 y 15



3. Encuentra las fracciones equivalentes dividiendo siempre por el mismo número tanto el numerador y denominador.

a. $\frac{10}{8}$ c. $\frac{3}{15}$ e. $\frac{12}{4}$

b. $\frac{125}{25}$ d. $\frac{9}{3}$ f. $\frac{250}{100}$

4. Escribe tres fracciones equivalentes a cada una de las siguientes:

a. $\frac{1}{8}$ c. $\frac{2}{5}$ e. $\frac{10}{20}$

b. $\frac{3}{4}$ d. $\frac{6}{7}$ f. $\frac{25}{100}$

5. Ordena de mayor a menor las siguientes fracciones.

$$\frac{20}{2}, \frac{15}{3}, \frac{8}{3}, \frac{9}{10}, \frac{6}{8}, 2\frac{2}{4}$$

6. Tu hermano se compró una torta de 24 porciones, le regaló a tu amigo $\frac{1}{6}$ de la torta y a tí te dio $\frac{3}{6}$.

a. ¿Qué fracción de torta le quedó a tu hermano?
b. ¿Cuántas porciones le regaló a tu amigo?
c. ¿Cuántas te regalo a tí?
d. ¿Cuántas porciones le quedaron a tu hermano?

7. Responde si es verdadera o falsa la relación "mayor que" o "menor que" que se establece entre cada par de fracciones:

$\frac{1}{2} > \frac{3}{2}$ $\frac{10}{8} > \frac{7}{8}$ $\frac{5}{6} > \frac{9}{4}$ $\frac{6}{3} < \frac{6}{2}$

8. Escribe una fracción que esté antes y una que esté después de la dada:

a. $\frac{1}{2}$ b. $\frac{8}{4}$ c. $\frac{3}{15}$ d. $\frac{1}{4}$ e. $\frac{5}{7}$ f. $\frac{14}{6}$

Guía 13

Operaciones con fracciones

Estándares

Pensamiento numérico y sistemas numéricos

- Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones.
- Justifico regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones.

Lo que sabemos

En esta guía vas a comprender algunas operaciones con fraccionarios como la adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación.

1. En una industria de computadores portátiles se realizaron operaciones de producción durante tres meses, de la siguiente forma: en el primer mes se produjeron $\frac{1}{3}$ del total, en el segundo mes fabricó $\frac{1}{2}$ del total y en el tercer mes, terminaron la producción.

   a. ¿Cuánto del total produjeron en el tercer mes?

   b. ¿Cuánto del total produjeron en los dos primeros meses?

   c. ¿Qué resultado obtenemos en cada uno de los meses si se sabe que en total produjeron 30.000 computadores?

2. Una diseñadora compró dos metros de tela para hacer unos arreglos navideños. Gastó la mitad de la tela para hacer un cojín; empleó $\frac{1}{4}$ de metro para un muñeco navideño y con lo que le sobró hizo un mantel.

   a. ¿Cuántos metros de tela empleó para hacer el cojín?

   b. ¿Cuántos metros de tela empleó para hacer el muñeco?

   c. ¿Cuántos metros de tela gastó para el mantel?

Aprendamos algo nuevo

En la casa de Javier van a elaborar una torta, él compró una cantina de leche que contiene $\frac{20}{3}$ de litros de leche. Se extrae medio litro para preparar la mezcla y luego se compran dos tercios de litros de leche que se agregan a la cantina.

- ¿Cuántos litros de leche hay en la cantina en este momento?

Operación: adición con fracciones

Los números que vamos a operar son los números fraccionarios y su operación de **adición** se define así:

Para sumar dos fracciones se deben expresar con el mismo denominador y como resultado se deja el mismo denominador y se suman los numeradores. Para simbolizar esta operación se utiliza "+".

Por ejemplo:

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{2}$$

Como la condición exige que las fracciones tengan el mismo denominador, buscamos un múltiplo común entre 4 y 2 que en este caso será 4 , pero también puede ser 8 o 16, todos son válidos.

Tomemos como denominador común el 4 y buscamos las fracciones equivalentes de cada sumando:

- Del sumando $\frac{3}{4}$ el equivalente es $\frac{3}{4}$ ya que multiplicamos por 1 tanto al numerador como al denominador.
- Del sumando $\frac{1}{2}$ el equivalente sería $\frac{2}{4}$ ya que se multiplica por 2 tanto al numerador (1) como al denominador (2).

