L
Ó
G
I
C
O

Grupos
Juveniles
Creativos

Ciclo 6

Grupo de pensamiento

Material en validación

Grupo de pensamiento

Grupos Juveniles Creativos

Este programa es posible gracias a la alianza entre el Ministerio de Educación Nacional, la Caja Colombiana de Subsidio Familiar –Colsubsidio- y las Secretarías de Educación de Cartagena, Arauca, Sincelejo, Quibdó, Tumaco, Buenaventura, Bucaramanga, Bogotá, Medellín, Florencia, Policarpa (Nariño) y San José de Guaviare.

Libertad y Orden

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL
República de Colombia

Colsubsidio

Presentación

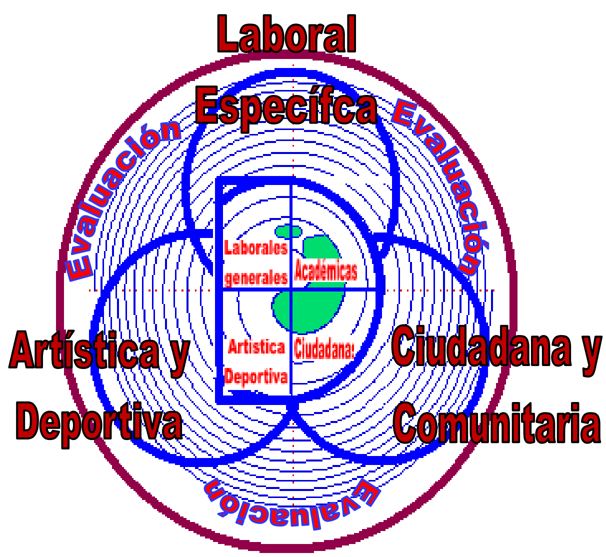
A partir de hoy conocerás un programa educativo denominado Grupos Juveniles Creativos cuyo propósito es que todos los jóvenes, que por diferentes circunstancias se hayan retirado del sistema educativo, tengan la oportunidad de formarse y avanzar en la construcción de sus sueños y la consecución de sus metas.

¿Por qué se denomina Grupos Juveniles Creativos?
GRUPOS, porque el programa tiene como base dinamizadora los aprendizajes mediante el trabajo cooperativo, en tanto que los jóvenes con niveles más altos en el desarrollo de competencias, generan procesos colectivos para cualificar aprendizajes en todos los integrantes del grupo.

JUVENILES, porque tú eres el eje fundamental del programa, estás entre los 13 y 26 años de edad y te encuentras desescolarizado. Tú como muchos jóvenes colombianos vives una etapa de capital importancia en la que se consolida la identidad y se construyen los proyectos de vida.

CREATIVOS, porque es la oportunidad para que los jóvenes expresen sus ideas, formulen y participen en proyectos, sueñen con posibilidades nuevas para ellos y asuman formas de vida favorables para su presente y futuro. Este programa será el espacio para que los jóvenes desarrollen habilidades para ser recursivos, propositivos, activos y proactivos frente a los problemas propios y comunitarios.

Con el fin de ofrecer formación integral de calidad y pertinencia para jóvenes que por diferentes circunstancias se han retirado del sistema educativo, el programa GJC organiza el proceso de enseñanza y aprendizaje en dos líneas de trabajo para atender las cuatro dimensiones formativas y buscar el desarrollo de competencias básicas, ciudadanas y laborales. La básica y la de profundización; cada una cuenta con sus escenarios para el aprendizaje y metodologías propias.



Contenido

¿Qué vas a encontrar en esta cartilla?

El programa asume la formación del campo Lógico como un fundamento para que desarrolles estructuras mentales que te hagan más competente en diversos contextos. “Esto Implica que reconozcas la existencia de distintos tipos de pensamiento lógico y matemático que utilizas para tomar decisiones informadas, para proporcionar justificaciones razonables o refutar las aparentes y para ejercer la ciudadanía crítica, es decir, para que participes en la preparación, discusión, toma de decisiones y para que desarrolles acciones que colectivamente puedan transformar la sociedad. A través de esta área piensas y juegas ya que está organizada con base en el enfoque de sistemas que integran los contenidos de la matemática para que puedas utilizarlos en la vida diaria y en la aplicación de los conocimientos científicos y tecnológicos.

