LÓGICO

Grupos Juveniles Creativos

Ciclo 4

Grupo de pensamiento

Grupo de pensamiento

Grupos Juveniles Creativos

Este programa es posible gracias a la alianza entre el Ministerio de Educación Nacional, la Caja Colombiana de Subsidio Familiar –Colsubsidio- y las Secretarías de Educación de Cartagena, Arauca, Sincelejo, Quibdó, Tumaco, Buenaventura, Bucaramanga, Bogotá, Medellín, Florencia, Policarpa (Nariño) y San José de Guaviare.

Libertad y Orden

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL
República de Colombia

Colsubsidio

Material en validación

Presentación

A partir de hoy conocerás un programa educativo denominado Grupos Juveniles Creativos cuyo propósito es que todos los jóvenes, que por diferentes circunstancias se hayan retirado del sistema educativo, tengan la oportunidad de formarse y avanzar en la construcción de sus sueños y la consecución de sus metas.

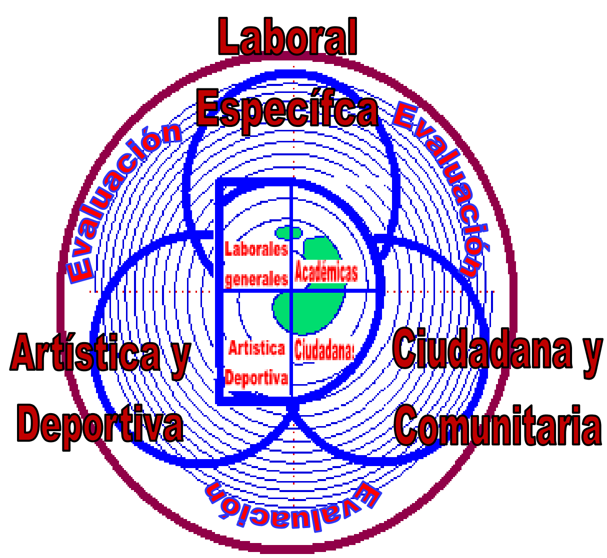
¿Por qué se denomina Grupos Juveniles Creativos?

GRUPOS, porque el programa tiene como base dinamizadora los aprendizajes mediante el trabajo cooperativo, en tanto que los jóvenes con niveles más altos en el desarrollo de competencias, generan procesos colectivos para cualificar aprendizajes en todos los integrantes del grupo.

JUVENILES, porque tú eres el eje fundamental del programa, estás entre los 13 y 26 años de edad y te encuentras desescolarizado. Tú como muchos jóvenes colombianos vives una etapa de capital importancia en la que se consolida la identidad y se construyen los proyectos de vida.

CREATIVOS, porque es la oportunidad para que los jóvenes expresen sus ideas, formulen y participen en proyectos, sueñen con posibilidades nuevas para ellos y asuman formas de vida favorables para su presente y futuro. Este programa será el espacio para que los jóvenes desarrollen habilidades para ser recursivos, propositivos, activos y proactivos frente a los problemas propios y comunitarios.

Con el fin de ofrecer formación integral de calidad y pertinencia para jóvenes que por diferentes circunstancias se han retirado del sistema educativo, el programa GJC organiza el proceso de enseñanza y aprendizaje en dos líneas de trabajo para atender las cuatro dimensiones formativas y buscar el desarrollo de competencias básicas, ciudadanas y laborales. La básica y la de profundización; cada una cuenta con sus escenarios para el aprendizaje y metodologías propias.



Contenido

¿Qué vas a encontrar en esta cartilla?

El programa asume la formación del campo Lógico como un fundamento para que desarrolles estructuras mentales que te hagan más competente en diversos contextos. “Esto Implica que reconozcas la existencia de distintos tipos de pensamiento lógico y matemático que utilizas para tomar decisiones informadas, para proporcionar justificaciones razonables o refutar las aparentes y para ejercer la ciudadanía crítica, es decir, para que participes en la preparación, discusión, toma de decisiones y para que desarrolles acciones que colectivamente puedan transformar la sociedad. A través de esta área piensas y juegas ya que está organizada con base en el enfoque de sistemas que integran los contenidos de la matemática para que puedas utilizarlos en la vida diaria y en la aplicación de los conocimientos científicos y tecnológicos.

Tienes en tus manos un plan de trabajo que te ayudará a desarrollar competencias Lógico – matemáticas como: Conocimientos matemáticos, situaciones problema y comunicación matemática.

- Conocimientos matemáticos: Darás cuenta del cómo y del porqué de los caminos que sigues para llegar a conclusiones. Justificas estrategias y procedimientos puestos en acción en el tratamiento de situaciones problema. Formulas hipótesis, haces conjeturas, exploras ejemplos y contraejemplos, pruebas y estructuras argumentos. Generalizas propiedades y relaciones, identificas patrones y los expresas matemáticamente. Planteas preguntas. Sabes que es una prueba de matemáticas y como se diferencia de otros tipos de razonamiento y distingues y evalúas cadenas de argumentos.

- Situaciones problema: Mediante la cual formulas problemas a partir de situaciones dentro y fuera de la matemática. Traduces la realidad a una estructura matemática. Desarrollas y aplicas diferentes estrategias y justificas la elección de métodos e instrumentos para la solución de problemas. Justificas la pertinencia de un cálculo exacto o aproximado en la solución de un problema y lo razonable o no de una respuesta obtenida. Verificas e interpretas resultados a la luz del problema original y generalizas soluciones y estrategias para dar solución a nuevas situaciones problema.

- Comunicación matemática: Se refiere a la capacidad de expresar tus ideas, interpretar, representar, usar diferentes tipos de lenguaje, describir relaciones. Relacionar materiales físicos y diagramas con ideas matemáticas. Modelar usando lenguaje escrito, oral, concreto, pictórico, gráfico y algebraico. Manipular proposiciones y expresiones que contengan símbolos y fórmulas, utilizar variables y construir argumentaciones orales y escritas.

Para este ciclo 4, desarrollarás niveles específicos de cada una de las competencias de acuerdo con los conceptos y contenidos a trabajar.

1. NIVELES DE COMPETENCIA:

Conocimientos matemáticos: Identificarás modelos y aplica el reconocimiento del modelo para razonar matemáticamente.
Situaciones problema: Representarás y analizarás situaciones y estructuras matemáticas usando representaciones algebraicas.
Comunicación matemática: Argumentarás los componentes cuantitativos que se encuentran en problemas verbales.

2. CONCEPTOS Y CONTENIDOS:

NÚMERO:

- **Números Reales**: Representación en la recta numérica, operaciones básicas, problemas e intervalos.

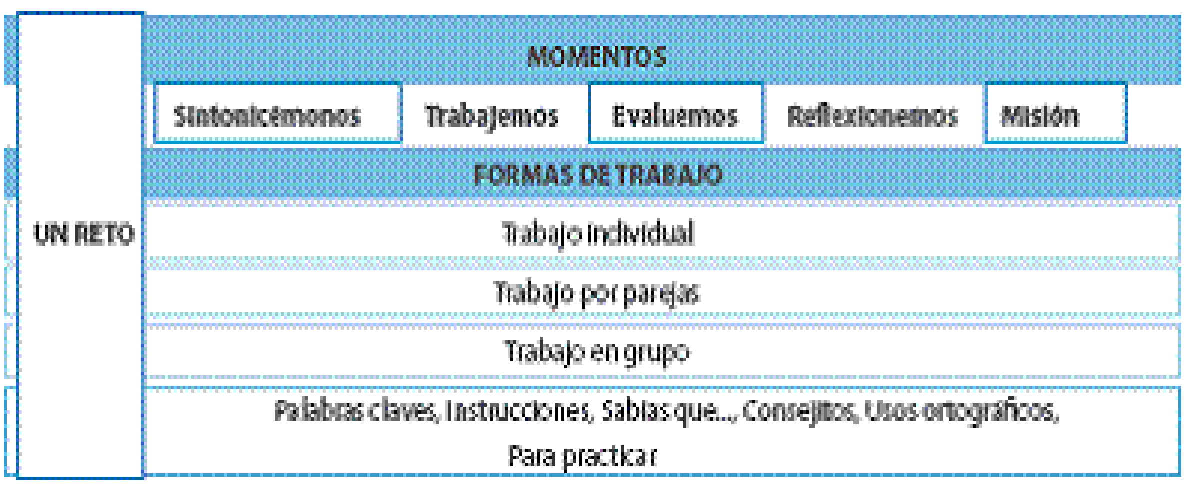
SISTEMAS DE MEDICIÓN:

- **Unidades de medida**: Longitud, área, volumen, capacidad, tiempo, conversión de algunas medidas.

EXPRESIONES ALGEBRAICAS:

- **Polinomios**: Álgebra de polinomios, productos notables, factorización de polinomios. Ecuaciones lineales, ecuaciones cuadráticas e inecuaciones.

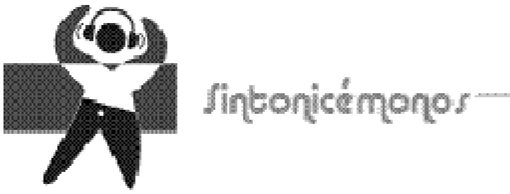
En cada guía encontrarás:



¡¡¡BIENVENIDO (A)!!!

CONVENCIONES

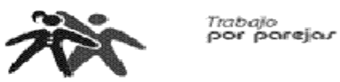
Para el desarrollo y comprensión de las guías debes tener en cuenta las diferentes actividades a realizar, identificadas con las siguientes convenciones:



Conoces en qué consisten las actividades del día y realizas los ejercicios que te ayudarán a ubicarte en la sesión

Empiezas a buscar e indagar nuevos conocimientos, habilidades, destrezas y actitudes.

Realizas actividades y ejercicios individuales para fortalecer tus conocimientos, habilidades, destrezas y actitudes.



Asumen responsabilidades con otro compañero de tal manera que las desarrollen juntos.

Consolidar un equipo de trabajo, integrarse a él y establecer roles y responsabilidades para realizar actividades coordinadas con otros

Revisas si realmente realizaste individualmente y como equipo, un buen trabajo que permitió el reto del día.

Reflexionas sobre lo trabajado en el día y buscas el uso práctico en la vida cotidiana.

Asumes la responsabilidad de realizar consultas, averiguaciones, trabajos, actividades que buscan fortalecer lo desarrollado en la sesión del día o que te servirá para preparar el siguiente encuentro.

Tus compañeros de viaje

Hola quiero presentarme y presentarte a mis amigos, ella es **Killa**, él es **Carlos** y yo soy **Mavin**, te acompañaremos todos los días y juntos aprenderemos a vivir mejor.

Guía No. 1

RETO

Te retamos a que identifiques la aplicación de algunos conjuntos numéricos (Naturales y Enteros) en distintos contextos a la vez que refuerces mediante la práctica la parte operativa de los mismos.

Sintonicémonos

PALABRAS CLAVES:

Números Naturales: Suma, resta, multiplicación y división.

Números Enteros: Suma, resta, multiplicación y división.

Realiza tu lectura silenciosa durante 15 minutos. Luego, toma nota de la agenda del día que te indicará el tutor (a).

Ahora, lee la siguiente situación:

Miguel es un joven de 20 años que siempre ha vivido con su mamá. Desde niño le ha gustado la independencia. Empezó siendo ahorrativo con el dinero ya que se siente muy bien ayudándole a su mamá con algunos gastos de la casa en parte como recompensa por todo lo que ha hecho por él. Además quiere continuar con sus estudios y empezar a tener sus propias cosas.

Ahora, presta dinero a personas conocidas para sacarlas de apuros. Reconoce que ha sido un poco desordenado con sus cuentas así que decide aplicar o diseñar un método práctico y sencillo para empezar a controlar un poco más sus movimientos de dinero.

Estudia algunos tips que te guiarán para que ayudes a Miguel a organizar sus cuentas, las cuales conocerás a lo largo de la guía.

Inicialmente, Miguel debe saber contar.

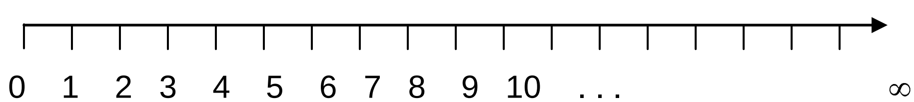
Trabajemos

- ¿Cómo se llama el conjunto numérico cuyos elementos utilizas para contar? *Pista:* Este conjunto numérico se representa con el símbolo $I\!N$. Aunque generalmente no empiezas a contar desde el cero, este número también pertenece a esta conjunto, $0 \in I\!N$. (Νατυραλεσ)

$$I\!N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, ...\}$$

Como puedes notar este conjunto tiene un primer elemento, ¿Cuál es?
Habla un poco acerca del último elemento de esta conjunto. *Pista:* ∞.

Dichos números se representan gráficamente por una semirrecta de origen 0, a partir del cual se transportan segmentos iguales, denominados segmentos unidad. De este modo se determinan los puntos que corresponden a cada número de la sucesión fundamental de este conjunto numérico. A cada uno de estos números le corresponde uno y sólo un punto de la recta numérica.



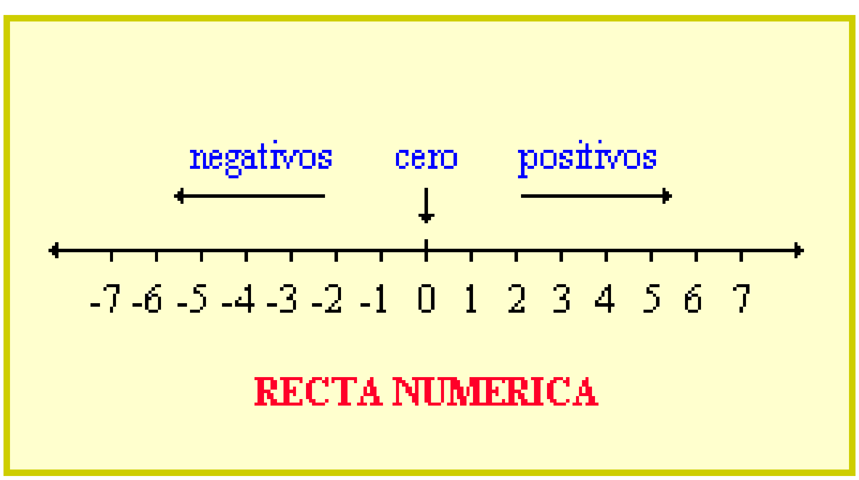
Como en todo conjunto numérico, existe un orden. Si observas la ubicación de dos números cualesquiera en la recta numérica, aprecias que uno está más a la derecha que el otro. Por ejemplo: Si observas la ubicación de los números 2 y 7 en la recta numérica, aprecias que el 7 está más a la derecha que el 2, por lo tanto se concluye que:
8 es mayor que 3; de manera simbólica se escribe: $8 > 3$.
O también, 3 es menor que 8; de manera simbólica se escribe $3 < 8$.

¡Es tu turno! Describe la relación que existe entre la cantidad de dinero que tenía Miguel al comienzo del mes: $345.100 y la cantidad de dinero que tenía al finalizar el mes: $345.050. Utiliza los símbolos < y > para resumir tu descripción.

Ahora, puedes indicar si un objeto se encuentra a la derecha o izquierda de un punto de referencia, puedes indicar con un signo **+** si el objeto está hacia la derecha del punto de referencia y con un signo **–** si el objeto se ubica hacia la izquierda. En este sentido el punto de referencia es el número cero y los objetos son números. De esta forma obtienes dos conjuntos:

1. El conjunto de números positivos, Z^+
2. El conjunto de números negativos, Z^-

Gráficamente en la recta numérica la representación de este conjunto es[1]:



Realiza un cuadro resumen en donde expongas las relaciones, diferencias y semejanzas, si existen, de estos dos conjuntos numéricos.

> ***Consejitos…***
> Para esta comparación, ten en cuenta: Primer y último elemento del conjunto, contenencias, subconjuntos y ubicación en la recta numérica.

Pista:

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$

Con los elementos de estos conjuntos numéricos, ¿Podremos ayudarle a Miguel? ¿Cómo?
Υβιχανδο λασ χαντιδαδεσ δε φορμα α δεχυαδα χομο εν λα ρεχτα νυμ⌈ριχα.

Nota: Es lenguaje griego es el que aparece en el cuadro de diálogo anterior.

Analiza detenidamente la siguiente estructura que se utiliza para registrar, en forma ordenada, las operaciones que diariamente realiza una empresa, pero que te puede ser de mucha utilidad para ayudar a Miguel a organizar sus cuentas.

Debe	Haber
Aquí empiezan y aumentan + *Saldo Débito*	*Aquí disminuyen y se cancelan* -

En la casilla de *Debe*, se registran los valores de entrada y en la casilla de *Haber* se registran los valores de salida. En el caso de Miguel las entradas son los cantidades de dinero que recibe y las salidas son las cantidades de dinero que presta o gasta. Por ejemplo: Al comienzo Miguel prestó $24.000 y recibió $32.000 por una maqueta que elaboró y $10,000 de una apuesta que le ganó a su primo. Luego puedes organizar esta información así:

Debe	Haber
$32,000 $10,000	$24,000
$42,000	$24,000
$18,000	

Así, el dinero con el que quedó Miguel fue:

$42.000 - $24.000 = $18.000

Sabias que….
El **saldo** de una cuenta es la diferencia entre los valores registrados en la columna del *Debe* y los valores registrados en la columna del *Haber*.

Organiza la siguiente información sobre el movimiento que tuvo el dinero de Miguel en la estructura anterior:

Luis, un amigo de Miguel le abono a la deuda $14.000, al igual que su prima que le abono $95.000 a la deuda. Miguel tuvo que pagar el recibo del teléfono, el cual llegó por $75.000 y compró un pantalón que le costó $43.000. Elaboro una maqueta sobre contaminación ambiental por la cual cobró $60.000 y le ayudo a su mamá con $25.000 para el pago de una cita médica. Luego, se comprometió con su tío a prestarle $120.000 al finalizar la semana.

Si realizas los cálculos apropiados notarás que Miguel recibió $169.000 de los cuales gasto $143.000. Así que tiene $26.000.

Al momento de comprometerse con su tío al prestarle el dinero Miguel no había realizado ningún cálculo y lo peor es que no podía quedarle mal a su tío. Así que miro cuanto dinero le hacia falta para prestarle a su tío y salió en busca de quien le prestará esta cantidad. ¿Qué cantidad de dinero tuvo que pedir prestada Miguel? $94,000

Ya Miguel había solucionado el problema, un compañero de estudio le había prestado el dinero. Pero, venía un inconveniente, Miguel no sabe como registrar esto en sus cuentas. Sabe que debe este dinero, pero ¿Cómo representar lo que debe?

Hasta el momento, así va la estructura:

Debe	**Haber**
$169,000	$143,000
$26,000	
	$120,000

Para representar su deuda en esta estructura, llamada **cuenta T** debido a su forma, Miguel podría hacer lo siguiente:

Colocar la cantidad de dinero que debe en la columna del *Haber*, es decir, el *saldo Crédito*, así estando es esta columna este valor, entenderá que no tiene esta cantidad sino que la debe.

Debe	**Haber**
$169,000	$143,000
$26,000	
	$120,000
	$94,000

La preocupación de Carlos es entendible, Miguel podría confundirse de columna al colocar la cantidad de dinero.