Resolver la adición $\frac{3}{4} + \frac{1}{2}$ es equivalente a resolver $\frac{3}{4} + \frac{2}{4}$.

Como ya tienen el mismo denominador, se obtiene:

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{4} = \frac{(3+2)}{4} = \frac{5}{4}$$

Observa qué pasa si el denominador es ocho en las fracciones equivalentes:

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{6}{8} + \frac{4}{8} = \frac{(6+4)}{8} = \frac{10}{8}$$

Como nos dio $\frac{10}{8}$ podemos buscar su fracción irreductible dividiendo tanto a 10 como a 8 entre 2; y se obtiene: $\frac{5}{4}$. La misma respuesta.

Realiza la adición con los sumandos expresados con el denominador 16 y comprueba que nos da la respuesta $\frac{5}{4}$.

Otro ejemplo de adición:

Como los sumandos tienen el mismo denominador:

$$\frac{8}{9} + \frac{1}{9} + \frac{2}{9}$$

No hay necesidad de expresarlos con fracciones equivalentes y con el mismo denominador.

$$\frac{8}{9} + \frac{1}{9} + \frac{2}{9} = \frac{8 + 1 + 2}{9} = \frac{11}{9}$$

Operación: sustracción con fracciones

Los números que vamos a operar son los números fraccionarios y su operación de **sustracción** se define así:

Para restar dos fracciones se deben expresar con el mismo denominador y como resultado se deja el mismo denominador y se restan los numeradores. Para simbolizar esta operación se utiliza "–".

Por ejemplo:

$$\frac{3}{10} - \frac{2}{25}$$

$\frac{3}{10}$ es el minuendo y $\frac{2}{25}$ es el sustraendo.

Para buscar un denominador común se seleccionan múltiplos comunes entre 10 y 25. Puede ser: 50, 100, 150, 200, etc. Normalmente, se selecciona el mínimo común múltiplo.

Un método para hallar el mínimo común múltiplo (m.c.m.)

Primero hallamos el m.c.m. (mínimo común múltiplo), para esto solamente tenemos que descomponer los denominadores con los múltiplos en común y luego multiplicarlos así:

$$\begin{array}{cc|c} 10 & 25 & 5 \\ 2 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 5 \\ 1 & 1 & \end{array} \quad 5 \times 2 \times 5 = 50$$

Entonces expresamos al minuendo $\frac{3}{10}$ como $\frac{15}{50}$; y al sustraendo $\frac{2}{25}$ como $\frac{4}{50}$.

Al tener tanto al minuendo como al sustraendo con el mismo denominador se realiza la sustracción de los numeradores, así:

$$\frac{3}{10} - \frac{2}{25} = \frac{15}{50} - \frac{4}{50} = \frac{(15-4)}{50} = \frac{11}{50}$$

La diferencia o el resultado de la sustracción es $\frac{11}{50}$.

$$\begin{array}{l|l} 50 & 10 \\ \hline & 5 \end{array}$$

El resultado se multiplica por el numerador de la primera fracción 5 x 3 = 15

Se toma el m.c.m y se divide por el denominador de la primera fracción

Operación multiplicación con fracciones

Los números que vamos a operar son los números fraccionarios y la operación de **multiplicación** se define así:

Para multiplicar dos fracciones se multiplican los numeradores entre sí y los denominadores entre sí. Para simbolizar esta operación se utiliza "x".

Por ejemplo:

$$\left(\frac{2}{10}\right) \times \left(\frac{1}{10}\right) = \frac{(2 \times 1)}{(10 \times 10)} = \frac{2}{100} = \frac{1}{50}$$

Operación división con fracciones

Los números que vamos a operar son los números fraccionarios y la operación de **división** se define así:

Para dividir dos fracciones se multiplican al dividendo por el recíproco del divisor. Para simbolizar esta operación se utiliza "÷"

Por ejemplo:

$$\left(\frac{2}{5}\right) \div \left(\frac{3}{10}\right)$$

En este caso, el dividendo es $\left(\frac{2}{5}\right)$ y el divisor $\left(\frac{3}{10}\right)$.

El recíproco de una fracción es otro que, al multiplicarlo por el original sea igual a la unidad.