Tienes en tus manos un plan de trabajo que te ayudará a desarrollar competencias Lógico – matemáticas como: Conocimientos matemáticos, situaciones problema y comunicación matemática.

- Conocimientos matemáticos: Darás cuenta del cómo y del porqué de los caminos que sigues para llegar a conclusiones. Justificas estrategias y procedimientos puestos en acción en el tratamiento de situaciones problema. Formulas hipótesis, haces conjeturas, exploras ejemplos y contraejemplos, pruebas y estructuras argumentos. Generalizas propiedades y relaciones, identificas patrones y los expresas matemáticamente. Planteas preguntas. Sabes que es una prueba de matemáticas y como se diferencia de otros tipos de razonamiento y distingues y evalúas cadenas de argumentos.

- Situaciones problema: Mediante la cual formulas problemas a partir de situaciones dentro y fuera de la matemática. Traduces la realidad a una estructura matemática. Desarrollas y aplicas diferentes estrategias y justificas la elección de métodos e instrumentos para la solución de problemas. Justificas la pertinencia de un cálculo exacto o aproximado en la solución de un problema y lo razonable o no de una respuesta obtenida. Verificas e interpretas resultados a la luz del problema original y generalizas soluciones y estrategias para dar solución a nuevas situaciones problema.

- Comunicación matemática: Se refiere a la capacidad de expresar tus ideas, interpretar, representar, usar diferentes tipos de lenguaje, describir relaciones. Relacionar materiales físicos y diagramas con ideas matemáticas. Modelar usando lenguaje escrito, oral, concreto, pictórico, gráfico y algebraico. Manipular proposiciones y expresiones que contengan símbolos y fórmulas, utilizar variables y construir argumentaciones orales y escritas.

Para este ciclo 6, desarrollarás niveles específicos de cada una de las competencias de acuerdo con los conceptos y contenidos a trabajar.

1. NIVELES DE COMPETENCIA:

Conocimientos matemáticos: Describes y modelas funciones y sus parentescos. **Situaciones problema:** Analiza cambio en una variable a través de tiempo y en varios contextos.
Comunicación matemática: Expresas tanto en forma oral como escrita, sobre asuntos con contenido matemático y de entender las aseveraciones, orales y escritas, de los demás sobre los mismos temas.

2. CONCEPTOS Y CONTENIDOS:

SUCESIONES Y SERIES:

- **Sucesiones:** Cálculo del termino n-ésimo, clases de sucesiones.
- **Series:** Clasificación, propiedades, clases de series.

PROBABILIDAD:

- **Cálculo de probabilidades:** Experimentos aleatorios, espacio muestral, definición y propiedades, probabilidad condicional, sucesos dependientes e independientes, diagramas de árbol.

En cada guía encontrarás:

¡¡¡ BIENVENIDO(A)!!! ¡¡¡BIENVENIDO (A)!!!

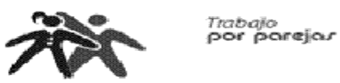
CONVENCIONES

Para el desarrollo y comprensión de las guías debes tener en cuenta las diferentes actividades a realizar, identificadas con las siguientes convenciones:

Conoces en qué consisten las actividades del día y realizas los ejercicios que te ayudarán a ubicarte en la sesión

Empiezas a buscar e indagar nuevos conocimientos, habilidades, destrezas y actitudes.

Realizas actividades y ejercicios individuales para fortalecer tus conocimientos, habilidades, destrezas y actitudes.



Asumen responsabilidades con otro compañero de tal manera que las desarrollen juntos.