Analiza, el procedimiento natural a seguir es:

($169.000 - $143.000) – ($120.000) = $26.000 - $120.000

Relaciona de esta forma: Miguel tiene $26.000 y “debe” $120.000, entonces paga con lo que tiene y queda debiendo $ 94.000. Así el símbolo - representa las deudas y el símbolo + es lo que tiene.

Luego, $26.000 - $120.000 = -$94.000

Consejitos…
Al sumar números enteros debes tener en cuenta que los signos ubicados dentro de los paréntesis indica si el número es positivo o negativo, en cambio el signo + o - ubicado fuera del paréntesis indica la operación suma o resta según el caso.

Con un compañero o compañera, lee atentamente las siguientes frases:

1. Nunca digas no.
2. Nunca digas si.
3. Siempre di no.
4. Siempre di si.

Ahora, escribe en tu cuaderno que quiere decir cada frase, es decir, cual es su significado.

La segunda frase quiere decir que siempre debo decir no. Pero … noto que hay una negación (nunca) y una afirmación (si) en la frase y su significado es negativo.

Pues, Killa tiene razón. El afirmar y negar en la misma frase el resultado siempre será la negación. Haz el intento con otras frases.

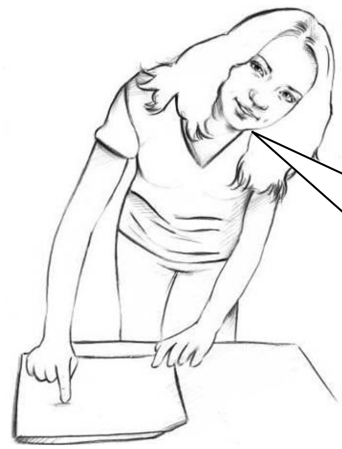
Luego, realiza el mismo análisis con las otras tres frases y utilizando la relación de que la afirmación se representa con el símbolo + y la negación con el símbolo -, completa la siguiente tabla. *El resultado te será muy útil.*

FRASE			RESULTADO
1			+
2	-	+	-
3		-	
4	+		

Sabias que….
La tabla que acabas de completar es la famosa **ley de los signos** (multiplicar signos). Es decir, al multiplicar signos diferentes obtienes – y al multiplicar signos iguales obtienes +.

Pon en práctica los resultados de la tabla anterior. Vas a realizar la siguiente multiplicación entre dos números enteros. Ocho multiplicado por menos cinco.

$$8\,(-5) = ?$$



En este caso Killa multiplicó dos números enteros, pero si tienes más de dos términos puedes utilizar el mismo procedimiento, es decir, multiplicas primero los signos y luego los números. Al mismo tiempo puedes combinarlos con la adición y sustracción. Analiza el desarrollo del siguiente ejercicio:

$$\{(2 - 8 + 2)\,[\,(10 + 3 - 22)(5 - 7)\,]\}$$

$$= \{(-4)\,[\,(-9)\,(-2)\,]\}$$

$$= -4\,(18)$$

$$= -72$$

> ***Consejitos…***
> Cuando vayas a resolver ejercicios donde se involucren los signos de agrupación: Corchetes {}, llaves [ ], y paréntesis ( ), debes desarrollar primero las operaciones que se encuentren dentro del ( ), luego las de las [ ] y por último la de los { }. Recuerda que los espacios entre estos signos indican multiplicación.

Ahora, la ley de los signos también te será muy útil al dividir dos o más números enteros. Por ejemplo, al dividir -144 entre 12 lo primero que debes hacer es aplicar la ley de los signos, 144 es negativo(-) y 12 es positivo (+), luego -.+ = - y finalmente 144 ÷ 12 = 12, así -144 ÷ 12 = - 12.

Ahora, analiza el proceso realizado en el desarrollo del siguiente ejercicio e identifica los errores y escribe la corrección en tu cuaderno.

$$(-49 \div -7)\ \{[[12 \div [(-4)(-2)]] + 6(-4+6)]+(-2-5)\}$$

$$= \quad (-7)\ \{[[12 \div (-6)] + 6(2)] + (-10)\}$$

$$= \quad (-7)\ \{[(2) + 12] + (-10)\}$$

$$= \quad (-7)\ \{[\ 14] + (-10)\}$$

$$= \quad (-7)\ \{-4\} = 28$$

I PARTE: La siguiente tabla muestra los movimientos de dinero que tuvo Miguel durante dos semanas. Realiza los siguientes pasos:

1. Analiza detalladamente la siguiente tabla:

	LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	SÁBADO	DOMINGO
1ª SEMANA	$23.000		-$124.000	-$13.000	$32.000		$15.000
	-$5.600	$11.000	$35.000				-$20.000
	-$2.000		$12.000				
			-$4.000				
2ª SEMANA	LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	SÁBADO	DOMINGO
	-$30.000	$36.500	-$40.000			-$57.600	$127.000
	$120.000					$25.000	

2. Crea una posible situación en la cual corrobore los datos consignados en la tabla, es decir, en que pudo gastar el dinero y que hizo para recibir dinero.

3. Elabora una cuenta T para cada semana, donde halles el saldo débito y saldo crédito.

4. Relaciona cada día de la primera semana con los de la segunda e identifica en cual Miguel tuvo mayor y menor saldo débito y crédito.

5. Compara la cantidad de dinero que gasto Miguel durante las dos semanas con la cantidad de dinero que Miguel recibió en el mismo tiempo.

6. Reorganiza la situación tal que la cantidad de dinero que Miguel gasto sea la misma cantidad de dinero que Miguel recibió en las dos semanas.

II PARTE: Encuentra el número entero o números enteros que debe reemplazar al dibujo para que se cumpla la igualdad o desigualdad.

> ***Sabias que….***
> Para verificar una igualdad el resultado de la operación antes del igual debe ser igual a el resultado de la operación después del igual. En la desigualdad debes mirar el resultado a ambos lados del símbolo < ó > según el caso.

7. 100 ÷ ☺ = -30 + 10

8. 34(-2) = ☺ - 50

9. ☺ - 43 > 0

10. 58 – 72 = ☺(2)

11. 100 + (-36) = (-8)☺

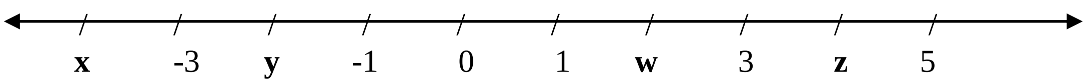
12. ☺ ÷ (-11) = [(34 – 45) + (-48 ÷ 2)] + 156

En esta guía has trabajo con los conjuntos numéricos: Naturales y Enteros. Has visto su aplicabilidad en la cotidianeidad, es más, pudiste ayudar a Miguel con sus cuentas y encontrar una forma de organización que puedes poner en práctica.

Estos conjuntos tienen elementos en común, pero hay uno en especial que muy pocas veces lo utilizas y cuando lo haces debes tener mucho cuidado.

… ¡Exactamente! Es el número cero, 0. Analiza que sucede al adicionar, restar, multiplicar y dividir un número natural y un número entero por este número. Luego, argumenta en que momentos o situaciones de tu vida haces uso de este número.

1. Resuelve en tu cuaderno: En la siguiente recta numérica: x, y, w y z son números enteros. Evalúa cuál de las afirmaciones es verdadera y fundamenta:

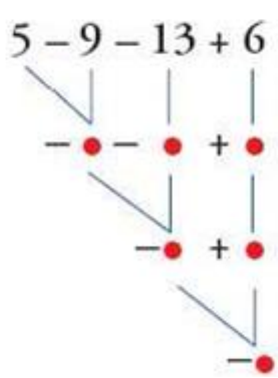


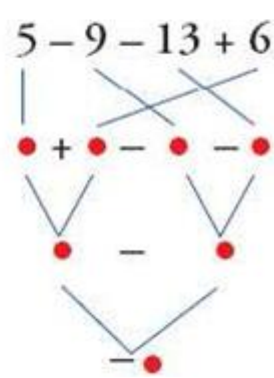
$x \cdot y = z + z$	$x - y < w \cdot (-1)$	$z + w = 2 \cdot w$

2. Asocia un número a cada enunciado justificando la elección:

a. Miguel subió del sótano del edificio donde vive al segundo piso.
b. Ayer la temperatura bajó de 24ºC a 14ºC.
c. Cuando Miguel empezó a prestar dinero tenía $546.000 y ahora tiene $960.000.
d. Ha amanecido a dos grados bajo cero y ahora, a mediodía, tenemos 3ºC.

3. Copia, sustituyendo cada punto por un número y analiza el resultado.





4.Expresa con un número los saltos de una escalera[2].

5. Ordena de forma ascendente, es decir, de menor a mayor los siguientes elementos del conjunto:

B = {6, -9, 0 , -3, 4, -13, -10, 7, 1, -1, 2, -8}

6. Observa las siguientes formas:

$b^{n} = a$ con,

b	La base
n	El exponente
a	La potencia

$\sqrt[n]{a} = b$ con,

n	El índice
a	La cantidad subradical
b	La raíz

Luego, analiza y justifica los resultados de los siguientes enunciados:

- La base es un número entero negativo y el exponente es un número entero positivo par.
- La base es un número entero negativo y el exponente es un número positivo impar.
- La base es un número entero positivo y el exponente es un número entero negativo.
- Índice: Número entero par; cantidad subradical: Número entero negativo.
- Índice: Número entero impar; cantidad subradical: Número entero negativo.

Para practicar….
Para que puedas operar con estos conjuntos numéricos de forma rápida y sencilla debes conocer ciertas reglas que solamente adquieres con la práctica. ¡Inténtalo!

Fraccionando

Guía No. 2

RETO
En ocasiones te ves en la tarea de querer o tener que hacer una repartición entre los que te rodean. Tu reto es desarrollar técnicas o procedimientos mediante la operatividad entre números racionales que te faciliten esta tarea y la puedas desarrollar de forma correcta y equitativa.

Sintonicémonos

PALABRAS CLAVES:
Números Racionales: Suma, resta, multiplicación y división. **Números Irracionales:** Generalidades

Toma tu libro y realiza la lectura silenciosa durante 15 minutos. Al terminar pon atención a la agenda que te va a indicar el tutor (a). Ten a la mano la solución de la misión de la sesión anterior ya que te será de mucha ayuda en el desarrollo y comprensión de esta guía.

Luego, lee cuidadosamente la siguiente situación y trata de resolver la pregunta:

Una tortuga de tierra hace su recorrido habitual dentro de un parque de la siguiente manera: el primer día recorre la mitad del trayecto; el segundo día recorre la mitad del trayecto que le queda; y de ahí en adelante, cada día recorre la mitad de lo que le queda. ¿En cuántos días hace todo el recorrido?

Nunca acabaría el recorrido

A lo largo de la guía encontrarás herramientas que te ayudarán a verificar la respuesta a la pregunta anterior.

Trabajemos

Revisa la solución del enunciado de la misión anterior que dice:

- La base es un número entero positivo y el exponente es un número entero negativo.

Escoge de base el número entero 3 y como exponente el número entero -2, por lo tanto tienes que resolver 2^{-3} = ? He aquí presente una dificultad que surge al trabajar potenciación con números enteros negativos.

Para que puedas solucionar este tipo de ejercicios puedes hacer uso de un conjunto numérico conocido comúnmente como fraccionarios ya que por definición se tiene que:

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{8}$$

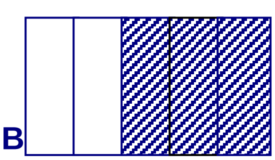
En general se tiene que para cualesquier números enteros *a* y *b*:

$$a^{-b} = \frac{1}{a^b} \text{ y } \frac{1}{a^{-b}} = a^b.$$

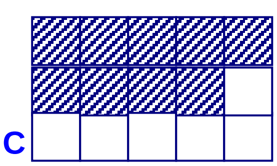
Ahora, observa las siguientes figuras:

A

B



C



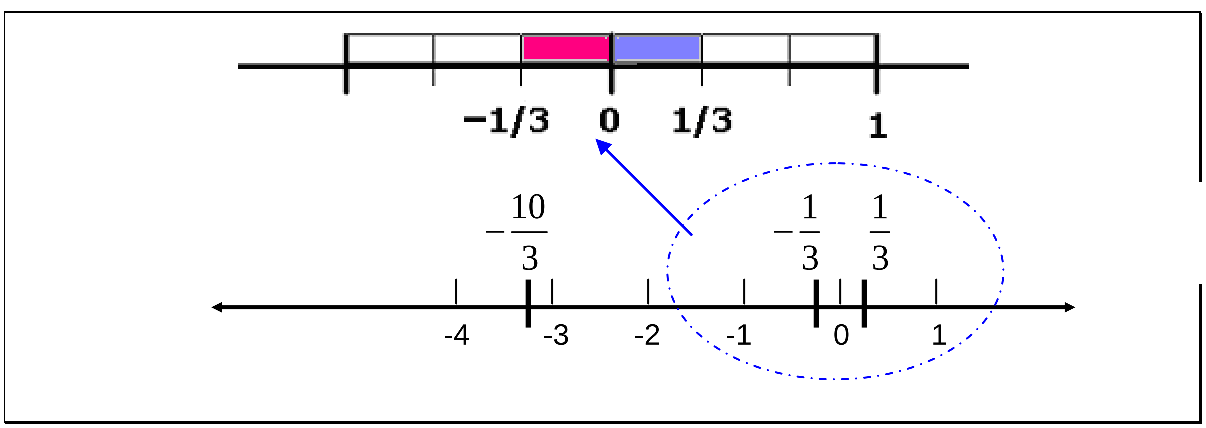
1 $\qquad\qquad$ $\frac{3}{5}$ $\qquad\qquad$ $\frac{9}{15}$

Estas figuras pueden representar un objeto que tiene forma rectangular (una panela, una tableta de chocolate, una regla, etc…). Las tres representan el mismo objeto, pero la A, representa una unidad total, el objeto completo. La B representa la fracción $\frac{3}{5}$ del mismo objeto, porque están sombradas 3 partes de 5 partes iguales. La C, representa la fracción $\frac{9}{15}$ porque están sombreadas 9 partes de 15 partes iguales.

Ahora, recuerda el nombre del conjunto numérico cuyos elementos son de este tipo de números. ¿Cómo lo simbolizas?
Como puedes notar, cada elemento de este conjunto consta de dos números. ¿Qué nombren reciben y exactamente que representan?

Seguramente, estos números los conoces como números fraccionarios, los cuales al igual que los naturales y los enteros puedes ubicarlos en la recta numérica. Para lo cual debes tener en cuenta:

- El signo de la fracción.
- El denominador indica en cuántas partes iguales debes dividir un segmento de unidad iniciando siempre en el 0.
- El numerador te indica cuantas partes de las que dividiste la unidad debes tomar.
- Por ejemplo, observa la ubicación de las fracciones $\frac{1}{3}$ y $\frac{-1}{3}$



Ahora, vas a dibujar en tu cuaderno la recta numérica. Ubica los puntos que representan los números 0 y 1, tratando de que haya un espacio considerable entre los puntos. Vas a suponer que este espacio es el recorrido habitual que realiza la tortuga. Luego vas a representar el recorrido que realiza el primer día indicando que fracción del recorrido total representa.

Consejitos…
La expresión *a* ÷ *b* denota el resultado de dividir *a* por *b* lo cual también se escribe $\frac{a}{b}$, es decir, $a \div b = \frac{a}{b}$.
¡Importante! La división por cero no está definida, es decir, "*a* dividido en 0" no tiene sentido matemático.

Ayer en la mañana la tortuga recorrió la mitad del recorrido del parque a la calle y en la tarde recorrió una cuarta parte más. Entonces, ¿Cuál fue el recorrido total realizado ayer por la tortuga?

Así, en la mañana recorrió un medio, $\frac{1}{2}$ del recorrido y en la tarde un cuarto más, $\frac{1}{4}$, luego para saber el recorrido total debes sumar el recorrido de la mañana más el de la tarde, es decir,

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = ?$$

Recuerda…

- Para realizar la operación $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ tomas los respectivos denominadores y se descomponen simultáneamente en sus factores primos

2	4	**2**
1	2	**2**
	1	

Se multiplican los números primos y se multiplican entre si, para este caso

2 x 2 = 4

- El mínimo común múltiplo entre 2 y 4 es 4 , MCM (2,4) = 4, luego divides el MCM entre cada uno de los denominadores y el resultado lo multiplicas por el correspondiente numerador, por lo tanto obtienes:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{1\times 2}{2\times 2} + \frac{1\times 1}{4\times 1}$$

- Luego, realizas las operaciones correspondientes:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{1\times 2}{2\times 2} + \frac{1\times 1}{4\times 1} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4}$$

- Como los dos sumandos son homogéneos, es decir, tienen el mismo denominador, entonces se suma numerador con numerador y denominador con denominador.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{1\times 2}{2\times 2} + \frac{1\times 1}{4\times 1} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

De esta forma, ayer la tortuga recorrió $\frac{3}{4}$ de su trayecto habitual.

Ahora, representa en una recta numérica el recorrido realizado por la tortuga ayer.

Cierto día de la semana anterior la tortuga recorrió la mitad de su trayecto. Compara el total de recorrido realizado por la tortuga la semana pasada y ayer y responde las siguientes preguntas. En seguida encontrarás algunas pistas: ¿Cuál fue la diferencia del recorrido entre los dos días? ¿Qué día recorrió más?

Primero debes saber que día recorrió más. Para esto, puedes ubicar los recorridos totales sobre la recta numérica, $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{4}$, el número que se encuentre más lejos del 0 es mayor. También existe otra forma de averiguar cual es el número mayor, este procedimiento consiste en multiplicar el numerador de una fracción con el denominador de la otra fracción, repites este procedo con los otros números de la fracción, luego comparas los resultados y el de mayor producto, la fracción correspondiente es mayor. Observa el siguiente ejemplo, vas a comparar las fracciones $\frac{4}{7}$ y $\frac{6}{5}$:

$$\frac{4}{7} \times \frac{6}{5}$$

20 42, es decir,

20 < 42, con lo que se concluye que

$$\frac{4}{7} < \frac{6}{5}$$

Luego para encontrar la diferencia de recorridos, debes tener en cuenta que el minuendo es el número mayor que identificaste anteriormente.
Para realizar esta diferencia o resta, el procedimiento a seguir es el mismo que en la suma, solo que debes estar atento en el signo ya que ahora vas a restar.

Es decir que si por ejemplo tengo que resolver $\frac{1}{2}$ - $\frac{1}{4}$ el procedimiento queda idéntico al que ya realizamos excepto que ya no coloco + sino -.

Para multiplicar estos números, sencillamente multiplicas numerador con numerador y denominador con denominador, aunque no debes olvidar multiplicar también los signos. Ejemplo:

$$\frac{-7}{6} \times \frac{10}{9} = \frac{-70}{54} = \frac{-35}{27}$$

Para dividir estos números puedes realizar una multiplicación en cruz, o convertir la división en multiplicación invirtiendo el segundo Racional (divisor), es decir, se cambian de lugar entre sí el numerador y el denominador. Por ejemplo:

$$-\frac{7}{6} \div \frac{10}{9} = -\frac{63}{60} = -\frac{21}{20}$$

Otra forma de notación es:

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \cdot d}{b \cdot d}$$

Ahora, halla e indica en la recta numérica la fracción que recorre la tortuga en los primeros 5 días, sabiendo que el primero recorrió $\frac{1}{2}$ del trayecto.