El recíproco del divisor es (10/3), entonces:

$$\left(\frac{2}{5}\right) \text{x} \left(\frac{10}{3}\right) = \frac{(2 \text{ x } 10)}{(5 \text{ x } 3)} = \frac{20}{15}$$

Luego el cociente de esta división es $\frac{20}{15}$.

Si buscamos la fracción equivalente y que a la vez sea fracción irreductible de $\frac{20}{15}$, es $\frac{4}{3}$.

Operación potenciación con fracciones

Esta operación se define entre un fraccionario como base y un número natural como exponente.

El resultado o la potencia es el resultado de establecer multiplicaciones tales que las veces que se repite la base como factor es el número del exponente:

Por ejemplo:

$$\left(\frac{3}{5}\right)^3 = \left(\frac{3}{5}\right) \text{x} \left(\frac{3}{5}\right) \text{x} \left(\frac{3}{5}\right) = \left(\frac{3 \text{ x } 3 \text{ x } 3}{5 \text{ x } 5 \text{ x } 5}\right) = \left(\frac{27}{125}\right)$$

Otra manera de representar la potenciación de una fracción es repartiendo la potencia o el exponente arriba y abajo y desarrollando las operaciones así:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{2^2}{3^2}\right) = \left(\frac{4}{9}\right)$$

Ejemplo cotidiano:

Para multiplicar una cantidad por un fraccionario, se debe multiplicar primero el valor por el numerador y ese resultado dividirlo por el denominador, por ejemplo:

Juan gastó $\frac{3}{4}$ de su salario en alimentación, vivienda y transporte este mes, y lo demás lo ahorró, sabiendo que Juan gana 500.000 pesos mensuales, cuánto ahorró Juan en el último mes?

Según lo anterior, Juan ahorró lo que no gastó, ahora, ¿cuánto gastó? El resultado de multiplicar 500.000 por $\frac{3}{4}$, asi:

500.000 x 3 = 1’500.000

Ahora, 1’500.000 dividido entre 4 = 375.000 gastados.

Según lo que definimos, Juan ahorró lo que NO se gastó, es decir, ahorró la diferencia entre 500.000 iniciales y sus $\frac{3}{4}$ partes gastadas, asi que Juan ahorró, al final del mes:

500.000 – 375.000 = 125.000

Juan ahorró $ 125.000.

Ejercitemos lo aprendido

1. Resuelve las siguientes operaciones entre fracciones.

a. $\frac{12}{8} + \frac{15}{8}$

b. $\frac{2}{5} + \frac{4}{10} + \frac{1}{2}$

c. $\frac{4}{10} - \frac{2}{3}$

d. $\frac{9}{7} + \frac{4}{2}$

e. $\left(\frac{5}{6}\right)^2$

f. $\frac{3}{17} - \frac{2}{17}$

g. $\left(\frac{5}{6}\right)^2 + \frac{2}{36}$

h. $\frac{21}{10} \times \frac{3}{8} \times \frac{1}{2}$

i. $\left(\frac{5}{2} + \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{6}{8} - \frac{5}{8}\right)$

j. $\frac{12}{20} \div \frac{2}{3} \div \frac{30}{15}$

2. Completa los números que hacen falta en cada operación para que sea verdadera.

1	-		=	$\frac{1}{3}$
-		-		-
$\frac{3}{5}$				
=		=		=
			=	$\frac{7}{30}$

3. Resuelvan los siguientes problemas mostrando la operación que se requiere:

a. En una panadería se vendieron el día lunes en la mañana la mitad de panes en existencia y en la tarde la mitad de lo que se vendió en la mañana. Si en la noche hay todavía 200 panes. ¿Cuántos panes habían en existencia al iniciar el día lunes?

b. Un par de zapatos cuesta $\frac{2}{5}$ de \$ 300.000; otro $\frac{1}{3}$ de \$ 240.000 y otro, la mitad de lo que costó el segundo par de zapatos. ¿Cuánto dinero se pagó en total por los tres pares de zapatos?

c. Si la panadería necesita $\frac{1}{4}$ de una libra de azúcar para hacer una torta, ¿Cuántas libras de azúcar se necesitan para hacer 87 tortas?

d. Si debes partir un cuarto de pizza en dos partes iguales, ¿qué relación multiplicativa, tiene esta nueva parte con relación a toda la pizza?

e. Viviana ha preparado $\frac{8}{5}$ de kilos de mezcla para realizar un pan francés y la quiere verter en moldes de $\frac{4}{5}$ de Kilo. ¿Cuántos moldes necesita Viviana para que no le sobre mezcla?