Consolidar un equipo de trabajo, integrarse a él y establecer roles y responsabilidades para realizar actividades coordinadas con otros

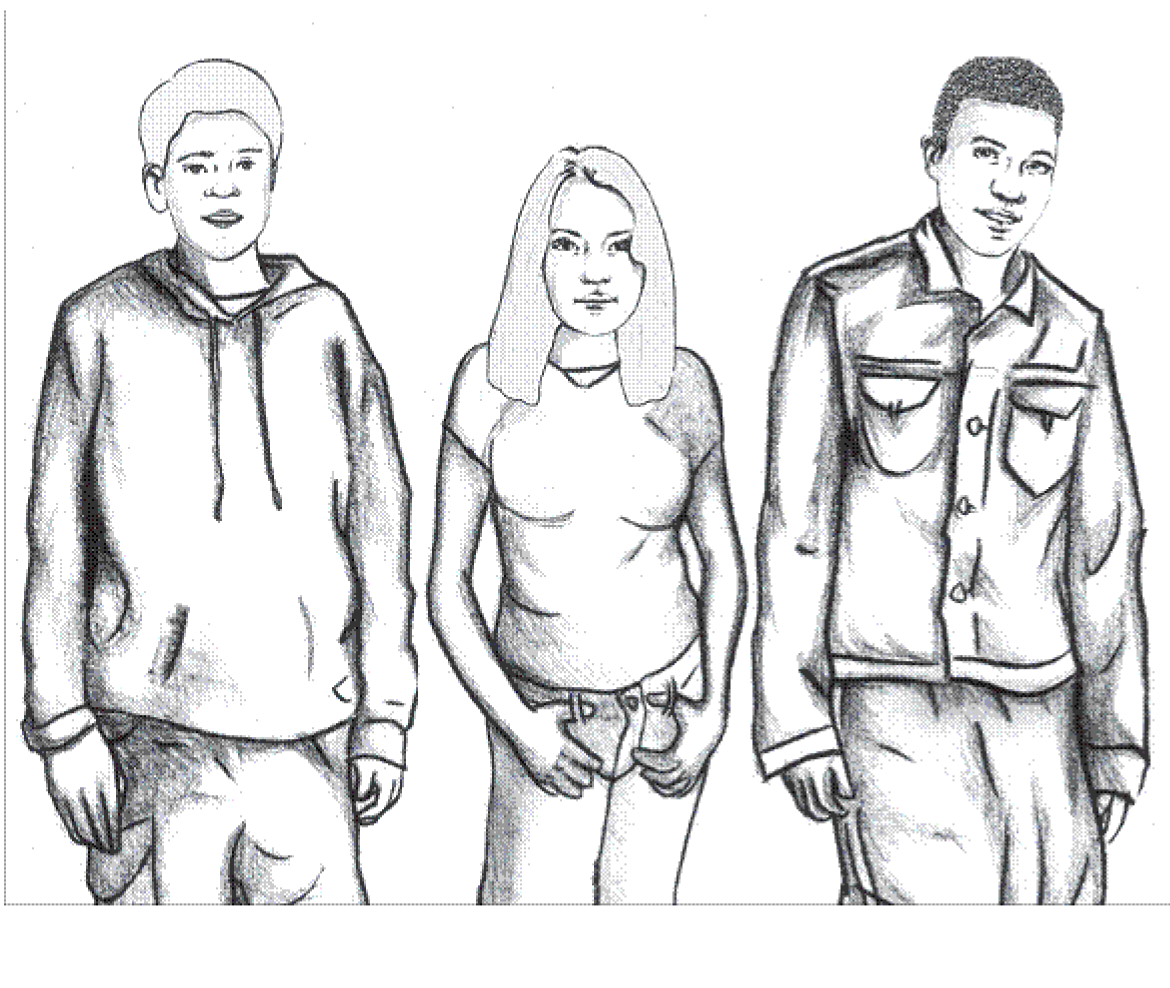
Revisas si realmente realizaste individualmente y como equipo, un buen trabajo que permitió el reto del día.

Reflexionas sobre lo trabajado en el día y buscas el uso práctico en la vida cotidiana.

Asumes la responsabilidad de realizar consultas, averiguaciones, trabajos, actividades que buscan fortalecer lo desarrollado en la sesión del día o que te servirá para preparar el siguiente encuentro.