En general los números Racionales o fraccionarios son de la forma $\frac{a}{b}$ donde *a* y *b* son números enteros y *b* es diferente de cero. Es decir,

$$Q = \{\frac{a}{b} \mid a,b \in Z \wedge b \neq 0\}$$

Sabias que….
Al escribir en lenguaje matemático haces uso de muchos símbolos. Algunos de ellos son:

|: Representa *tal que* o *tales que*.
$\in$: Representa *pertenece*.
Q: Representa *Números Racionales*.
Z: Representa *Números Enteros*.
$\wedge$: Representa y.
$\neq$: Representa *diferente*.

Ahora, como pudiste notar tanto el numerador como el denominador de estas fracciones son números enteros, luego puedes realizar la división entre ellos de la siguiente forma:
Por ejemplo: Dividir 1 entre 2, -21 entre 20 y 10 entre 3.

1 ÷ 2: Como no existe un número entero que multiplicado por 2 te de 1, entonces agregas un cero a la cifra del dividendo y colocas un cero con una coma en el divisor.

$$\begin{array}{r|l} 1\ 0 & 2 \\ \hline & 0, \end{array}$$

Ahora, realizas la división común y corriente. Ten en cuenta que por cada cero que coloques en el dividendo debes colocar uno en el divisor.

$$\begin{array}{r|l} 1\ 0 & 2 \\ \hline 0 & 0,\ 5 \end{array}$$

Luego, 1 divido en 2 es 0,5.

Así, la ubicación en la recta numérica de $\frac{1}{2}$ y 0,5 es la misma.

Ahora. **-21 ÷ 20:** Primero multiplicas los signos, +.- = -,luego el resultado es negativo y empiezas a desarrollar la división:

$$\begin{array}{r|l} 2\ 1 & 2\ 0 \\ \hline 1 & 1 \end{array}$$

Luego para seguir con el proceso, agregas un cero al dividendo y por consiguiente colocas una coma en el divisor.

```
2 1       | 2 0
  1 0 0     1, 0 5
      0
```

De esta forma, -21 ÷ 20 = -1,05

Y finalmente, **10 ÷ 3:**

```
1 0         | 3
  1 0       | 3, 3 3 3 …
    1 0     |
      1 0   |
        .   |
          .
            .
```

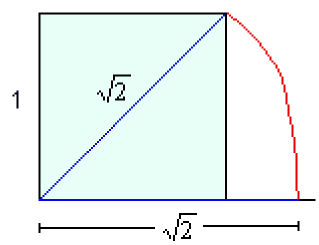
Luego, 10 ÷ 3 = 3,333… Como notas las cifras decimales (después de la coma) son todas iguales. En este caso puedes escribir que 10 ÷ 3 = 3,3. Es decir que 3,333… = 3,3. Esta clase de números se conocen como **números decimales periódicos** ya que su cifra decimal, o en algunos casos cifras decimales, decimal se repite.

TODO NÚMERO RACIONAL TIENE UNA REPRESENTACIÓN EQUIVALENTE EN NÚMERO DECIMAL EL CUAL PUEDE SER FINITO O INFINITO.

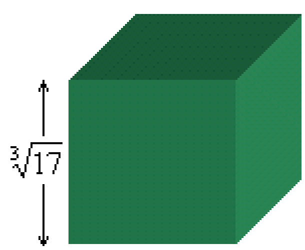
> ***Sabias que….***
> A los números cuya expresión decimal tiene infinitas cifras no periódicas se les llama **números irracionales**.

Un número irracional tiene un número ilimitado de cifras, por tanto, es imposible escribir su valor exacto.
Las raíces cuadradas no exactas de números naturales son irracionales. Así son irracionales:

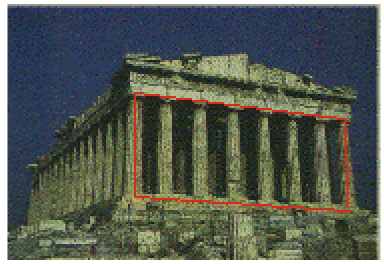
$\sqrt{2}$: Número que representa la longitud de la diagonal de un cuadrado de lado 1.



$\sqrt[3]{17}$ unidades: Representa la longitud de la arista de un cubo de volumen 17 unidades cúbicas.



$\frac{1}{2}\left(\sqrt{5}-1\right)$: Número que según los griegos era la proporción perfecta desde un punto de vista estético; por ejemplo, el rectángulo más hermoso para ellos era aquel cuyos lados estaban en dicha proporción[3].



En general, son números irracionales todas las raíces cuadradas de enteros positivos que no son cuadrado de otro entero.

Ahora reúnete con un compañero o compañera y resuelve los siguientes ejercicios con su respectivo procedimiento en tu cuaderno:

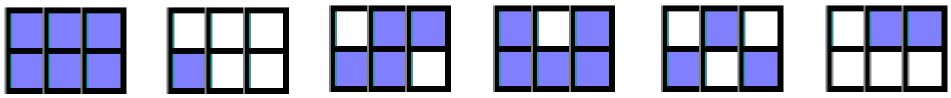
1. El parque en donde la tortuga realiza sus recorridos tiene forma rectangular. Sus medidas son $\frac{2}{3}$ Km. y $\frac{3}{4}$ Km. respectivamente.

   Realiza el dibujo identificando la medida de sus lados y luego halla el área del parque.

> ***Sabias que….***
> El **área** es la magnitud geométrica que expresa la extensión de un cuerpo en dos dimensiones: largo y ancho. Para calcular el área debes multiplicar la medida del largo por la medida del ancho.

2. Se quiere construir dos parques en un barrio aledaño al parque donde realiza los recorridos la tortuga. Uno debe doblar las medidas del parque inicial y el otro tendrá como medidas la tercera parte del parque inicial. Halla las medidas de cada uno de los parques próximos a construir y su área respectiva.

3. Si las medidas del parque inicial cambian de la siguiente forma: el largo aumenta en $\frac{4}{9}$ Km. y el ancho disminuye en $\frac{3}{8}$ Km. ¿Cuáles son las medidas de los lados de este nuevo parque?
4. De acuerdo con la siguiente figura, escribe la fracción que representa cada rectángulo, luego calcula la suma de todas y por último representa cada una de las fracciones en la recta numérica.



Encuentra la representación decimal de cada una de las fracciones expuestas y encontradas en los enunciados de la evaluación identificando si es finita o infinita, periódica o no periódica. No olvides también ubicarlos en la recta numérica.

Luego responde: ¿Qué relación encuentras en la representación de fracciones en las figuras geométricas y la recta numérica?

Reflexionemos

Todo número entero es un número racional, es decir, el conjunto de los números enteros es subconjunto del conjunto de los números racionales y escribimos:

$$\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$$

¿Se tendrá lo recíproco?, es decir, ¿Todo número racional es un número entero?

Responde esta pregunta y confirma porque se afirma que todo número entero es un número racional.

Ahora, ya puedes saber cuántos días demora la tortuga en realizar su recorrido.

Misión

Resuelve en una hoja que irá al portafolio en el apartado correspondiente los siguientes ejercicios:

1. $1-\frac{8}{3}\cdot\frac{-3}{4}-\left\{2-\left[\frac{3}{4}-1+\frac{2}{5}\left(-10+\frac{15}{4}\right)-1\right]\right\}$

2. $$\frac{\frac{-3}{2}\cdot 2-3}{3-2\div\left(1+\frac{1}{4}\right)}$$

3. Claudia compró cuatro cajas de huevos, cada una de las cuales contiene 30 huevos. Al abrir una de las cajas, encontró que la tercera parte estaban rotos. ¿Qué fracción del total de los huevos corresponde a los rotos?

4. Las siguientes fracciones son equivalentes. Encuentra el valor de x que hace que lo sean.

a) $\frac{3}{12}=\frac{x}{24}$

b) $-\frac{8}{12}=\frac{40}{x}$

c) $\frac{32}{28}=-\frac{x}{56}$

5. Reemplaza en la interrogación el signo < , o , > según corresponda:

a) $\frac{1}{11}+\frac{2}{33}\ ?\ \frac{5}{12}-\frac{21}{12}$

b) $\frac{13}{7}+\frac{15}{7}\ ?\ \frac{6}{5}+\frac{4}{15}$

c) $\frac{1}{2}-\frac{2}{4}\ ?\ \frac{3}{3}-\frac{4}{9}$

d) $\frac{3}{18}+\frac{7}{9}\ ?\ \frac{5}{25}+\frac{7}{5}+\frac{6}{50}$

6. Visita el blog del programa en www.jovenescreatics.blogspot.com y haz clic en el enlace de grupo de pensamiento lógico ubicado en la parte derecha, busca en tu ciclo el enlace *¿Qué es π?* ,y realiza el experimento e indaga sobre la historia de π.

Para practicar….

Para cualquier pareja de números racionales existe otro número racional situado entre ellos. ¡Haz la prueba, intenta con el punto medio de ellos!

Guía No. 3

RETO
Utilizando la representación de los números Reales en la recta numérica, determinarás relaciones de orden entre dos o más números reales. Así, representarás por medio de intervalos un conjunto de números con características comunes.

PALABRAS CLAVES:
Números Reales: Generalidades.
Intervalos: Unión e intersección.

Toma tu libro y realiza la lectura silenciosa durante 15 minutos. Al terminar pon atención a la agenda que te va a indicar el tutor (a).

Al final de la guía deberás justificar la siguiente afirmación:

“CUALQUIER NÚMERO ES UN NÚMERO REAL”

Recuerda los conjuntos numéricos que has trabajado hasta el momento:

Números Naturales: **N** = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6,… ∞}
Números Enteros: **Z** = {-∞…, -3, -2, -1, 0 , 1, 2, 3, …∞}

Números Racionales: **Q** = $\{\frac{a}{b} \mid a, b \in Z \wedge b \neq 0\}$

Números Irracionales: **I**, son todos aquellos que no son racionales.

En el mismo orden en que se encuentran puedes notar algunas contenencias entre ellos.

Un conjunto A, se dice que esta contenido en un conjunto B si todos los elementos que pertenecen al conjunto A pertenecen al conjunto B. Por ejemplo:

A = {2, 4, 6, 8, 10} y B = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}

Luego, como todos los elementos que pertenecen al conjunto A: 2, 4, 6, 8, 10; también están en el conjunto B, entonces **A esta contenido en B**, simbólicamente es:

$$A \subset B$$

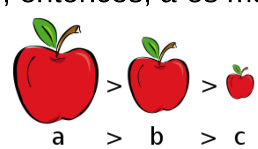
Analiza las siguientes afirmaciones con la ayuda de un compañero o compañera.

Todo número natural es un número entero, todo número entero es racional. Si un número no es racional entonces es irracional.

De esta forma se tiene las siguientes contenencias. Justifícalas en tu cuaderno:

$N \subset Z$ y $Z \subset Q$, por lo tanto $N \subset Z \subset Q$

Sabias que….
Cuando un elemento está relacionado con otro, y ese otro a su vez se relaciona con un tercero, entonces el primero está relacionado también con este último. Esto se define como **transitividad**.
Por ejemplo: Si *a* es mayor que *b*, y *b* es mayor que *c*, entonces, *a* es mayor que *c*.



Un número o es racional o es irracional. De esta afirmación se tiene que:

Un número cualquiera, *a* pertenece al conjunto de los números racionales o pertenece al conjunto de los números irracionales. En símbolos matemáticos:

$$a \in (Q \cup I)$$

La unión de estos dos conjuntos numéricos se denomina el conjunto de los **Números Reales**, representado por la letra **R**.

En las sesiones anteriores estudiaste de forma detallada las generalidades de cada uno de estos conjuntos numéricos. Te restaría trabajar el orden en los números reales.

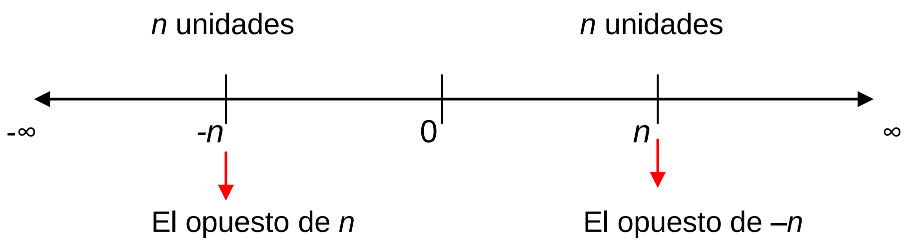
Para esto, reúnete con un compañero o compañera y discute sobre los siguientes numerales:

1. Te piden comparar dos compañeras para que señales la más alta. ¿En cuál de las siguientes situaciones te resultará más sencillo cumplir lo pedido?
a. Cuando tus compañeras están mezcladas al azar con el resto de tus compañeros y compañeras.
b. Cuando tus compañeras están en una fila.

2. Te piden ordenar de menor a mayor los elementos de las siguientes columnas. Por cada columna correctamente ordenada te darán un premio y te advertirán que seguramente no habrá tiempo para ordenarlas todas. ¿Cuál escoges primero? ¿Cuál de segunda? ¿Por qué?

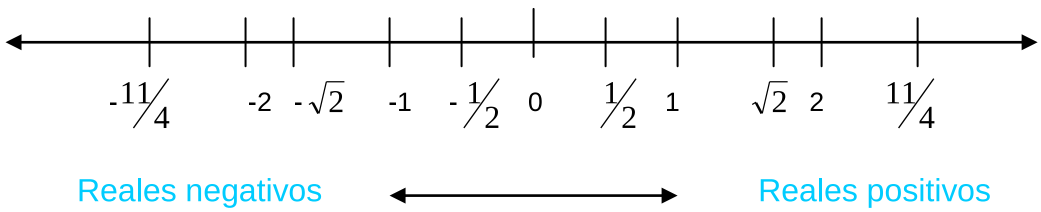
A	B	C	D	E
$\frac{2}{3}$	0,2	15	-67	$-2\sqrt{3}$
$\frac{1}{2}$	0,25	8	7	$\sqrt{5}+1$
$\frac{5}{6}$	0,193	34	34	$-\pi$
$\frac{3}{2}$	0,31	78	-20	$\sqrt{5}-\sqrt{2}$
	0,2093	6	-234	$9\,3\sqrt{27}$

En la recta numérica puedes representar todos los conjuntos numéricos. En cada representación, los números quedan en orden creciente de izquierda a derecha.



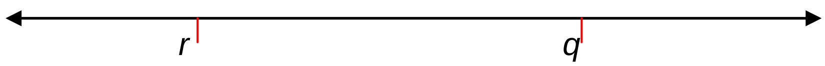
En esta recta puedes ubicar cualquier número real, es decir que <u>para cada número real hay un punto en la recta y para cada punto en la recta hay un número real.</u>

Observa algunos puntos de la recta real y los números reales correspondientes o *coordenada* de cada punto.



Puesto que en la recta real los números quedan en orden creciente de izquierda a derecha, entonces el criterio geométrico de orden es bien sencillo:

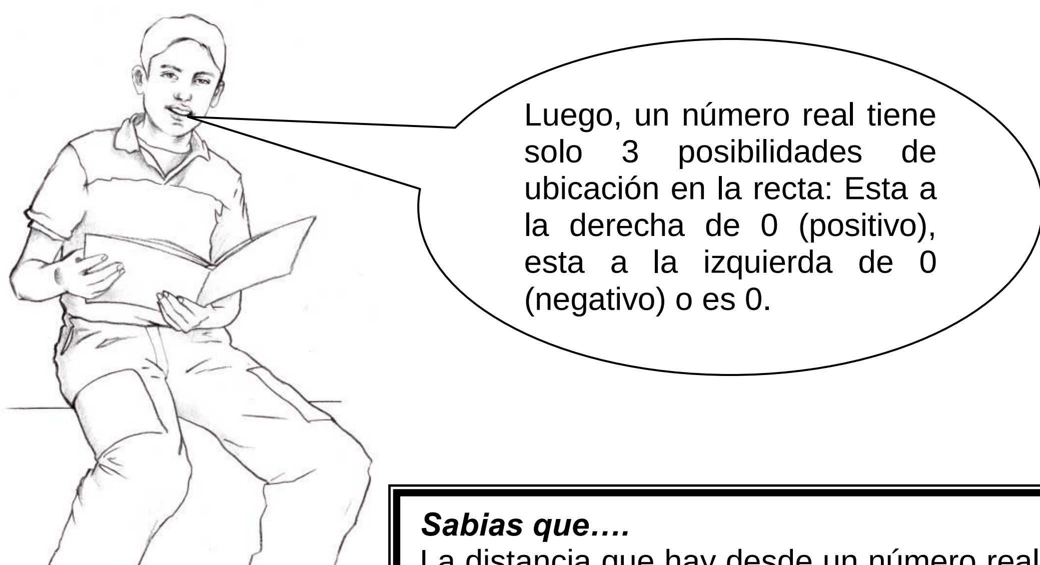
Un número real *r* es menor que otro número real *q* si en la recta numérica *r* está a la izquierda de *q*, y se denota $r < q$.



$r < q$ o también $q > r$

Nota que en esta representación no se ha colocado el cero. ¿Crees que hace falta representarlo? ¿Por qué?

Al determinar la relación entre dos números reales, generalmente te basta con conocer su signo y así determinas la posición con relación al cero en la recta.



Sabias que….
La distancia que hay desde un número real *x* hasta el cero se llama el **valor absoluto** de *x* y se denota con | x |.

Como el valor absoluto es una distancia, luego este no puede ser negativo.
Determina cual es el valor absoluto de los siguientes números y justifica el resultado:

$$-8 \quad ; \quad -2.3 \quad ; \quad 7 \quad ; \quad 0.352 \quad ; \quad -\tfrac{4}{27}$$

Consejitos…
El valor absoluto de un número positivo es el mismo número y el valor absoluto de un número negativo es su opuesto.

Ahora, escoge dos números enteros consecutivos. Escríbelos en tu cuaderno y realiza la actividad que se muestra a continuación con los números 4 y 5. Luego, busca un **número real** entre ellos.

4...5 (puedes tomar 4,5 que está entre 4 y 5)

$$4 < 4{,}5 < 5$$

Ahora, busca un número intermedio entre 4 y 4,5.

4...4,5 (puedes tomar 4,3 que está entre 4 y 4,5)

$$4 < 4{,}3 < 4{,}5$$

Ahora, busca un número intermedio entre 4 y 4,3.

4...4,3 (puedes tomar 4,1 que está entre 4 y 4,3)

$$4 < 4{,}1 < 4{,}3$$

Ahora, busca un número intermedio entre 4 y 4,1

4...4,1 (puedes tomar 4,08 que está entre 4 y 4,1)

$$4 < 4{,}08 < 4{,}1$$

Y puedes continuar así por un buen tiempo…

Seguramente te has preguntado, ¿Qué quiere decir infinito?

Lee y analiza los siguientes enunciados:

1. Infinito: El que crece indefinidamente, por ejemplo, contar las estrellas que hay en el cielo.
2. Infinito: El que disminuye por siempre; podrías ejemplificarlo con un extraño sueño en el cual quieres tocar una pared, te acercas, te das cuenta de que estás más cerca, pero nunca llegas, se lo denomina *infinitésimo.*

> ***Sabias que….***
> Tantos los Racionales como los Reales se denominan **conjuntos densos** ya que entre dos números racionales hay infinitos números racionales, y lo mismo ocurre con los reales.