f. La cantidad de pintura de una caneca abierta se reduce una tercera parte cada día que se encuentre destapada. Después de tres días de dejar destapada la caneca de pintura, ¿en cuanto se habrá reducido la cantidad de pintura inicial?

g. Para llenar un jarra con capacidad de cuatro litros de jugo, Javier utiliza un vaso con capacidad de $\frac{4}{16}$ de litro. ¿Cuántas veces debe llenar el vaso para lograrlo?

h. Viviana lee el libro "El diablo de los números" que contiene 120 páginas. Cada hora avanza $\frac{2}{8}$ del total de páginas del libro.

» ¿Cuántas páginas lee en tres horas?

» ¿Cuánto tiempo tardará en leer 10 páginas?

» ¿Cuánto tiempo tardará en leer todo el libro?

i. María es panadera y desea saber qué fracción de la semana trabaja cada uno de sus empleados. Si conoce que de cada día de 24 horas se trabajan 8 horas, ¿cuántas horas de la semana trabaja cada empleado, expresadas en fracción? ¿Cómo modificarías el enunciado del problema anterior para involucrar cálculos con potenciación? Discute con tus compañeros.

Apliquemos lo aprendido

Resuelve el siguiente problema:

En Colombia, la unidad monetaria es el peso, el órgano encargado de emitirla es el Banco de la República. Está compuesto por un conjunto de monedas y billetes de diferente denominación. Las monedas que en este momento están circulando son las de \$ 50, \$100, \$200 y \$500. Los billetes que circulan son de \$ 1.000, \$ 2.000, \$ 5.000, \$ 10.000, \$ 20.000 y \$ 50.000.

Pero en la historia monetaria de Colombia existían monedas y billetes de diferente denominación. Como por ejemplo un centavo correspondía a $\frac{1}{100}$ del peso. Cinco centavos correspondía a $\frac{1}{20}$ del peso; 20 centavos correspondían a $\frac{1}{5}$ y una moneda de 50 centavos correspondía a $\frac{1}{2}$ del peso.

Con respecto a lo anterior responde:

a. ¿Cuántas monedas de un centavo necesitaba una persona para tener un peso?

b. ¿Cuántas monedas de cinco centavos necesitaba una persona para tener un peso?

c. ¿Cuántas monedas de veinte centavos necesitaba una persona para tener un peso?

d. ¿Cuántas monedas de 50 centavos necesitaba una persona para tener un peso?

e. ¿Un $\frac{1}{5}$ de peso a cuántos centavos corresponde?

Evaluemos

¿Cómo me ve mi maestro?

- ¿Cuáles tipos de fracciones estudiamos? Comparte con tus compañeros tus respuestas.
- ¿Cómo podemos sumar fracciones?
- ¿Cómo sabemos cuándo una fracción es mayor que otra? Explica uno de los casos.
- Reúnete con dos compañeros de clase y expliquen un ejemplo de la vida real en dónde se utilicen los números fraccionarios. Debatan con los demás compañeros de clase.

Resuelve las preguntas siguientes seleccionando una de las opciones:

- Diego, Alejandra y Viviana son amigos, y un día cualquiera deciden reunirse después de clases para planear un paseo a la Sierra Nevada de Santa Marta. Para tal fin, Diego le presta a Viviana $\frac{3}{10}$ de su dinero. Viviana le paga a Diego $\frac{50}{100}$ de lo que le prestó el mes anterior. Viviana le dice a Alejandra que le preste $\frac{4}{10}$ de su dinero y que el al final del mes le da el doble y Diego le dice a Alejandra que le preste $\frac{9}{10}$ de su dinero, y que le pagará en cuotas iguales por tres meses.

1. Diego se queda con:

   a. $\frac{2}{10}$ de su dinero

   b. $\frac{5}{10}$ de su dinero

c. $\frac{6}{10}$ de su dinero

d. $\frac{1}{10}$ de su dinero

2. ¿A cuánto equivale cada una de las cuotas que Diego le pagará a Alejandra?

a. $\frac{1}{10}$ del dinero prestado

b. $\frac{3}{10}$ del dinero prestado

c. $\frac{51}{100}$ del dinero prestado

d. $\frac{3}{5}$ del dinero prestado

3. ¿Cuánto dinero le tiene que dar Viviana a Alejandra al final del mes?

a. $\frac{6}{10}$ de lo prestado

b. $\frac{8}{10}$ de lo prestado

c. $\frac{4}{10}$ de lo prestado

d. $\frac{3}{10}$ de lo prestado

¿Cómo me ven los demás?