Tus compañeros de viaje

Hola quiero presentarme y presentarte a mis amigos, ella es **Killa**, él es **Carlos** y yo soy **Mavin**, te acompañaremos todos los días y juntos aprenderemos a vivir mejor.



Guía No. 1

RETO
Te retamos a que desarrolles procesos de conteo para conocer la cantidad de formas en que puedes realizar una actividad.

PALABRAS CLAVES:
Conjuntos: Unión, intersección, complemento y diferencia.
Factorial: Definición y aplicación.
Conteo: Definición.

Realiza la lectura silenciosa de tu libro por 15 minutos. Luego debes apuntar en tu cuaderno la agenda del día que te indicará el tutor (a). Ahora, lee atentamente:

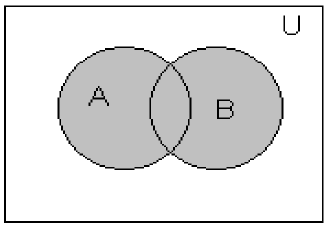
Probabilidad, también conocida como teoría de la probabilidad, es la rama de las matemáticas que se ocupa de medir o determinar cuantitativamente la posibilidad de que un suceso o experimento produzca un determinado resultado. Por ejemplo, encontrar la probabilidad de que salga 5 o 6 al lanzar un par de dados.

La creación de la probabilidad se atribuye a los matemáticos franceses del siglo XVII Blaise Pascal y Pierre de Fermat, aunque algunos matemáticos anteriores, como Gerolamo Cardano en el siglo XVI, habían aportado importantes contribuciones a su desarrollo. La probabilidad matemática comenzó como un intento de responder a varias preguntas que surgían en los juegos de azar, por ejemplo saber cuántas veces se ha de lanzar un par de dados para que la probabilidad de que salga seis sea el 50 por ciento.

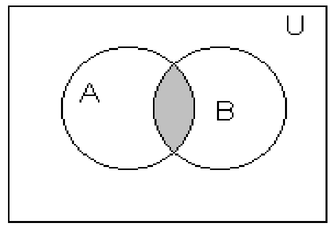
La probabilidad matemática se utiliza mucho en las ciencias físicas, biológicas y sociales, así como en el comercio y la industria. Se aplica a muchas áreas tan dispares como la genética, la mecánica cuántica y los seguros. También estudia problemas matemáticos teóricos de gran importancia y dificultad y está bastante relacionada con la teoría del análisis matemático, que se desarrolló a partir del cálculo.[1]

En el cálculo de probabilidades de sucesos o experimentos determinados la teoría de conjuntos es de mucha utilidad y es por ello que debes revisar los conocimientos sobre las operaciones de conjuntos como lo son: la unión, la intersección, el complemento de un conjunto, etc.

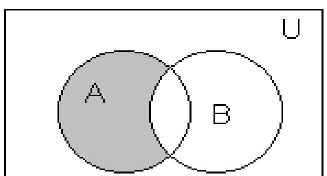
Para esto, interpreta los siguientes diagramas de Venn, en donde se resume gráficamente las operaciones básicas entre conjuntos representadas en la región sombreada.



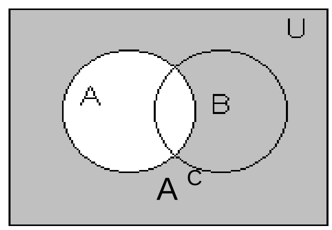
$A \cup B$



$A \cap B$



$A - B$



A^C

Ahora, con los siguientes conjuntos vas a realizar las operaciones indicadas en tu cuaderno:

$U = \{x \in Z \ / \ -1 \leq x < 20\}$

$A = \{x \in Z \ / \ 1 < x < 6\}$

$B = \{x \in Z \ / \ x > -5\}$

$C = \{x \in Z \ / \ x \leq 3\}$

- $A \cup C$
- $A \cap B$
- $A - B$
- B^C
- $A \cap B \cap C$
- $A \cap A^c$

> ***Sabias que…***
> El conjunto que no posee elementos se denomina conjunto vacío y se denota por Φ.
> Así, dos conjuntos A y B se dicen mutuamente excluyentes si $A \cap B = \Phi$.