Killa quiere saber cuales son los números reales mayores que 5.

Podrías caer en el error de decir que los números reales mayores a 5 son: 6, 7, 8,… ¡NO! Recuerda que entre 5 y 6 hay infinitos números reales, entre 6 y 7 hay infinitos números reales, entre 7 y 8…

Luego, no podrías decirle a Killa cuales son estos números, pero si existe una forma de representarlos llamados **Intervalos**.

(a , b) representa un intervalo, donde *a* es el extremo izquierdo y *b* es el extremo derecho.

Los intervalos pueden ser:

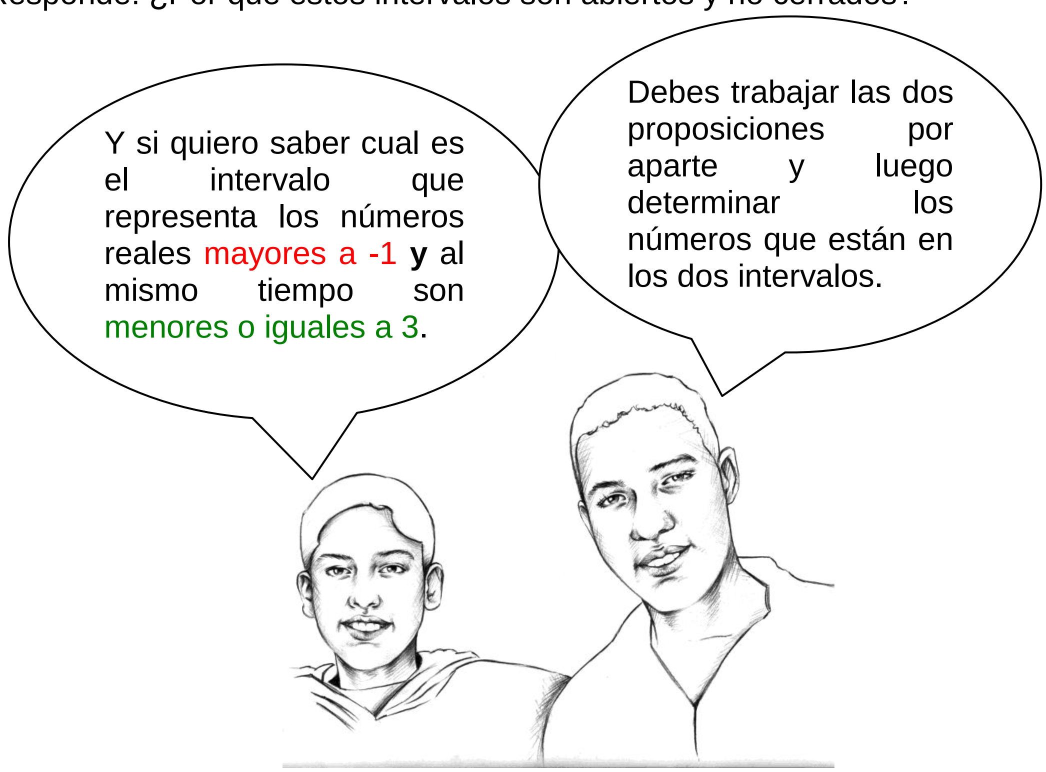
- Abiertos **( )**: Indica que no tomas los números extremos del intervalo.
- Cerrados **[ ]**: Indica que tomas los números extremos del intervalo.
- Semiabiertos **[ )**: Indica que tomas el número extremo izquierdo y no tomas el número extremo derecho. **( ]**: Indica que no tomas el número extremo izquierdo y tomas el número extremo derecho.

Para una mejor comprensión, observa el ejemplo:

Sea A = {números reales mayores que 5}, luego A = (5, ∞).

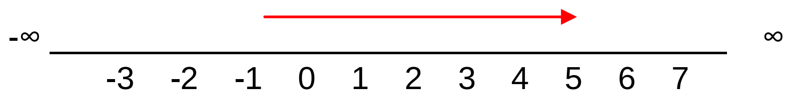
Si C = {números reales menores a 1}, entonces la representación en intervalos de este conjunto es: C = (-∞, 1)

Responde: ¿Por qué estos intervalos son abiertos y no cerrados?

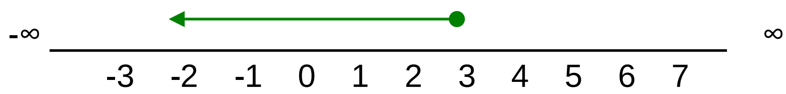


Sea B = {números reales mayores a -1 **y** menores o *iguales* a 3}

- Números reales mayores a -1: (-1 , ∞)



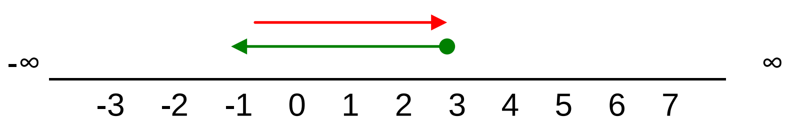
- Números reales menores o iguales a 3: (-∞ , 3]



Observa que aparece la condición ***y***, es decir los números reales escogidos deben cumplir dos condiciones: Que sean mayores a -1 y al mismo tiempo sean menores o iguales a 3.

Esta condición se denomina ***intersección***, representada por el símbolo $\cap$.

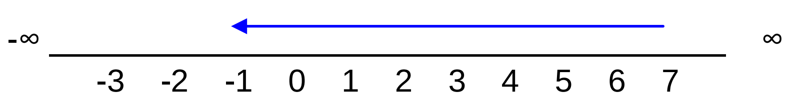
Así, B = (-∞ , 3] $\cap$ (-1 , ∞) = (-1 , 3]



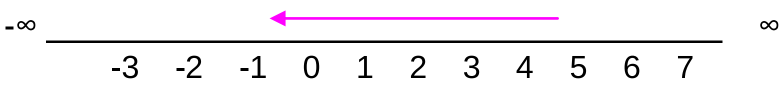
Consejitos…
Existen casos en los cuales al realizar la intersección entre dos intervalos te das cuenta que no hay números que pertenezcan a la intersección, en este caso dirás que la intersección es vacía y la notaras con el símbolo **Φ**.

Sea D = {números menores a 7 **o** números reales menores a 5}

- Números reales menores a 7: (-∞ , 7)

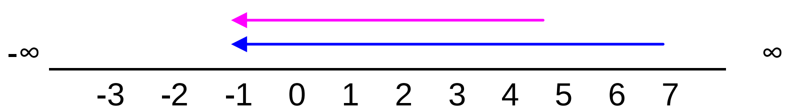


- Números reales menores a 5: $(-\infty\ ,\ 5)$



En D observas que aparece la condición **o**, es decir los números reales escogidos deben cumplir cualquiera de las dos condiciones: que sean menores a 7 o que sean menores a 5.
Esta condición se denomina ***unión**,* representada por el símbolo $\cup$.

Luego, D = $(-\infty\ ,\ 7)$ U $(-\infty\ ,\ 5)$ = $(-\infty\ ,\ 7)$



Así como la suma, resta, multiplicación,… son operaciones básicas en los números reales, la intersección $\cap$ y la unión $\cup$ son operaciones básicas entre conjuntos, en este caso intervalos que obviamente son conjuntos.

Aquí resolverás ejercicios en tu cuaderno que involucran todos los conjuntos numéricos vistos.

1. Representa los siguientes números en la recta real y establece a que conjunto numérico pertenece cada uno de ellos.

   $a.\ \ \frac{1}{2},\quad -\frac{3}{2},\quad \frac{11}{5}$

   $b.\ \ \sqrt{2},\quad \sqrt{9},\quad \sqrt{3},\quad \sqrt{5}$

   $c\ \ 0.5,\quad 0.25,\quad 0.75,\quad 0.333$

2. ¿Qué opinas de la igualdad: $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$, donde a y b son números reales positivos? Argumenta tu respuesta.

3. Ejercicios de selección múltiple con única respuesta. Escoge la respuesta correcta y justifica tu elección.

I. Los lados de un triángulo miden, $3a\sqrt{2}$, $a\sqrt{8}$, $a\sqrt{32}$ el perímetro del triángulo es:

a. $9a\sqrt{2}$

b. $9\sqrt{2}$

c. 18a

d. 18

II. Los enteros más próximos al irracional $\sqrt{10}$ son:

a. 3 y -3
b. 4 y -4
c. 5 y -5
d. 4 y 6

III. Se dispone de un terreno cuadrado cuya área es de 625 m^2 y se desea encerrar. Cuanto alambre se necesita, para darle 2 vueltas.

a. 25 metros
b. 50 metros
c. 100 metros
d. 200 metros

4. Representa gráficamente (en la recta numérica) los siguientes conjuntos:

a. A = (-∞ , -4)
b. B = (-1 , ∞)
c. C = [0 , 2)
d. D = [0 , 1]

Luego, realiza las siguientes operaciones:

- A ∪ B
- C ∩ D

Reflexionemos

Con lo visto ya podrás justificar la afirmación que aparece en el primer momento de la guía.

Luego responde,

- En el diario vivir, ¿Cuál conjunto numérico empleas con mayor frecuencia y en que situaciones?
- Con respecto al orden de los números, ¿Qué método se te facilita más para establecer la relación de orden entre dos o más números reales? ¿Por qué?

Realiza el procedimiento correspondiente para resolver los siguientes ejercicios:

1. Determina el signo que debe ir entre cada par de números (<, >, o =). Represéntalos en la recta numérica.

a. -35 ___ 12
b. -11 ___ -13
c. $-\frac{7}{9}$ ___ $-\frac{5}{6}$
d. $-\frac{9}{6}$ ___ $\frac{15}{10}$
e. |-20| ___ |20|
f. |-4| ___ -|5|
g. -|-8| ___ 8
h. |-3+9| ___ |-3| + |9|
i. |-8-46| ___ -|-8| - |-46|

2. Una pelota de caucho se deja caer desde una altura de 9 metros. Si cada vez rebota un tercio de la altura desde la cual ha caído esa vez, entonces la altura que alcanza después del quinto rebote es:

a. $\frac{1}{3}$ m
b. $\frac{1}{9}$ m
c. $\frac{1}{27}$ m
d. $\frac{1}{81}$ m

3. Ubica $\cap$ o $\cup$ según corresponda para que se cumpla la igualdad:

Sugerencia: Representa los intervalos de un numeral en la misma recta numérica.

a. (2 , 6) _____ (0 , 7) = (0 , 7)
b. (-∞ , -2) _____ (-5 , 0] = (-5 , -2)
c. (1 , 4) _____ (5 , 8) = Φ

d. $[-\frac{3}{2}, 1]$ ______ $(0, 1] = (0, 1]$

e. $(-\infty, -\frac{1}{2})$ ______ $(-2, \infty) = (-\infty, \infty)$

4. Al resolver $(-1)^{100}$ el resultado es:
   a. 1
   b. -1
   c. 100
   d. -100

5. Revisa las siguientes expresiones y concluye si son falsas o verdaderas. Debes leerlas y relacionarlas horizontalmente.

$7 + 3 = 3 + 7$ (?)	$7 - 3 = 3 - 7$ (?)	$7 + (-3) = (-3) + 7$ (?)
$10 \times 5 = 5 \times 10$ (?)	$10 \div 5 = 5 \div 10$ (?)	$10 \times \frac{1}{5} = \frac{1}{5} \times 10$ (?)
$0 + 13 = 13$ (?)	$0 - 13 = 13$ (?)	$0 + (-13) = (-13)$ (?)
$1 \times 8 = 8$ (?)	$1 \div 8 = 8$ (?)	$1 \times \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$ (?)

6. Encuentra el valor de la letra y anota el nombre de la propiedad que utilizas.
a. $6.b = 15 \times 6$
b. $(3 + b) + 9 = 3 + (11 + 9)$
c. $(-4 + 23).b = (-4).6 + (23 \times 6)$
d. $\frac{3}{5} + b = 0$
e. $(-15 + 7) + 12 = (-8) + b$

Para practicar….
El concepto de número real se originó cuando se constató la existencia de los números irracionales. Así, el conjunto de los números reales se origina como la unión del conjunto de los números racionales y el conjunto de los irracionales.

Datos desconocidos

Guía No. 4

RETO
Aplicarás el álgebra de polinomios en la solución de algunos problemas de geometría o de otra ciencia. Reducirás procedimientos convencionales al multiplicar mediante la aplicación de los productos notables.

Sintonicémonos

PALABRAS CLAVES:
Polinomios: Álgebra de polinomios, productos notables, factorización de polinomios.

Realiza tu lectura silenciosa durante 15 minutos. Al terminar, escribe en tu cuaderno la agenda del día que te indicará el tutor (a).

De esta expresión matemática:

$$3^2 + 8 - (-6)^4 \times 34$$

Responde las siguientes preguntas:

- ¿Cuál es la potencia del mayor exponente?
- ¿Cuántos sumandos tiene?
- ¿Cuántos factores tiene el tercer sumando?

Ahora, lee la situación: En una semana se registró la venta de dos clases de boletas para la entrada a un circo en el siguiente cuadro:

VENTA DE BOLETAS				
DÍA	BOLETA 1	CANTIDAD	BOLETA 2	CANTIDAD
Lunes		12		10
Miércoles	$ 6.500	20	$ 10.000	18
Viernes		40		40

Trabajemos

Se quiere saber cuanto dinero en total se recogió cada día.

- Para saber cuanto se recogió en lunes, debes efectuar la siguiente operación:

$$\underbrace{6.500 \times 12}_{\text{Boleta 1}} + \underbrace{10.000 \times 10}_{\text{Boleta 2}}$$

Realiza las operaciones a desarrollar para conocer el valor total vendido en los días miércoles y viernes.

Puedes notar que en estas tres expresiones el precio de las boletas es el mismo, es decir, se mantiene **constante**. En cambio el número de boletas vendidas cambia, es decir, es **variable**.

Luego, si quieres saber la venta de boletas de cualquier día puedes utilizar la expresión:

$$\underbrace{6.500x}_{\text{Boleta 1}} + \underbrace{10.000y}_{\text{Boleta 2}}$$

Donde *x* representa la cantidad de boletas tipo 1 vendidas y donde *y* representa la cantidad de boletas tipo 2 vendidas.

Este es un ejemplo claro de una **expresión algebraica**. Las letras *x* y *y* son variables y los números 6.500 y 10.000 son constantes.

$6.500x + 10.000y$
Noto que las variables y constantes están relacionadas o combinadas mediante operaciones de adición y multiplicación.

Sabias que….
Para que evalúes, valores o halles el valor numérico de una expresión algebraica sustituyes cada variable por un número y efectúa las operaciones indicadas.

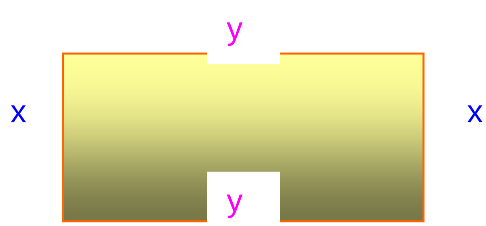
El sábado de esa misma semana se vendieron 18 boletas de \$6.500 y 43 boletas de \$10.00. ¿Cuánto se vendió en total?
En este caso, x = 18, y = 43. Luego, reemplaza estos valores en la expresión algebraica:

$$6.500x + 10.000y$$
$$6.500(18) + 10.000(43)$$
$$= 117.000 + 430.000$$
$$= 547.000$$

Por lo tanto, el sábado se recogió $547.000 de la venta de boletas.

Reúnete con un compañero o compañera y resuelve en tu cuaderno el siguiente ejercicio:

Escribe una expresión algebraica que represente el perímetro de la figura y luego valora esa expresión si x = 5cm y y = 8cm.



Recuerda: El perímetro de una figura geométrica es la suma de la medida de todos sus lados.

> ***Consejitos****…*
> Las variables las puedes representar con cualquier letra del alfabeto y representan cualquier número real.

Observa algunos ejemplos de expresiones algebraicas:

$x + 5$ $\quad$ $4x^2 - 9 + 8$ $\quad$ $\frac{3}{4}y + \sqrt{2}\,y$ $\quad$ $\frac{2xy^2 - 5x^2}{3x + 2y}$

Por complicadas que parezcan, no te deben generar temor. Por ahora basta con que las identifiques. Más a delante efectuarás operaciones básicas con las más sencillas de las expresiones algebraicas.

Sabias que….
Una expresión algebraica en la cual la variable o variables no tengan exponentes negativos ni fraccionarios se llaman **polinomios**.

Cada elemento que hace parte de un polinomio tiene un nombre propio. Vas a identificar sus nombres en el siguiente polinomio siguiendo las pistas. Apúntalos en tu cuaderno y escribe tus propias definiciones:

$$\underbrace{6y^5} - \underbrace{5y} + \underbrace{8y^2} - \underbrace{4}$$

- Tiene cuatro términos del cual uno es constante.
- Tiene cuatro coeficientes.
- Tiene una variable.
- El grado del polinomio es 5.

Los términos de este polinomio no son **términos semejantes** ya que al tener la misma variable, estas no tienen el mismo exponente.

Algunos ejemplos de términos que si son semejantes son:

$6b^3$ y $-56b^7$ $\quad$ $-23xyz$, $\frac{1}{2}xyz$ y $-\frac{4}{5}xyz$ $\quad$ $10x$, $-4x$, $-\frac{2}{3}x$ y x

Cuando un polinomio no contiene términos semejantes se dice que está escrito en forma simple. Así, un polinomio no escrito en forma simple lo puedes simplificar, es decir lo puedes escribir en forma simple.

Analiza el siguiente ejercicio:

$$6x^3 - 8x + 7x^2 - 5x - 4x^3 + 1 - 13x^2 = \underbrace{6x^3 - 4x^3}_{2x^3} + \underbrace{7x^2 - 13x^2}_{-6x^2} \underbrace{- 8x - 5x}_{-13x} + 1$$

$$= 2x^3 - 6x^2 - 13x + 1$$

Luego, $6x^3 - 8x + 7x^2 - 5x - 4x^3 + 1 - 13x^2 = 2x^3 - 6x^2 - 13x + 1$

El polinomio resultante esta escrito en forma simple, tiene 4 términos y el grado del polinomio es 3.

Ahora, es tu turno. Simplifica el siguiente polinomio.

$$4ab^2 - 5a^2b + 2a^2b^2 - 7ab^2 - 24a^2b^2 + 12ab^2$$

> ***Sabias que….***
> Si un polinomio escrito en forma simple tiene un solo término se denomina **monomio**; si tiene dos términos se denomina **binomio** y si tiene tres, se llama **trinomio**.

Responde las preguntas según la lectura:

El termómetro, instrumento utilizado para determinar la temperatura de los cuerpos, se gradúa teniendo en cuenta la posición del líquido termométrico (usualmente mercurio), en dos puntos fijos: uno bajo, que corresponde a la temperatura de fusión del agua y otro alto, que corresponde a la temperatura de ebullición del agua. Entre estos dos puntos se hace una escala. Las escalas más usadas llevan el nombre de los físicos estudiosos de estos temas y son: la escala de Kelvin (°K), la escala Celsius o centígrada (°C) y la escala Fahrenheit (°F).