Realiza el siguiente juego con un compañero. Pregúntale: ¿Cuántas horas duerme en el día? ¿Cuántas horas duerme en la semana? ¿Cuántas horas duerme en un mes? Luego calcula ¿Cuántas horas ha dormido en un año?

El primero que responda las preguntas con representaciones de números fraccionarios. ¡Gana!

Una vez hayas calculado con fracciones cuánto duerme tu compañero, comparte tus resultados con el resto de la clase y determinen entre todos quién es el más y quién el menos perezoso. ¿Qué tan perezoso te ves respecto a los resultados de tus demás compañeros?

¿Qué aprendí?

Responde según la manera en la que te desenvolviste en el desarrollo del módulo y justifica tu respuesta.

	Sí	A veces	No	Justificación
Interpreto una fracción como parte todo.				
Establezco representaciones gráficas de las fracciones en contextos.				
Represento fracciones en la recta numérica.				
Identifico y aplico las operaciones básicas con fracciones.				
Ordeno fracciones.				
Resuelvo diferentes situaciones que se relacionan con fracciones.				
Participo activamente en clase, expresando mis opiniones de manera clara y respetuosa.				
Respeto las opiniones de mis compañeros de curso.				
Me preocupo por preparar mis trabajos y exposiciones.				
Acepto mis errores o dificultades y trato de superarlos.				
Aporto en las actividades grupales.				
Soy tolerante con las diferencias de opinión cuando trabajo en grupo.				

Con tu maestro, determina estrategias para mejorar cada día tu trabajo. Establece un plan de seguimiento.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ministerio de Educación Nacional (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas.* Bogotá. MEN

Gispert, C & Vidal José A. *Enciclopedia didáctica de la matemática.* Barcelona: Océano.

Uribe C., Julio A. & Berrio M., Jose I. (1998). Elementos de matemáticas: séptimo grado. Medellín: Bedout.

REFERENCIAS WEB

EducaMadrid (2001). *Transformaciones geométricas.* En: Curso de dibujo técnico. 2 de bachillerato. Consultado el 22 de octubre de 2010 de: Plataforma Tecnológica de la comunidad de Madrid http en://www.educa2.madrid.org/educamadrid/. www.educa.madrid.org/web/ies.atenea.alcala/cv/patxi-a/apuntes/dibujot/tecnico04.pdf

Godino, J. D & Font, V. (2003). *Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros* (versión Electrónica). Proyecto de Investigación y Desarrollo del Ministerio de Ciencia y Tecnología, p. 789. Granada España.

Hoffmann C. (2005). *Funciones.*Consultado el 27 septiembre de 2010 de: Universidad Nacional de la Plata: http: //www.fcv.unlp.edu.ar. http://www.fcv.unlp.edu.ar/info-general/ingreso2005/mat_unidad_3.pdf

Pérez, M y Jañes, L. (S.F) *Transformaciones en* IR^3 En: Geometría. Consultado el 20 de septiembre de 2010 de: Universidad de Valladolid en: http://www.uva.es/.

http://wmatem.eis.uva.es/~matpag/CONTENIDOS/Geometria/marco_geometria.htm

U.D. de Matemáticas (2010). *Homotecias del espacio afín euclídeo.* En: Transformaciones geométricas. Consultado el 23 de octubre de 2010 de: Universidad Politécnica de Madrid en: http://www.upm.es/institucional. http://www.topografia.upm.es/asignaturas/matematicas/primero/Apuntes/Transformaciones/index8.htm

Matemáticas

Recordando mi Primaria

La cartilla que tienes en tus manos, te acompañará durante todo el curso y te ayudará en tu proceso de enseñanza aprendizaje. El conocimiento adecuado de ella te permitirá obtener un mejor desempeño y adquirir un compromiso serio que te ayude en tu formación personal.
Te invitamos a hacer un buen uso de esta cartilla y a cuidarla de manera que pueda ser usada por otros estudiantes en años posteriores.

Ministerio de Educación Nacional
Avenida El Dorado C.A.N. Bogotá, D.C. Tel: 2222800
www.mineducacion.gov.co