Para resolver algunos problemas de probabilidades es necesario que conozcas el número de elementos que posee cierto conjunto y el conjunto universal, denominado, en probabilidades, **espacio muestral**, es por ello que debes saber como determinar el número de elementos de cualquier conjunto, tarea te puede ser algo complicado, sin embargo en algunos casos esto lo puedes realizar y por ello es importante el aprender a calcular este número.

Resuelve este ejercicio: Una persona desea construir su casa, para lo cuál considera que puede construir los cimientos de su casa de cualquiera de dos maneras (concreto o bloque de cemento), mientras que las paredes las puede hacer de adobe, adobón o ladrillo, el techo puede ser de concreto o lámina galvanizada y por último los acabados los puede realizar de una sola manera ¿Cuántas maneras tiene esta persona de construir su casa?

Consejitos…
Para que puedas responder la pregunta, puedes realizar una lista de las diferentes opciones que tiene este personaje para construir su casa y luego contarlas.

Sabias que…
Si un suceso puede ocurrir de **m** formas distintas y un segundo suceso, a su vez puede ocurrir de **n** formas distintas, y así sucesivamente, entonces el número de maneras en que estos sucesos pueden ocurrir es igual al producto de las formas **m**· **n**·…
Principio fundamental del conteo

Ten presente:
Para abreviar la escritura al realizar productos existe una **notación factorial** que consiste en simbolizar el producto de los enteros desde 1 hasta un número n, se emplea con mucha frecuencia en matemáticas y se denota por el símbolo de n! (que se lee ene factorial).
Así,
$n! = 1·2·3·4·5·6· \ldots (n-2)(n-1)n$, teniendo en cuenta que por definición $0! = 1$.

Ejemplos:
$3! = 1·2·3 = 6$
$5! = 1·2·3·4·5 = 120$

$$\frac{10!}{8!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 10 \cdot 9 = 90$$

Con la ayuda de una compañera o compañero resuelve el siguiente ejercicio:

- Si el número de placas que se puede formar para carro con tres letras y tres números es 19.683.000. (Se ha tomado el alfabeto de 27 letras)

Encuentra la forma con el procedimiento respectivo para llegar a este resultado.

Realiza la siguiente actividad en una hoja que anexarás al portafolio en el apartado correspondiente.
Prueba tu habilidad de invención.

1. Encuentra dos conjuntos A y B tales que se tenga $A \cap B$ = {0}; $A \cup B$ = {0, 1, 2, 3, 4, a, b, c} y cada conjunto tiene 4 elementos.

2. Propón el enunciado de un ejercicio de acuerdo con las siguientes condiciones y resuélvelo:

- Se necesita viajar de una ciudad X a una ciudad Y, pero necesariamente se debe pasar por la ciudad Z.
- Existen 6 formas distintas para viajar de la ciudad X a la ciudad Y.

3. Si tienes 6 formas distintas de comer helado de tres sabores diferentes, ¿Cuál sería el enunciado del ejercicio más apropiado?

Si se necesita desarrollar el cociente: 100! / 98!, de forma mecánica se podría desarrollar el numerador luego el denominador y por último realizar la división… ¿No te parece un poco extenso?
Determina mediante que otro proceso podrías resolverlo de forma más simplificada y sencilla.

1. Resuelve el ejercicio en tu cuaderno trabajando cada numeral por aparte.
¿Cuántos números telefónicos es posible diseñar, los que deben constar de siete dígitos tomados del 0 al 9?

a. Considere que el cero no puede ir al inicio de los números y es posible repetir dígitos.
b. El cero no debe ir en la primera posición y no es posible repetir dígitos.
c. ¿Cuántos de los números telefónicos del numeral b empiezan por el número siete?
d. ¿Cuántos de los números telefónicos del numeral b forman un número impar?

2. Realiza una lista de las formas en que puedes organizar las letras de la palabra O S A (no importa que no tenga sentido), por ejemplo, una forma puede ser
O A S.