El polinomio que representa el número de °C que corresponde a cierto número de F de grados Fahrenheit es:

$$C^{O} = \frac{5}{9}(F - 32)$$

1. Verifica que si F = 32 se obtiene 0°C y si F = 212 se obtiene 100°C.
2. Calcula a cuántos grados centígrados equivale una temperatura de 59°F.

En tu cuaderno dibuja una circunferencia de 3cm de radio y en ella marca 6 puntos igualmente separados. Numéralos del 1 hasta el 6. Observa ahora los siguientes términos numerados también del 1 al 6 e identifica los que sean semejantes.

1. $8x^3y^2$	3. $-6x^3y^2$	5. $-2y^2x^3$
2. $-7y^3x^2$	4. $7x^2y^3$	6. x^2y^3

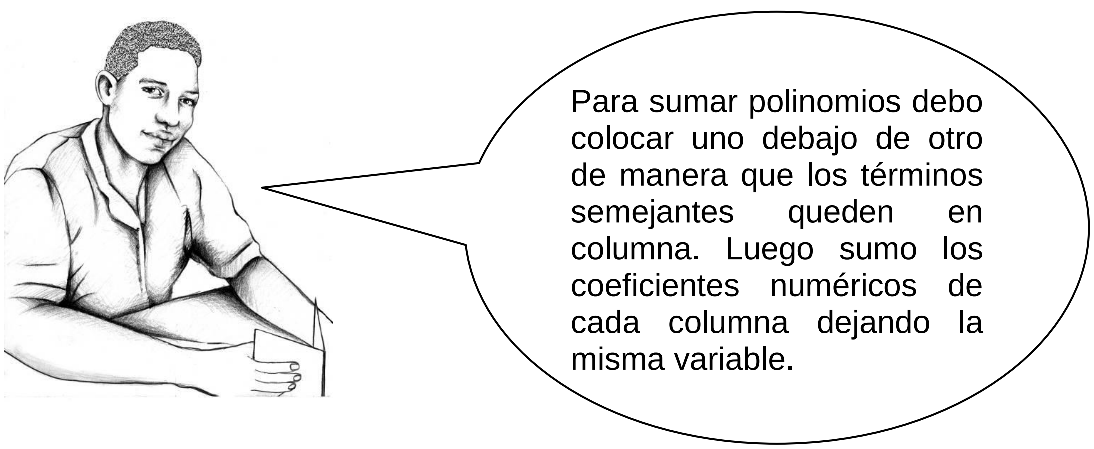
En la circunferencia conecta con segmentos los puntos correspondientes a términos semejantes. En las puntas de la estrella obtenida, escribe el número que resulta de sumar los coeficientes numéricos de cada grupo de términos semejantes.

Al igual que con los números de diferentes conjuntos numéricos pueden efectuar operaciones entre ellos, con los polinomios puedes hacer lo mismo.

- ❖ Vas a efectuar la siguiente adición:

$$(7x^2y + 4xy^2 - 3xy^3) + (6xy^2 + 10xy^3 - 8x^2y) + (11xy - xy^2 - 7xy^3)$$

$$\begin{array}{lrrrrr}
\text{Polinomios sumando} & \left\{ \begin{array}{r} 7x^2y \\ -8x^2y \\ + \quad \end{array} \right. & \begin{array}{r} +\ 4xy^2 \\ +\ 6xy^2 \\ -\ xy^2 \end{array} & \begin{array}{r} -\ 3xy^3 \\ +10xy^3 \\ -\ 7xy^3 \end{array} & \begin{array}{r} \\ \\ +\ 11xy \end{array} \\
\hline
\text{Polinomio suma} \longrightarrow & -x^2y & +\ 9xy^2 & +\ 0xy^3 & +\ 11xy \\
\text{Escritura más sencilla} \longrightarrow & -x^2y & +\ 9xy^2 & & +\ 11xy
\end{array}$$



- ❖ Ahora, vas a efectuar la sustracción:

$$(12a^3 + 8a - 7a^2 + 3) - (10a^3 - 2a - 3a^2 - 11)$$

El procedimiento a seguir es el mismo que realizaste al sumar polinomios, pero debes realizar un paso adicional inicial ya que esta involucrado el signo – . Debes quitar los paréntesis y luego multiplicar los signos. Observa:

$(12a^3 + 8a - 7a^2 + 3) - (10a^3 - 2a - 3a^2 - 11)$

$= 12a^3 + 8a - 7a^2 + 3 - 10a^3 + 2a + 3a^2 + 11$

ahora si, realizas el mismo procedimiento al sumar:

$$\begin{array}{rrrrr} + & 12a^3 & + 8a & - 7a^2 & + 3 \\ & -10a^3 & + 2a & + 3a^2 & + 11 \\ \hline & 2a^3 & +10a & - 4a^2 & + 14 \end{array}$$

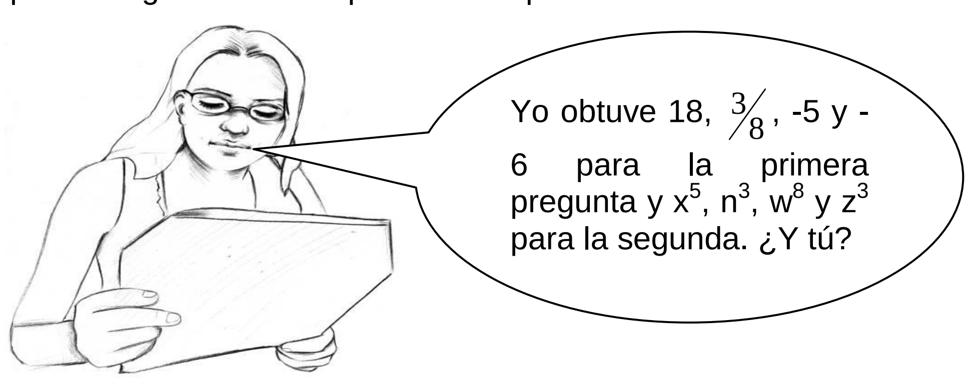
> ***Sabias que….***
> Esta semejanza en el procedimiento a seguir al resolver adiciones y sustracciones de polinomios se debe a que una resta se puede expresar como una suma,
> $$a - b = a + (-b)$$

Determina el polinomio que sumado con $-5n + 9m - 6n^2$ da $3m + n^2 - 2m^2$. Escribe el procedimiento en tu cuaderno.

Antes de iniciar la multiplicación de polinomios, haz un breve repaso solucionando los siguientes ejercicios:

1. Sabes calcular los productos: $(-3)(-6)$; $(\frac{1}{2})(\frac{3}{4})$; $(-7)(\frac{5}{7})$; $2 \times 3 \times (-1)$.
2. ¿Puedes convertir en una sola potencia las multiplicaciones siguientes?
   $x^3\,x^2$; $n\,n^2$; $w^2\,w\,w^5$; $z^3\,z^0$

De la seguridad con la cual hayas encontrado las respuestas depende del buen resultado que obtengas en la multiplicación de polinomios.



❖ Ahora, vas a multiplicar $(6ab + a^3b - ab^3)$ por $(\frac{3}{2}a^2)$

Primero, debes multiplicar cada uno de los términos de un polinomio por cada uno de los términos del otro polinomio teniendo en cuenta los signos:

$$(6ab + a^3b - ab^3) \text{ por } (\frac{3}{2}a^2) = (6ab)(\frac{3}{2}a^2) + (a^3b)(\frac{3}{2}a^2) - (ab^3)(\frac{3}{2}a^2)$$

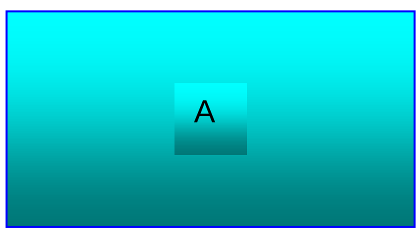
$$=(6.\frac{3}{2})(a.b.a^2)+(1.\frac{3}{2})(a^3.b.a^2)-(1.\frac{3}{2})(a.b.a^2)$$

$$= \quad 9a^3b \quad + \quad \frac{3}{2}a^5b \quad - \quad \frac{3}{2}a^3b$$

Para multiplicar dos polinomios cada término de uno de los polinomios multiplica al otro, luego se suman los términos semejantes.

Reúnete con un compañero o compañera y efectúa $(7y^2 + 5y - 8)(3y - 4)$

Todos los cuerpos cambian su volumen cuando varía la temperatura. Éste cambio, llamado dilatación, es mayor en unos cuerpos que en otros. Cuando el cuerpo tiene forma de lámina se habla de dilatación superficial; la lámina aumenta su área a un valor dado por la expresión $A(1 + 2\alpha T)$. En esta expresión, A representa el área de la lámina antes del aumento de la temperatura T. La letra α (alfa) representa un número específico para cada sustancia (acero, cobre, etc)
Encuentra el polinomio que representa el área dilatada de la figura para cualquier tipo de lámina y para cualquier temperatura:



2x - 1

3x - 1

Antes de estudiar la división de polinomios, es muy importante que recuerdes:
1. Cómo se calculan los siguientes cocientes entre números racionales:

$(-8) \div (-4)$ $\qquad$ $(-\frac{1}{2}) \div \frac{3}{4}$ $\qquad$ $5 \div (-1)$

2. Cómo se dividen potencias de igual base:

$x^6 \div x^2$ $\qquad$ $\frac{w^3}{w^2}$ $\qquad$ $\frac{x^3y^4}{x^2y}$ $\qquad$ $\frac{a^2bc^3}{ac}$

¿Te fue necesario usar papel y lápiz en alguno de los cocientes anteriores? Si has calculado con seguridad y rapidez, puedes estar seguro que podrás aprender a dividir polinomios.

- ❖ Para dividir dos monomios, primero se dividen los coeficientes numéricos y luego se divide la parte literial, tal como has dividido potencias de igual base.

Ejemplo: $\frac{56c^6}{-8c^2}$

$= (\frac{56}{-8})(\frac{c^6}{c^2})$

$= -7c^4$

Ahora, divide ($-45x^5y^4$) entre ($-9x^2y$). Realiza la operación en tu cuaderno y luego comparalo con tus compañeros.

- ❖ Al dividir un polinomio entre un monomio aplicas la propiedad distributiva a derecha de la división respecto de la adición. Observa:

Dividir $3g^5 + 12g^4 - 21g^3$ entre $3g^2$

$(3g^5 + 12g^4 - 21g^3) \div 3g^2 = (3g^5 \div 3g^2) + (12g^4 \div 3g^2) - (21g^3 \div 3g^2)$
Termina en tu cuaderno el ejercicio y con ayuda de un compañero o compañera, igualmente divide $30c^4d^3 - 18c^3d^2 - 15c^2d^3$ entre ($-6c^2d^2$).

A estas alturas, ya conoces sobre multiplicaciones y divisiones abreviadas, es decir, aquellas cuyo resultado puedes escribirlo por simple inspección sin utilizar lápiz y papel. ¿Puedes dar resultado a las siguientes operaciones?

568 × 100	5.000 ÷ 100
78 × 1.000	78.000 ÷ 1.000
150 × 10	3.578 ÷ 10

En el álgebra de polinomios existen productos que pueden ser escritos en forma directa, sin necesidad de seguir procedimiento convencional de una multiplicación.

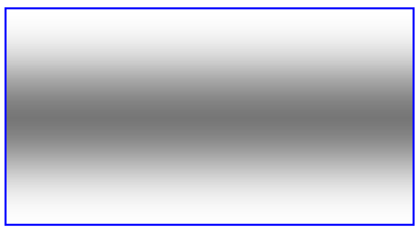
Para que conozcas estos productos debes entender el resultado y procedimiento de cada una de las situaciones que se presentan a continuación:

- Un rectángulo mide de largo cierto número x aumentado en 3 y de ancho mide el mismo número x aumentado en 2. Luego, una expresión que representa el área del triángulo es:

$$(x + 2)\,(x + 3)$$

Donde, x representa a cierto número.
Ahora, efectuas el producto multiplicando cada término de binomio por cada término del otro binomio.

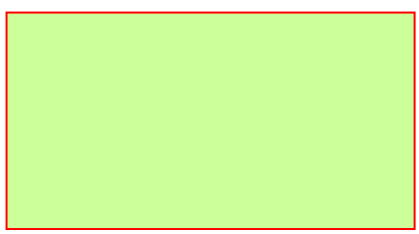
$$\begin{aligned}(x + 2)\,(x + 3) &= (x.x) + (x.3) + (2.x) + (2.3)\\ &= x^2 + \underbrace{3x + 2x}_{} + 6\\ &= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$



x + 2

x + 3

- Ahora, si el área del rectángulo aumenta 4 unidades a lo largo y 5 unidades a lo ancho. ¿Qué figura geométrica obtienes? ¿Cuál es su área? Realiza el procedimiento en tu cuaderno.

- 

x - 5

x + 5

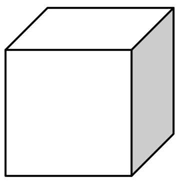
La expresión que representa el área de este rectángulo es: $(x – 5)(x + 5)$.

$$\begin{aligned}A &= (x – 5)\,(x + 5)\\ &= (x.x) + (x.5) – (5.x) – (5.5)\\ &= x^2 + 5x - 5x - 25\\ &= x^2 + 0 - 25\\ &= x^2 - 25\end{aligned}$$

- Halla el área de un cuadrado que tiene como mide (x + y) de lado.

Pista: $(x + y)^2 = (x + y)\,(x + y)$

- El volumen de un cubo se calcula multiplicando la medida del ancho por la medida del alto por la medida de largo. Un cubo tiene la medida de todos sus lados igual. Si un cubo mide (x + y) de lado. Calcula su volumen.



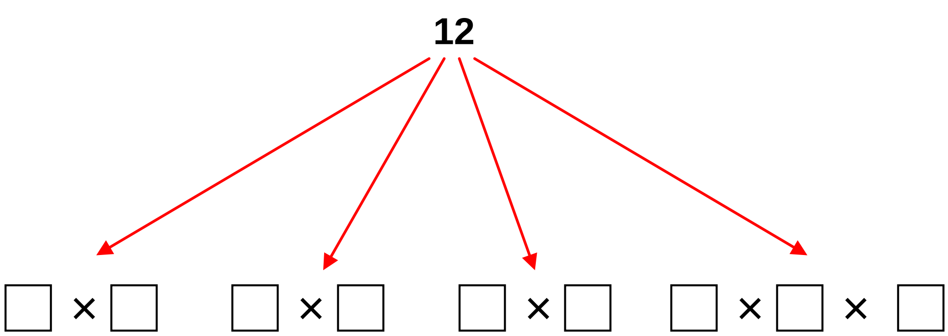
Pista:

$(x + y)^3 = (x + y)^2\,(x + y)$

Una vez trabajadas las situaciones anteriores vas a completar el siguiente cuadro en tu cuaderno. Aquí encontrarás la fórmulas de los productos que pueden ser escritos en forma directa, sin necesidad de que sigas el procedimiento convencional de una multiplicación.
Cabe resaltar que esto se adquiere con mucha práctica o con una buena memorización de las fórmulas.
Estos productos reciben el nombre de **productos notables**.

Cuadrado de una suma	$(a + b)^2 =$
Cuadrado perfecto de una diferencia	$(a - b)^2 =$
Binomio suma por binomio diferencia	$(a + b)\,(a - b) =$
Cubo de una suma	$(a + b)^3 =$
Cubo de una diferencia	$(a - b)^3 =$

Reúnete con un compañero o compañera y encuentra formas de escribir 12 como producto de factores. Escríbelos en tu cuaderno.



Excepto por el orden de los factores, habrás encontrado únicamente 4 formas. De estas descomposiciones sólo la última contiene exclusivamente factores primos. Este proceso lo puedes realizar no solo con números sino también con polinomios.

> ***Sabias que….***
> El proceso que transforma un polinomio en producto de polinomios se llama **factorización** de polinomios.

La factorización es fundamental en el estudio del álgebra. El siguiente cuadro te presenta un resumen de algunos casos de factorización.

FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS		
Factor común	$ax^2+bx = x(ax+b)$	$3x^2+9x = 3x(x+3)$
Diferencia de cuadrados	$a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$	$Z^2 - 25 = (z+5)(z-5)$
Suma o diferencia de cubos perfectos	$a^3+b^3 = (a+b)(a^2-ab+b2)$	$a^3-b^3 = (a-b)(a^2+ab+b2)$
Trinomio cuadrado perfecto	$x^2+2xy+y^2 = (x+y)^2$	$x^2-2xy+y^2 = (x-y)^2$
Trinomio de la forma: $x^2 + bx + c$	$X^2+5x+6 = (x+3)(x+2)$ $3+2 = 5$ y $3 . 2 = 6$	
Trinomio de la forma: $ax^2 + bx + c$	$6x^2-7x-3 = (2x-3)(3x+1)$	

Con la ayuda de tu tutor (a) y en gran grupo analizarán los resultados expuestos en la tabla anterior por medio de ejercicios.

Descomponer un polinomio en sus factores es como desarmar las piezas de un rompecabezas de madera para mostrar sus diferentes componentes.

Resuelve cada uno de los siguientes ejercicios con su respectivo procedimiento en el cuaderno:

1. ¿Cómo se llama una de las "teorías" sobre el origen del universo? Relaciona cada polinomio de la izquierda con la clase escrita a la derecha. Escribe sobre la línea la letra correspondiente y podrás leer de arriba a abajo el nombre de la teoría.

A. $2x - 1 + x^3$	Binomio de primer grado	____
B. $7y + 8$	Monomio de grado cero	____
I. -13	Trinomio de grado dos	____
G. $0x^3 + 0x$	Binomio de segundo grado	____
N. $5xyz^0$	Trinomio de tercer grado	____
B. $3y + y^2$	Monomio de grado dos	____
G. $x^2 - 3x + 2^3$	Polinomio sin grado	____

2. Explica si es posible o no que en una adición de polinomios, el grado del polinomio suma:
a. Sea menor que el grado de cada uno de los polinomios sumados.
b. Sea mayor que el grado de cada uno de los polinomios sumados.
c. Sea igual al grado de cada uno de los polinomios sumados.
d. Sea cero.
3. Efectua las operaciones:
a. $(5 - 6y + 3y^3)\ (y^2 + 2)$
b. $(\frac{3}{2}x^2 - ax + \frac{2}{3}a^2)\ (\frac{3}{2}a^2 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}ax)$
c. $(-\frac{2}{5}b^3c) \div (-\frac{6}{15}bc)$
d. Divide $8x^5y^3 - 10x^4y^2 - 20x^4y^3$ entre $(-4x^3y^2)$
e. Divide $1/4a - 3/5a^2 + 1/3a^3$ entre $-3/5a$

4. Escribe una expresión que cumpla las condiciones dadas para cada caso:
a. Polinomio en dos variables, de grado 5 y coeficientes enteros.
b. Binomio en una variable, de grado 1 y coeficientes fraccionarios.
c. Trinomio de variable w y de segindo grado.
d. Binomio en dos variables con coeficientes numéricos negativos.

5. ¿Por qué $(a - b)^2 = (b - a)^2$?

6. Calcula en forma directa los siguientes productos:
a. $(x + 15)\ (x + 4)$
b. $(y^2 - 10)\ (y^2 - 5)$
c. $(w - t)\ (w + t)$
d. $(x^2 + 4)\ (x^2 - 9)$
e. $(3x + 7y)\ (3x - 7y$

Reflexionemos

Una de las aplicaciones más poderosas de los polinomios consiste en la resolución de ecuaciones. Una ecuación es una igualdad entre dos expresiones matemáticas.
Si llamas P(x) a un polinomio y haces P(x) = 0 debes encontrar el valor de x para el cual se cumpla la igualdad.
Para hallar estos valores es fundamental factorizar los polinomios, en donde P(x) = Q(x) . R(x)... con Q(x), R(x)... polinomios de menor grado.
¿Como expresarías P(x) = x3 + 1, como producto de dos polinomios?
¿Para cuáles valores de x, P(x) = 0?

Misión

De cada caso de factorización, consulta o crea minímo 6 ejercicios. Escribe todos los pasos del procedimiento de solución en tu cuaderno.
Escoge el caso de factorización que más llame tu atención, luego en un octavo de cartulina realiza un ejemplo con su respectiva explicación. Debe ser claro y ordenado ya que en la próxima sesión lo pegarás en una pared de tu salón para que todos tus compañeros y compañeras puedan estudiarlo.

Para practicar….
Solamente mediante la realización ejercicios y tu dedicación constante podrás adquirir destrezas y habilidades en el álgebra de polinomios.

A medir

Guía No. 5

RETO
Reconocerás las unidades de medida para longitudes, áreas, volumen y capacidad a la vez que conozcas las relaciones que hay entre ellas y realices la conversión.

PALABRAS CLAVES:
Unidades de medida: Longitud, área, volumen, capacidad, tiempo, conversión de algunas medidas.

Realiza tu lectura silenciosa durante 15 minutos. Al terminar, escribe en tu cuaderno la agenda del día que te indicará el tutor (a).

Más de una vez te habrán preguntado: “¿Cuánto mides?”... La altura es una longitud, y para medir longitudes usamos unidades de diferentes tamaños, eligiendo en cada caso la más adecuada. Cuando, por ejemplo, decimos la distancia que hay entre dos ciudades, no la expresamos en metros, sino en una unidad mucho mayor: en kilómetros. De la misma forma, no hablamos de los metros que mide de largo una hormiga, sino que utilizamos una unidad mucho menor: el milímetro.

Como lo notas al leer esta pequeña introducción, existen varios tipos de medida que dependen del objeto al que te estes refiriendo. Por esto, el desarrollo de la guía te brindará herramientas para que puedas utilizarlas de forma adecuada y así responder a la pregunta:

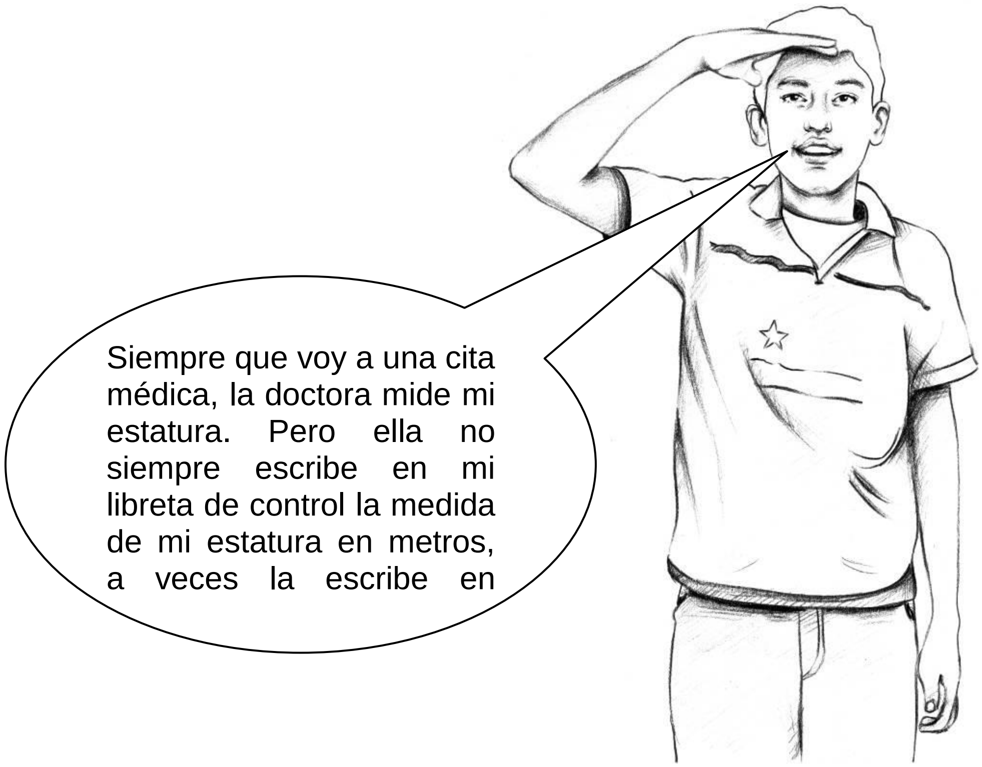
¿Cuáles son las clases de unidades de medida y cómo puedo hacer la conversión de estás?

Toma dos objetos que tengas a tu alcance. Compáralos y escribe en tu cuaderno las comparaciones. Entre estas puedes tener en cuenta: Color, forma, largo, ancho, entre otras.
Es muy usual que sientas la necesidad de medir y comparar cosas o personas. Cuando mides la **longitud** de un objeto, estas viendo cuantas veces entran una unidad de medida en el largo del objeto.

¿Qué unidades de medida de longitud conoces? Comparte tu respuesta con un compañero o compañera.

Surgió la necesidad de que para que todos obtengan el mismo resultado se debe utilizar la misma unidad de medida. Para ello se creo una unidad principal de longitud llamada **metro**, la cual es universal e invariable, representada por la letra **m**.

¿Qué puedes decir acerca del metro?



Esto se debe a que existen medidas que son más pequeñas y más grandes que el metro. A estas medidas se conocen como **submúltiplos** y **múltiplos** del metro respectivamente.

Observa y analiza el siguiente cuadro resumen:

MULTIPLOS	Giga metro	Gm	10^9=1000000000m
	Mega metro	Mm	10^6=1000000m
	Kilómetro	Km	10^3=1000m
	Hectómetro	Hm	10^2=100m
	Decímetro	Dm	10^1=10m

S U B M U L T I P L O S			
	Metro	**m**	**1m**
	decímetro	dm	$1/10=10^{-1}=0.1m$
	centímetro	cm	$1/100=10^{-2}=0.01m$
	milímetro	mm	$1/1000=10^{-3}=0.001m$
	micrómetro	µm	$10^{-6}=0.000001m$
	nanómetro	nm	$10^{-9}=0.000000001m$

Consejitos…
Los múltiplos multiplican el metro de 10 en 10 y los submúltiplos lo dividen de 10 en 10.

Para realizar la conversión de una cantidad en una unidad de mayor orden a una de menor orden debes multiplicar por 10 cada lugar que la separe y para expresar una cantidad en una unidad de menor orden a una de mayor orden divides entre 10 para cada lugar que las separe.

Cualquier unidad de longitud es 10 veces mayor que la inmediatamente anterior. Analiza el siguiente cuadro que te ayudará a visualizar esta afirmación claramente.

$\longrightarrow$ ***Multiplica por 10***

Mm Km Hm Dm m dm cm mm

Divide entre 10 $\longleftarrow$

Por ejemplo:

El pico más elevado de Colombia es el Simón Bolívar, con 5.775 *m* de altura. ¿Es cierto que esta medida equivale a 577.500 cm ó 5,773 *Km*?

Para responder la pregunta primero realiza la equivalencia en *cm*.

- De m a cm hay dos lugares de mayor a menor orden, entonces debes multiplicar por 100:

$$5.775 \times 100 = 577.500$$

Luego es cierto que 5.775 m = 577.500 *cm*.

Para la segunda equivalencia de *m* y *Km*:

- De *m* a *Km* hay tres lugares de menor a mayor orden, entonces debes dividir por 1.000:

$$5.775 \div 1.000 = 5,775$$

Así, 5.775 *m* = 5,775 *Km*.

¡Es tu turno! Expresa 0,625 *Dm* en *m* y en *Km*.
La distancia entre la casa de Mavin y el centro de la ciudad es 270 *Dm*, y desde el centro de la ciudad hasta las instalaciones del programa hay 6,4*Km*. ¿Cuál será la distancia desde la casa hasta las instalaciones del programa?

> ***Consejitos***…
> Para que puedas sumar o restar longitudes, éstas deben estar expresadas en la misma unidad. Si éstas son distintas, el procedimiento a seguir es convertir a una sola unidad.

Como las unidades, decámetros y kilómetros, son distintas, primero debes transformarlas, por ejemplo, a kilómetros; como 6,4*km* ya está expresado en esta unidad, convertimos sólo 270*Dm*:

$$270Dm = 270 \div 100 = 2,7km$$

Y ahora ya puedes sumar las distancias:

$$2,7km + 6,4km = 9,1km$$

Es decir, que las instalaciones del programa están a 9,1*km* de la casa de Mavin.

Ahora, resuelve en tu cuaderno: En un partido de microfútbol, desde mi posición hasta el arco contrario hay 85,3*dm*. Un compañero que está delante de mí, se encuentra a 225*cm* del mismo arco. ¿Qué distancia en metros nos separa a mi compañero y a mí?

Respuesta: 6,28 m

Sabias que….

Estas unidades no pertenecen al sistema métrico decimal pero son de gran validez en otras materias, por ejemplo en la física se usan con frecuencia y se expresan así:

1pulgada	=	2,54cm.
1pie	=	30,48cm.
1yarda	=	91,44cm.
1vara	=	84cm.
1milla	=	1609m

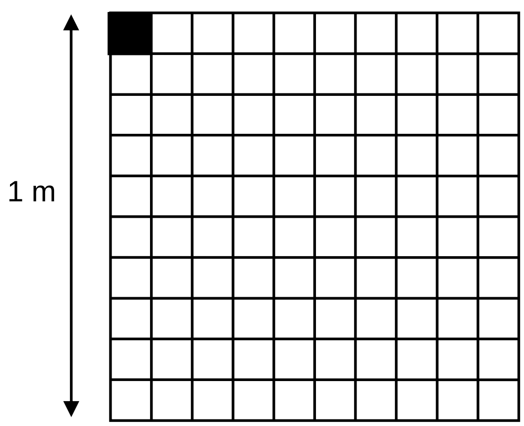
Observa e piso del lugar donde estás. La superficie o área del piso se extiende en dos dimensiones: Largo y ancho.

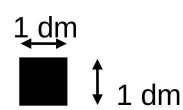
Cada dimensión la puedes medir en cualquiera de las unidades de longitud, pero cuando te refieres al área ya las unidades cambian.

¿En que unidades has oído mencionar el área de un terreno? Pregúntale a cinco compañeros o compañeras de tu grupo, e incluso le puedes preguntar a tu tutor (a).

La superficie se mide en unidades cuadradas y su unidad de medida principal es el metro cuadrado representado por m^2.

El metro cuadrado es la superficie de un cuadrado que tiene por lado como medida un metro.





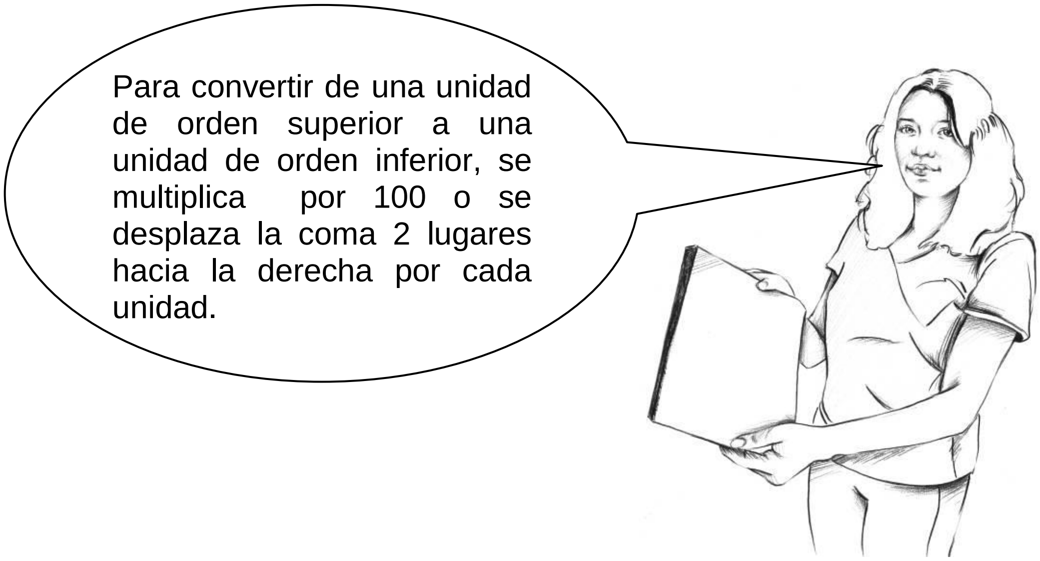
$$10 \text{ dm} = 1\text{m}$$

$$1 \text{ dm} \times 1 \text{ dm} = 1 \text{ dm}^2$$

$$10 \text{ dm} \times 10 \text{ dm} = 100 \text{ dm}^2$$

$$100 \text{ dm}^2 = 1 \text{ m}^2$$

Los múltiplos y submúltiplos del metro cuadrado varían, es decir aumentan o disminuyen de un lugar a otro, de 100 en 100.



$\longrightarrow$ ***Multiplica por 100***

Mm^2 Km^2 Hm^2 Dm^2 m^2 dm^2 cm^2 mm^2

Divide entre 100 $\longleftarrow$

Es decir, cualquier unidad de superficie es 100 veces mayor que la inmediatamente anterior.

Ejemplo:

- Expresa $0{,}075dm^2$ en cm^2

De **dm^2** a **cm^2** hay un lugar a la derecha, debes multiplicar por 100.

$$0{,}075dm^2 = 0{,}075 \times 100 = 7{,}5cm^2$$

Ahora, resuelve en tu cuaderno:
1. 250.000 Dm^2 en Km^2
2. ¿Cuántos dm^2 tiene una superficie de $2Km^2$, $12Dm^2$ y $23m^2$?

Algunas unidades reciben nombres especiales. Los siguientes términos son utilizados en la medición de terrenos, lotes, solares, fincas, entre otros. Son las mismas unidades de superficie y por tal motivo se le llama **unidades agrarias**, tienen como unidad patrón el **área (a).**

El **Hm^2** se llama **hectárea** y se escribe **Ha**, **1Ha** = **$1Hm^2$**
El **Dm^2** se llama **área** y se escribe **a**, **1a** = **$1Dm^2$**
El **m^2** se llama **centiárea** y se escribe **ca**, **1ca** = **$1m^2$**

Para pasar de una unidad de mayor orden a una de menor orden debes multiplicar por 100. En cambio para pasar de una unidad de menor orden a una de mayor orden tienes que dividir entre 100.

Multiplicar por 100 →

Ha a ca

← ***Dividir por 100***

Analiza los dos ejemplos siguientes:

Ejemplos:

- Convierte a metros cuadrados las superficies siguientes: 9 ha; 33 a.

Como 1 ca = 1 m^2, pasa antes las hectáreas y las áreas a centiáreas:

9ha	=	$9\times100\times100$	=	90000ca	=	90000m^2
33a	=	33×100	=	3300ca	=	33m^2

- El vendedor de un terreno te dice que ocupa una superficie de 55000 m^2. ¿Cuántas hectáreas de terreno son?

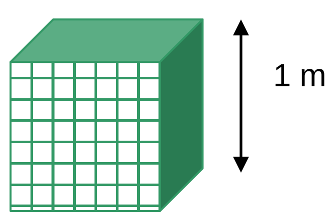
$$55000\ m^2 = 55.000\ ca$$

Para pasar de centiáreas a hectáreas hay que pasar dos lugares de orden superior, así tienes que dividir entre 100 × 100 = 10.000:

$$55000 \div 10000 = 5{,}5\ ha$$

El terreno ocupa 5,5 hectáreas.

Seguramente alguna vez has visto una caja de cartón. Te has preguntado, ¿Qué capacidad tiene para guardar algo?
El espacio comprendido por un cuerpo, o medida de cantidad de espacio que ocupa un cuerpo se denomina **volumen**.
La unidad principal de volumen es el **metro cúbico**, que se representa por **m^3.**



El metro cúbico es el volumen de un cubo cuyo lado o arista tiene un metro de longitud.

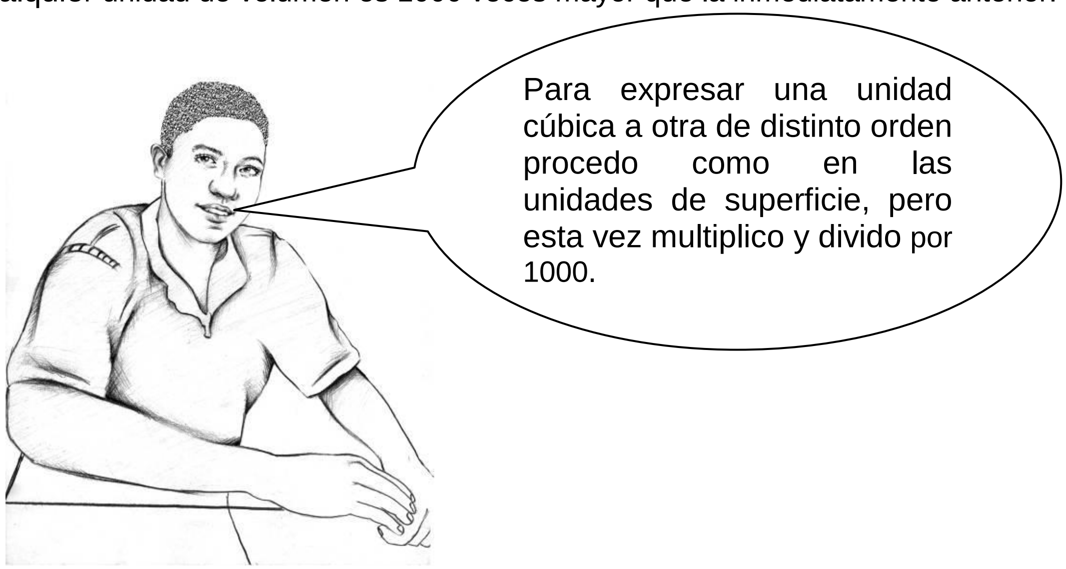
Las medidas más usadas en las unidades de volumen son:
El **metro cúbico (m^3)** y el **centímetro cúbico (cm^3).**

$\longrightarrow$ ***Multiplica por 1000***

Mm^3 Km^3 Hm^3 Dm^3 m^3 dm^3 cm^3 mm^3

Divide entre 1000 $\longleftarrow$

Cualquier unidad de volumen es 1000 veces mayor que la inmediatamente anterior.



Ejemplo:

- Expresa 0,089 dm^3 en cm^3

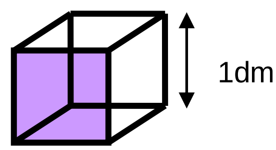
Del dm^3 al cm^3 hay un lugar a la derecha, debes multiplicar por 1000, así:

$$0{,}089\ dm^3 = 0.089 \times 1000 = 89\ cm^3$$

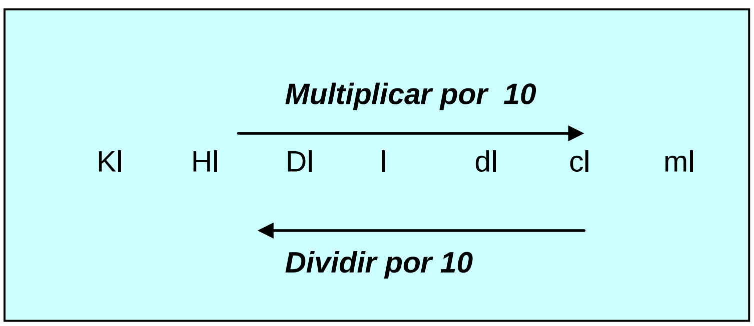
Junto con un compañero o compañera resuelve en tu cuaderno:
1. Expresa 587Dm^3 en Hm^3
2. El volumen de un cuerpo es de 6m^3, 48dm^3, 57cm^3. Expresa esta medida en mm^3.

Sabias que….
Muy ligada al volumen está la medida de la **capacidad** que es la facultad de los envases huecos para alojar algo, por ejemplo: agua, avena, paquetes, etc.
La capacidad se mide en las mismas unidades que el volumen. También pueden medirse en litros o en múltiplos o submúltiplos del litro.

Un **litro** (l) es la capacidad que tiene un cubo de un decímetro de arista.



Cualquier unidad de capacidad es diez veces mayor a la inmediata inferior.
De orden superior a orden inferior multiplicas por 10 o desplazas la coma un lugar hacia la derecha.



De orden inferior a orden superior divides entre 10 o desplazas la coma un lugar hacia la izquierda.

Ejemplo:
- Expresa en dl, 0,087 Dl

De **Dl** a **dl** hay dos lugares hacia la derecha. Por lo tanto multiplicas por 100 o desplazas la coma 2 lugares, así:

$$0{,}087\text{Dl} = 0{,}087 \times 100 = 8{,}7\text{dl}$$

¿A cuántos Hl equivale 2754cl? Responde la pregunta en tu cuaderno.

Sabias que….
Como el **litro** se define como la capacidad que tiene un **cubo** de un **dm** de arista, o sea, un **litro** es igual a un **dm³**, puedes establecer las siguientes equivalencias:

1Kl	=	$1m^3$	1dl	=	$100cm^3$
1Hl	=	$100dm^3$	1cl	=	$10cm^3$
1Dl	=	$10dm^3$	1ml	=	$1cm^3$
1l	=	$1dm^3$			

Ejemplo: Convierte 25l a cm^3
Por definición sabes que un litro es equivalente a un dm^3, entonces 25 l = 25 dm^3
Luego conviertes unidades de volumen sabiendo que de $\mathbf{dm^3}$ a $\mathbf{cm^3}$ hay un lugar y que de orden superior a orden inferior se multiplica por 1000 así:

$$25dm^3 = 25 \times 1000 = 25000cm^3$$

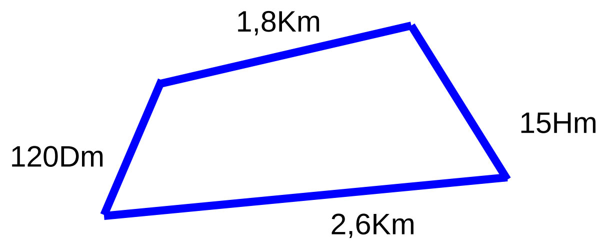
Reúnete con un compañero o compañera y resuelve las siguientes situaciones en tu cuaderno:
1. Vaciamos en una jarra el contenido de una lata de cerveza que contiene 35cl junto con el de una botella de 0,28 l de capacidad. ¿Qué cantidad de líquido el litros tendremos en la jarra?

2. De una botella de vino llena, de 1,8 l de capacidad, vertimos en una copa hasta alcanzar un nivel que marca 28 cl. ¿Cuánto vino queda en litros en la botella?

3. Un gato recorre en tres saltos la misma distancia que recorre un conejo en nueve saltos. Si en un salto un gato recorre 30cm, ¿Cuántos centímetros avanzará el conejo en doce saltos?

4. ¿Cuántos litros de agua serán necesarios para llenar un estanque que mide 12 m de largo por 6 m de ancho y 1 m de profundidad?

5. Determina la longitud alrededor del siguiente terreno en metros, cuyos linderos tienen las magnitudes indicadas:



Longitud total = _______________ m

Responde las preguntas 6 y 7 de acuerdo a la siguiente información:

Para pintar una habitación, la pintura que se gasta es directamente proporcional a la superficie de las paredes que se desean pintar. Por cada 14m^2 de pared se requiere 1 litro de pintura y el galón trae una capacidad de 5 l.

6. Para pintar 42 m^2 que es la superficie de las paredes de la habitación, la cantidad de pintura a comprar:

A. es mayor a un galón, porque la superficie lo requiere.
B. es exactamente la mitad del galón, porque es la proporción entre el área de la superficie de la pared y la cantidad de pintura.
C. es exactamente el galón menos 2 l, porque es la proporción entre el área de la superficie de la pared y la cantidad de pintura
D. es menor al galón, porque la superficie lo requiere.

7. Con la información dada en la situación es posible predecir la cantidad de pintura necesaria para pintar cualquier pared porque:

A. puedes asociar la superficie de las paredes con cantidad de pintura.
B. puedes establecer que para pintar una pared de 14 m^2, en su totalidad, sin que sobre pintura, necesito 1 litro de pintura.
C. puedes establecer la relación; por cada galón de pintura hay 14 m^2 de superficie.
D. puedes encontrar la cantidad de pintura sabiendo que para una superficie mayor se necesita mayor cantidad de pintura.

8. En qué unidad expresarías el volumen de:

a) La caja de una cinta de vídeo

b) Una habitación

c) Un envase de cartón que contiene seis cajas de leche

Justifica tus elecciones.

Reflexionemos

Al observar un objeto, puedes identificar que unidad utilizas para medirlo.
Ahora mira detalladamente a tu alrededor, ¿Todo lo que observas lo puedes medir? ¿Qué herramientas o aparatos utilizas para medir?
Resolviendo ejercicios en la conversión de medidas de longitud, área, volumen y capacidad de seguro notaste alguna relación o secuencia. ¿Podrías explicarla? ¿La has aplicado o la aplicarías en alguna situación? Argumenta tus respuestas.

Misión

Vas a resolver los ejercicios propuestos en los siguientes numerales.
Son ejercicios de selección de única respuesta. Una vez elegida la respuesta, debes justificarla realizando los procedimientos necesarios para llegar al resultado.
Realiza esta actividad en hojas que irán al portafolio en el apartado correspondiente.

1. El total en metros de las siguientes cantidades 8Km, 4Dm, 6Hm, 3cm es
A. 8640,03 m.
B. 86,4003 m.
C. 8064,3 m.
D. 864003 m.

2. Cuántos centímetros son 7 m, 81.7 dm, 3.487 mm :
A. 186,57 cm
B. 18,657 cm
C. 1865,7 cm
D. 18657 cm

3. Cuántos kilómetros hay en 837 m 43,2 Hm, 90 Dm, 750 dm :
A. 6132 Km
B. 61,32 Km
C. 613,2 Km
D. 6,132 Km

4. El total en metros cuadrados de las siguientes superficies 5Hm^2 ; 0,2km^2 ; 7,3Dm^2 es
A. 250.730 m^2
B. 250.730 m^2
C. 25.073 m^2
D. 2.507.300 m^2

5. El total en milímetros cuadrados de las siguientes superficies $7dm^2$; $0,5m^2$; $46cm^2$ es
A. 5.746 mm^2
B. 574.600 mm^2
C. 57.460 mm^2
D. 5.746.000 mm^2

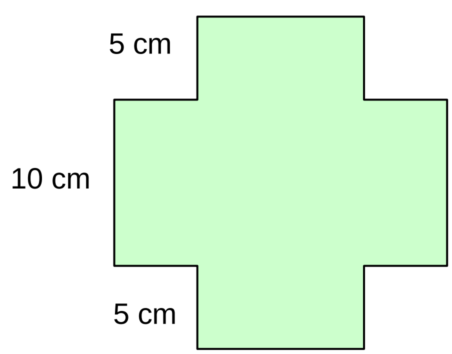
6. El total en metros cuadrados de las superficies siguientes: 10 Ha; 35 a es
A. 1035 m^2
B. 103,5 m^2
C. 1035000 m^2
D. 103500 m^2

7. El total en metros cúbicos de los siguientes volúmenes $365000cm^3$; $9000dm^3$ es
A. 9365 m^3
B. 93,65 m^3
C. 9,365 m^3
D. 936,5 m^3

8. Para llenar una piscina que mide 10 m de largo por 5 m de ancho y 2 m de profundidad serán necesarios
A. 100.000 litros de agua
B. 10.000 litros de agua
C. 100.000 litros de agua
D. 1.000 litros de agua

9. El total en litros de las siguientes medidas de capacidad 1,4Hl ; 0,08Kl ; 2,5Dl es
A. 245 l
B. 2,45 l
C. 24,5 l
D. 2.450 l

Responde las siguientes tres preguntas de acuerdo con la siguiente información.
La figura muestra un diseño de tableta para pisos que se elabora tomando un cuadrado al que se le recorta a cada una de sus esquinas un pequeño cuadrado de 5 cm de lado.



10. La longitud total alrededor de la figura es la suma de sus lados, en la tableta que se muestra podemos afirmar que
A. es menor la longitud de todas las partes recortadas del cuadrado que se tomó para su elaboración.
B. es mayor la longitud del cuadrado que se tomó para su elaboración.
C. es equivalente esta longitudal a la del cuadrado que se tómo para su elaboración.
D. su longitud es menor de 100 centimetros.

11. Si en la figura el valor del lado de los cuadrados de las esquinas se aumenta en dos centimetros, entonces el valor de la longitud
A. sigue siendo menor de 100 centímetros
B. permanece igual a la del cuadrado que que se tomó para su elaboración.
C. disminuye en 8 centímetros y ahora el total es de 0,96m
D. aumenta en 16 centímetros y ahora el total es de 960mm

12. Suponga que se desea embaldocinar una habitación cuya área es igual a 36 metros cuadrados. Esto quiere decir que para saber cuantas tabletas emplear se debe
A. convertir el área de la tableta a m^2.
B. pasar los 36 metros cuadrados a centímetros cuadrados y luego dividir entre 300 cm^2.
C. transformar las dimensiones a una sola unidad de área y luego dividirlas.
D. hallar el área de la habitación en centímetros cuadrados.

Para practicar….
Puedes diseñar tu propio metro. Recorta una tira de papel cuadriculado. Ten presente que cada cuadrado mide 1 cm de lado. Luego para que no se rompa puedes forrarlo con cinta transparente o papel contac.

Guía No. 6

RETO
Tu reto es representar por medio de una expresión matemática situaciones reales en donde desconozcas un dato y lo halles por medio de procedimientos algebraicos.

Sintonicémonos

PALABRAS CLAVES:
Polinomios: Ecuaciones lineales, ecuaciones cuadráticas e inecuaciones.

Realiza tu lectura silenciosa durante 15 minutos. Al terminar, escribe en tu cuaderno la agenda del día que te indicará el tutor (a).

Carlos, Killa y Mavin han sido amigos desde niños. Son tres chicos jóvenes dispuestos a acompañarte y compartir contigo todos sus conocimientos.

La edad de Carlos y Killa suman 29 y Mavin tiene dos años más que Killa. La edad de Mavin y Killa suman 28. ¿Qué edad tiene cada uno de ellos?

Esta pregunta la podrás responder a la largo del desarrollo de la guía.

Primero vas a conocer algunos conceptos básicos que debes saber y manejar para poder plantear una expresión matemática que represente esta situación y poder encontrar las respectivas edades.

Resuelve cada ejercicio y compara su resultado. Observa el ejemplo:

$$(5 + 3)^2 \quad ? \quad 5^2 + 2(5)(3) + 3^2$$
$$8^2 \quad ? \quad 25 + 30 + 9$$
$$64 \quad ? \quad 64$$

De esta forma, $(5 + 3)^2 = 5^2 + 2(5)(3) + 3^2$ ya que el resultado de la primera expresión es igual al resultado de la segunda expresión.

- $5 - 3$ y $4 - 2$
- $(-2 + 6)(-2 - 6)$ y $(-2)^2 - 6^2$

> ***Sabias que….***
> Una **igualdad** es una expresión matemática que consta de dos miembros separados por el signo igual (=) y que tiene el mismo valor de verdad.

Reúnete con un compañero o compañera y resulve en tu cuaderno los siguientes ejercicios:

1. Verifica si las siguientes expresiones corresponden a igualdades matemáticas en los números reales, indique en el paréntesis con un **SI** o un **NO**.

a) $12 - 24 = -6 - 6$ ( )
b) $4^2 + (-3)^2 = 16 - 9$ ( )
c) $4^3 + (-7) = 12 - 7$ ( )
d) $4^2 + (-3)^2 = 20 + 5$ ( )
e) $4^3 + (-7) = 64 - 7$ ( )
f) $(6 + 9)(6 + 5) = 6^2 + (14)(6) + 45$ ( )

2. Coloca en el lugar del cuadrado el número que sea necesario para que la igualdad se cumpla:

a) $\square + 2 = -6 + 3$
b) $-7 + \square = 2^2 + 8$
c) $3^2 + (-4)(-2) = 5 + \square$
d) $6^3 + (-3)^2 = \square$

> ***Consejitos…***
> Para verificar una igualdad primero debes resolver cada una de las expresiones que se encuentran a los lados del =, luego comparas sus resultados.

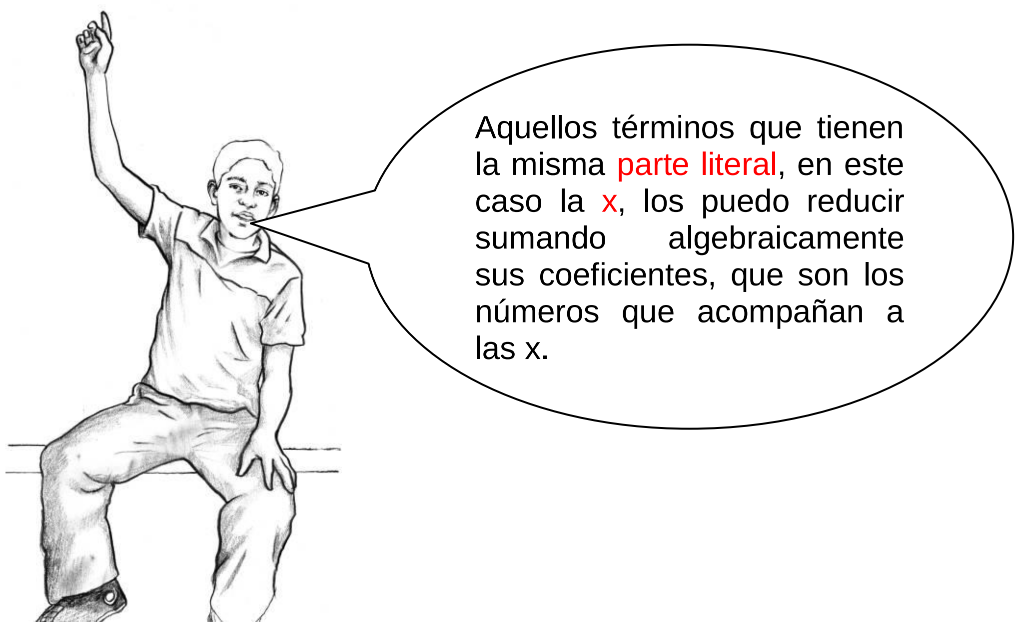
- ✓ Se sabe que la edad de Mavin es 2 años más que la de Killa y que la suma de las dos edades es 28.

Como no conoces la edad de Killa, entonces puedes representarla mediante una letra, por ejemplo x. Así, como Mavin tiene dos años más que Killa, entonces la representación matemática de la edad actual de Mavin es: x + 2.

$$\overbrace{\text{edad de Killa}}^{x} \qquad \overbrace{\text{edad de Mavin}}^{x + 2}$$

De esta forma x es un valor desconocido que recibe el nombre de **incógnita**.
Ahora, la edad de Killa más la edad de Mavin suman 28 años.

$$x + (x + 2) = 28$$



La expresión: x + (x + 2) es equivalente a: 1x + (1x + 2). De esta forma la parte literal es x y los coeficientes son , en este caso, 1 para ambos términos.
Luego, como dice Carlos, puedes sumarlos:

$$\begin{aligned} 1x + (1x + 2) &= \underbrace{1x + 1x} + 2 \\ &= \quad 2x \quad + 2 \end{aligned}$$

Por lo tanto tienes hasta el momento: 2x + 2 = 28.

Práctica un poco reduciendo los siguientes términos semejantes:

a) $4y + 5y - 3y$
b) $12x - 13x - 4x$
c) $2m - 3n + 5m + 7n$
d) $6x + 3y + 2x + y$

> ***Sabias que….***
> Una **ecuación** es una igualdad que presenta incógnitas, las cuales puedes representar con cualquier letra del alfabeto (a, b, x, y, z, etc.), y que es verdadera solo para algunos valores de la incógnita. Por ejemplo:
> $x - 3 = 7$ es verdadera si $x = 10$

La expresión ubicada a la izquierda del signo igual se denomina **primer miembro** de la ecuación y la ubicada al lado derecho del signo igual se llama **segundo miembro** de la ecuación. Por ejemplo:

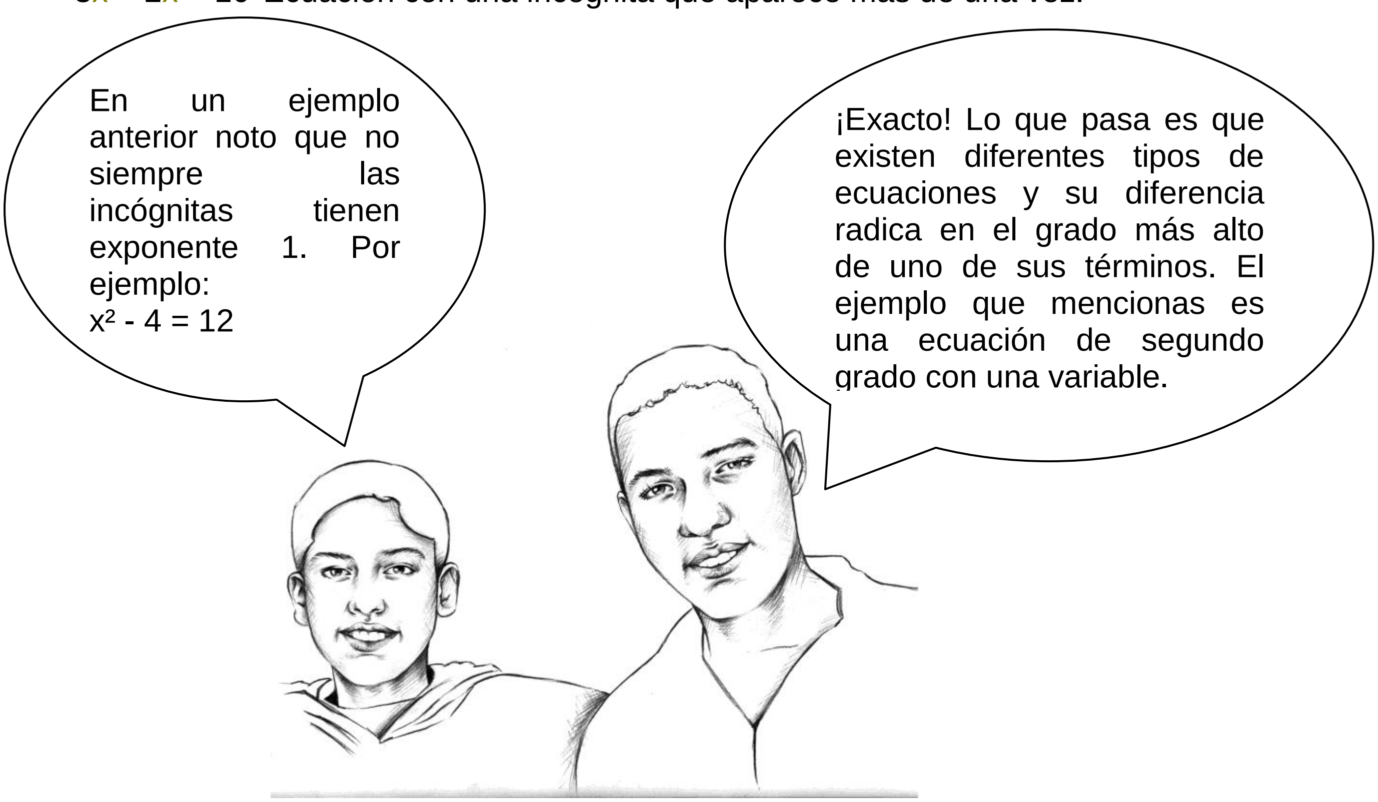
$$2x^2 + x - 1 \mathbf{=} x^2 + 2x - 6$$

Primer miembro **Segundo miembro**

Una ecuación puede tener una o más incógnitas las cuales pueden aparecer en la misma una o más veces. En los siguientes ejemplos observamos las dos situaciones mencionadas:

$2x + 3y = 5$ Ecuación con más de una incógnita.

$3x + 2x = 10$ Ecuación con una incógnita que aparece más de una vez.



A continuación listan algunos ejemplos que ilustran lo dicho por Mavin:

$2x - 1 = 3$	Ecuación de primer grado con una variable
$2x^2 + 5x – 3 = 0$	Ecuación de segundo grado con una variable
$2x + 5y = 3$	Ecuación de primer grado con dos variables
$2xy + 5 = 1$	Ecuación de primer grado con dos incógnitas

Cada una de las cantidades que están conectadas con otra por los signos + ó –, o la cantidad que está sola en un miembro de la ecuación se denomina **término** de la ecuación, por ejemplo:
La ecuación $2x + 3 = 3x – 2$
Tiene como términos las cantidades: **2x, 3, 3x** y **-2.**

> ***Consejitos***…
> La solución de una ecuación consiste en realizar procedimientos adecuados para encontrar el valor que representa la incógnita.

Ahora, observa el procedimiento de lo que has hecho hasta el momento para resolver para encontrar las edades.

x: Edad de Killa.

x + 2: Edad de Mavin.

Como la suma de ambas edades es 28, entonces planteamos $x + (x + 2)$

Reduciendo términos semejantes; $x + (x + 2) = 2x + 2$

Tienes que encontrar el valor de *x* tal que se satisfaga, es decir, se cumpla la igualdad; $2x + 2 = 28$. Para esto vas a despejar o dejar sola la x a cualquier lado de la igualdad.

> ***Sabias que….***
> El **inverso aditivo** de un número es aquel que sumado con él de cómo resultado 0. Por ejemplo:
> El inverso aditivo de 2 es -2 ya que $2+(-2) = 0$.
> El **inverso multiplicativo** de un número es aquel que multiplicado por él de cómo resultado 1. Por ejemplo:
> El inverso multiplicativo de 3 es $\frac{1}{3}$ ya que $3\times\frac{1}{3}=1$

Vas a dejar a *x* al lado izquierdo de la igualdad. Luego debes "quitar" el 2 que esta sumando y el 2 que esta multiplicando la *x*:

$$2x + 2 = 28$$

$$2x + 2 + (-2) = 28 + (-2)$$

Lo que hagas a un lado de la igualdad lo debes hacer al otro lado de la igualdad para que se mantenga la expresión. En este caso sumaste el inverso aditivo de 2.

$$2x + 2 – 2 = 28 – 2$$

$$2x + 0 = 26$$

$$2x = 26$$

$$2x\left(\frac{1}{2}\right) = 26\left(\frac{1}{2}\right)$$

Multiplicas a ambos lados de la igualdad lo debes por el inverso multiplicativo de 2.

$$1x = 13$$

$$x = 13$$

Con la práctica puedes llegar a resolver ecuaciones reduciendo algunos pasos. Algo por el siguiente estilo: $2x + 2 = 28$

$$2x = 28 – 2$$

$$2x = 26$$

$$x = \frac{26}{2}$$

$$x = 13$$

De aquí obtienes que la edad de Killa es 13 años. Como la edad de Mavin es 2 años más que Killa, entonces puedes reemplazar de la siguiente forma:

x: Edad de Killa. 13 años.

x + 2: Edad de Mavin. x + 2 = 13 + 2 = 15. Luego Mavin tiene 15 años.

Te falta todavía hallar la edad de Carlos.

- ✓ Sabes que la edad de Carlos y la de Killa suman 29 años. Killa tiene 13 años, luego:

Sea y la edad que representa la edad de Carlos, entonces,

$$y + 13 = 29$$

$$y + 13 + (-13) = 29 + (-13)$$

$$y + 13 – 13 = 29 – 13$$

$$y + 0 = 16$$

$$y = 16$$

La verificación en los problemas consiste en observar si los resultados satisfacen las condiciones del problema.

Como hipótesis tenías que:

1. Edad de Carlos más la edad de Killa suman 29: 16 + 13 = 29
2. Edad de Mavin más la edad de Killa suman 28: 15 + 13 = 28

En este caso al tener Killa 13 años y Mavin 16 se cumple la condición dada en el problema puesto que Mavin tiene 2 años más que Killa y sus edades suman 28 años.

Al resolver una ecuación debo tener en cuenta que al sumar, restar, multiplicar o dividir una cantidad a ambos miembros de la igualdad el sentido de la ecuación no cambia.

Con la ayuda de un compañero o compañera encuentra la ecuación que representa la situación y halla el valor de la incógnita.

1. Pagué $1900 por un cuaderno, un lápiz y un borrador. El lápiz me costó $150 más que el borrador y $850 menos que el cuaderno. ¿Cuánto pagué por cada artículo?
2. Tres hermanos se reparten una herencia de 56 millones de pesos. La condición es que al hermano del medio le corresponde el doble que al menor y al mayor el doble del mediano. ¿Cuánto dinero le corresponde a cada uno?

El doble de la cantidad de primos que tiene Carlos disminuido en 4 es mayor que la cantidad de primos que tiene. ¿Cuántos primos mínimo tiene Carlos?

Lo primero que debes hacer para representar la situación por medio de una ecuación;

Sea x el número de primos que tiene Carlos.

El doble de la cantidad de primos es; 2x.

El doble de la cantidad de primos disminuido en 4 es; 2x – 4.

2x – 4 es mayor que x, es decir, 2x – 4 > x.

> ***Sabias que….***
> Una **desigualdad matemática** es una expresión matemática en la que ambos miembros no son equivalentes entre sí (lo contrario a lo que ocurre en una igualdad).

Este es un ejemplo claro de una desigualdad matemática. La forma de resolverla es similar a la de una ecuación excepto por símbolo =, que en este caso puede variar por: <, >, ≤, o ≥, según el caso.

> ***Consejitos***…
> Antes de empezar a resolverla de la forma usual debes dejar a un lado de la desigualdad la parte literal y al otro lado los coeficientes sin parte literal.

Observa la solución de la inecuación:

$$2x - 4 > x$$
$$2x - 4 + (-x) > x + (-x)$$
$$2x + (-x) - 4 > x + (-x)$$
$$2x - x - 4 > x - x$$
$$x - 4 > 0$$
$$x - 4 + (4) > 0 + 4$$
$$x - 4 + 4 > 4$$
$$x + 0 > 4$$
$$x > 4$$

Luego, Carlos tiene mínimo 4 primos, es decir, más de 4 primos.

Con más práctica resolverás así:

$$2x - 4 > x$$
$$2x - x > 4$$
$$x > 4$$

> ***Sabias que….***
> Sean x, y números reales positivos:
> - ✓ Si –x > -y, entonces x < y.
> - ✓ Si –x < y, entonces x > -y.

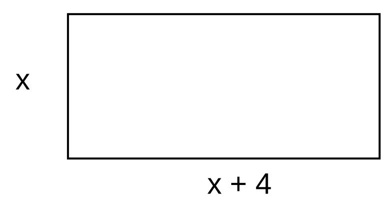
Determina la desigualdad que representa la siguiente situación y resuélvela en tu cuaderno:

1. Cinco disminuido en el triple de un número es menor o igual (≤) al doble de una docena. ¿Qué valores puede tomar dicho número?
2. Propone una situación la cual se pueda representar por una desigualdad. Luego resuélvela.

I PARTE

Plantea la ecuación o inecuación para cada situación y resuélvela en tu cuaderno:

1. La suma de las edades de Jairo y Martha es 69 años y Jairo tiene tres años más que Martha. Hallar ambas edades.
2. Se reparten $5000 pesos entre dos personas de tal modo que a una de ellas le corresponda $1000 más que a la otra.
3. La base de un rectángulo es 4 unidades más grande que su altura. Halle sus dimensiones si su perímetro es 32 unidades.



4. El triple de un número aumentado en 6 es mayor que el doble del número disminuido en 1. ¿Qué condiciones cumple el número?
5. Mavin compra un portalápiz y un borrador en menos de $6000, el portalápiz cuesta cuatro veces más que el borrador. Si Killa quiere comprar 2 portalápiz, ¿Con $3.000 le alcanzará? ¿Por qué?
6. Si un número natural es mayor que 3 y menor o igual a 5. ¿Su doble entre que números estará?
7. Encuentra 4 números enteros consecutivos tales que su suma sea igual a 74.

II PARTE

AUTOEVALUACION

De las cuatro opciones de respuesta escoge la correcta y justifica la elección.

1. Se ha construido un cuadrado de lado x, además se sabe que el perímetro de una figura geométrica se obtiene de sumar sus lados. Sí el lado de este cuadrado se duplica, su perímetro aumenta 40 m. La ecuación que mejor representa esta situación es

A. $8x + 40 = 0$
B. $4x + 40 = 8$
C. $4x + 40 = 8x$
D. $8x + 40 = 4x$

2. Entonces la medida del lado del cuadrado, en el ejercicio anterior y luego de resolver la ecuación es

A. 5
B. 10
C. 20
D. 40

3 Dos hermanos han nacido con una diferencia exacta de un año, la suma de sus edades es 65 años, la ecuación que permite hallar sus edades es

A. $x + 1 = 65$
B. $2x + 2 = 65$
C. $2x + 1 = 33$
D. $x + x +1 = 65$

4. Entonces la edad del hermano mayor en el problema anterior es

A. 31 años
B. 32 años
C. 33 años
D. 34 años

5. Un número multiplicado por 5 y sumado al mismo número multiplicado por 6 da 55. Una forma de representar la ecuación que resuelve este problema es

A. $5 + 6x = 55$
B. $5x + 6 = 55$
C. $5x + 6x = 55$
D. $5x + 55 = 6$

6. El número buscado en el ejercicio anterior es

A. 5
B. 6
C. 9
D. 11

7. La solución de la ecuación $2x + 2x + 2 + 2x + 4 = 102$ es

A. $x = 2$
B. $x = 42$
C. $x= 44$
D. $x= 46$

8. La suma de cinco números consecutivos es 40. ¿Cuál es el doble del número del medio? La ecuación que permite resolver èste problema es

A. $x + x+1 + x+2 + x+3 + x+4 = 40$
B. $x + 4 = 40$
C. $5x + 5 = 40$
D. $5x + 10 = 40$

9. La solución buscada en el ejercicio anterior es

A. 10
B. 16
C. 18
D. 28

10. El perímetro de un rectángulo de altura *x* con una base igual al doble de su altura se puede representar con la expresión

A. x
B. $2x$
C. $4x$
D. $6x$

La aplicabilidad de las ecuaciones e inecuaciones en problemas reales es bastante interesante.

Con los conocimientos que has adquirido hasta el momento puedes realizar un listado de recomendaciones y generalidades para tener en cuenta desde el momento de representar una situación por medio de una expresión matemética hasta como resolverla. Este listado debe ser muy claro para que cualquier compañero o compañera de tu clase lo pueda entender.

En la guía aprendiste a solucionar ecuaciones e inecuaciones de primer grado. Ahora, por medio del siguiente ejercicio resuelto y la consulta externa que realices aprenderás a resolver ecuaciones de segundo grado con una incógnita. Analiza y justifica cada uno de los pasos en tu cuaderno:

$$2x^2 + 4 = 36$$
$$2x^2 + 4 + (-4) = 36 + (-4)$$
$$2x^2 + 4 - 4 = 36 - 4$$
$$2x^2 + 0 = 32$$
$$2x^2 = 32$$
$$\left(\frac{1}{2}\right)2x^2 = \left(\frac{1}{2}\right)32$$
$$x^2 = 16$$
$$(x^2)^{1/2} = (16)^{1/2}$$
$$x = \sqrt{16}$$
$$x = 4$$

Ahora, resuelve los siguientes ejercicios:

1. $x^2 > 100 – 3x^2$
2. $-3x^2 - 8 = 7x^2 - 1.008$
3. $40 – 8x^2 \leq 12x^2$

Para practicar….

A estas alturas puedes representar una situación real en una expresión matemática. ¡Haz la prueba! Busca situaciones de tu casa y práctica.

ANEXOS

ALFABETO GRIEGO

A B C D E F G H I J K L M N
Α Β Χ Δ Ε Φ Γ Η Ι ϑ Κ Λ Μ Ν

Ñ O P Q R S T U V W X Y Z
∇ Ο Π Θ Ρ Σ Τ Υ ς Ω Ξ Ψ Ζ

a b c d e f g h i j k l m n
α β χ δ ε ϕ γ η ι φ κ λ μ ν

ñ o p q r s t u v w x y z
〉 ο π θ ρ σ τ υ ϖ ω ξ ψ ζ

<u>GUÍA No. 1</u>

Evaluemos

3.

Debe	Haber
$23.000	$5.600
$11.000	$2.000
$35.000	$124.000
$12.000	$4.000
$32.000	$13.000
$15.000	$20.000
$128.000	$219.600

Debe	Haber
$120.000	$30.000
$36.500	$40.000
$25.000	$57.600
$127.000	
$308.500	$127.600

4.

DÍA	Debe	Haber
Lunes	$23.000	$7.600
	$120.000	$30.000
Martes	$11.000	
	$36.500	
Miércoles	$47.000	$128.000
		$40.000
Jueves		$13.000
Viernes	$32.000	
Sábado		
	$25.000	$57.600
Domingo	$15.000	$127.000
	$20.000	

5. Gasto:$347.000
Recibió: $436.500

7. -5

8. -18

9. Números enteros mayores a 43.

10. -7

11. -8

12. -1331

Misión

1. x . y = z + z

2. a. 2
b. -10
c. 414
d. 1

4. 4, -4.

5. B = {-13, -10, -9, -8, -3, -1, 0, 1, 2, 4, 6, 7}

6. Positivo, negativo, positivo, indeterminada, negativo.

GUÍA No. 2

Evaluemos

1. $\frac{1}{2}$ Km^2

2. $\frac{4}{3}$ Km, $\frac{3}{2}$ Km. A = 2Km^2

$\frac{2}{9}$ Km, $\frac{1}{4}$ Km. A = $\frac{1}{18}$ Km^2

3. Largo: $\frac{43}{36}$ Km.

Ancho: $\frac{7}{24}$ Km.

4. $\frac{6}{6} + \frac{1}{6} + \frac{4}{6} + \frac{5}{6} + \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{21}{6}$

La figura geométrica representa un segmento.
Unidad de la recta numérica.

Misión

1. $\frac{27}{4}$

2. $-\frac{15}{2}$

3. $\frac{1}{12}$

4. a.6
b.-60
c.-64

5. a.>
b.>
c.<
d.<

GUÍA No. 3

Evaluemos

3. I. a
II. a
III. d

4. $A \cup B = (-\infty, -4) \cup (-1, \infty)$
$C \cap D = [0, 1]$

Misión

1. a. <
b. >
c. >
d. <
e. =
f. <
g. <
h. <
i. >

2. c

3. a. $\cup$
b. $\cap$
c. $\cap$
d. $\cap$
e. $\cup$

4. 1

5. v f v
v f v
v f v
v f v

6. a. 15
b. 11
c. 6
d. $-\frac{3}{5}$
e. 12

<u>GUÍA No. 4</u>

Evaluemos

1. BIG BANG

2. a. No
b. No
c. Si
d. No

3. a. $3y^5 + 5y^2 - 12y + 10$
b. $-\frac{3}{4}x^4 + ax^3 + \frac{19}{12}a^2x^2 - \frac{23}{18}a^3x + a^4$

c. b^2
d. $-2x^2y + \frac{5}{2}x + 5xy$
e. $-\frac{5}{12} + a - \frac{5}{9}a^2$

6. a. $x^2 + 19x + 60$
b. $y^4 - 15y^2 + 50$
c. $w^2 - t^2$
d. $x^4 - 16$
e. $9x^2 - 49y^2$

<u>GUÍA No. 5</u>

Evaluemos

1. 0,63 l

2. 1,52 l de vino.

3. 120 cm.

4. 72 000 l.

5. 7 100m.

6. D

7. A

8. a. mm^3
b. m^3
c. cm^3

Misión

1. A

2. C

3. D

4. A

5. B

6. D

7. C

8. C

9. A

10. C

11. B

12. C

GUÍA No. 6

Evaluemos

I PARTE

1. 33 y 36 años.

2. $3.000 y $2.000.

3. 6 y 10 unidades.

4. Mayores que -7.

5. Si.

6. Números mayores a 9 y menores o iguales a 25.

7. 17, 18, 19 y 20.

II PARTE

1. C

2. B

3. D

4. C

5. C

6. A

7. B

8. A

9. B

10. D

Misión

1. $x > +5$.

2. $x = 10$.

3. $x \geq +\sqrt{20}$

NOTAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] ESCOLAR.COM. Números Enteros. En línea: http://www.escolar.com/matem/13nument.htm Consultada en noviembre 2007.

[2]EDUCASTUR. Los números enteros. En línea: http://nea.educastur.princast.es/repositorio/RECURSO_ZIP/1_jantoniozu_Numeros%20enteros/Numeros%20enteros/DOCS/EJERCICIOS%20TEMA%204.pdf

[3]CONTACTO CENTRO COMENIUS, USACH. Números irracionales. En línea: http://www.comenius.usach.cl/webmat2/conceptos/desarrolloconcepto/numeros_irracionales_desarrollo.htm

Tomado y adaptado: MILLÁN JAIMA HERNANDO. Matemática en construcción 8. Pág. 27-29, 50-68.

Tomado y adaptado: BACHILLERATO PARA ADULTOS BAC. Colsubsidio. Guías ciclo 4.

Imágenes tomadas de Corbis. En línea: http://pro.corbis.com/