Para practicar….
Las técnicas de conteo te proporcionan todas las maneras o formas posibles de como puedes llevar a cabo una actividad.

Conteo II

Guía No. 2

RETO
Te retamos a que identifiques y apliques técnicas de conteo para conocer con certeza de cuantas formas diferentes puedes realizar una actividad.

PALABRAS CLAVES:
Combinaciones:
Definición y aplicaciones.
Permutaciones:
Definición y aplicaciones.

Realiza tu lectura silenciosa por 15 minutos.
Luego, no olvides escribir en tu cuaderno la agenda del día. Ahora, realiza la siguiente actividad:

Cuenta cuantos compañeros y compañeras hay en este momento en el aula. Apunta la cantidad en tu cuaderno. Ahora, lee cada numeral y contesta la pregunta.

- El tutor (a) desea que tres de sus jóvenes lo ayuden en: control de asistencia, aseo del aula y coordinación del proyecto creativo.
- El tutor (a) desea que se nombre a los monitores de grupo de pensamiento Comunicativo, Social y Ambiental.

¿Cómo lo podría hacer?

Analiza la primera situación:

Supón que por unanimidad se ha elegido a Diana, Arturo y Rafael para el control de las actividades, (aunque pudieron haberse seleccionado a Rafael, Daniel y Diana, o pudo haberse formado cualquier grupo de tres personas para realizar las actividades mencionadas anteriormente).
Ahora, contesta en tu cuaderno: ¿Es importante el orden como se selecciona a los elementos que forma el grupo de tres personas? ¿Por qué?

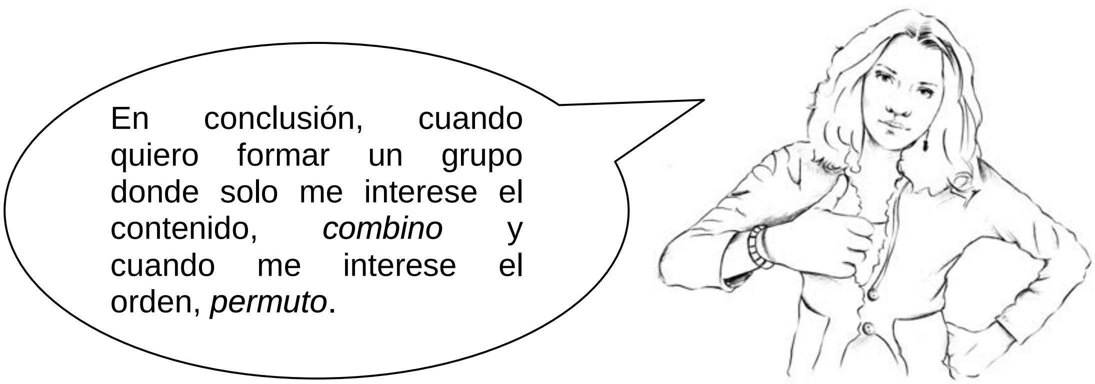
Analiza la segunda situación:
Supón que se han nombrado a Yogen como monitor de grupo de pensamiento Ambiental, Laura como monitora de grupo de pensamiento Comunicativo y Angie como monitora de grupo de pensamiento Social, pero resulta que a alguien se le ocurre hacer algunos cambios, los que se muestran a continuación:

CAMBIOS

G.P. Ambiental	Yogen	Yogen	Laura	Angie
G.P. Comunicativo	Angie	Laura	Angie	Yogen
G.P. Social	Laura	Angie	Yogen	Laura

Ahora tienes cuatro arreglos. Contesta en tu cuaderno, ¿Se trata de la misma representación? ¿Por qué?

Ciertas situaciones te permiten formar grupos o muestras de elementos en donde lo único que te interesa es el contenido de los mismos. Dichas situaciones son ejemplos claros de un tipo de conteo conocido como **combinación**.
Por otro lado, existen situaciones en las cuales el orden o la forma en que se asignan las funciones sí te importa, por la tanto es este caso hablarás de **permutaciones**.

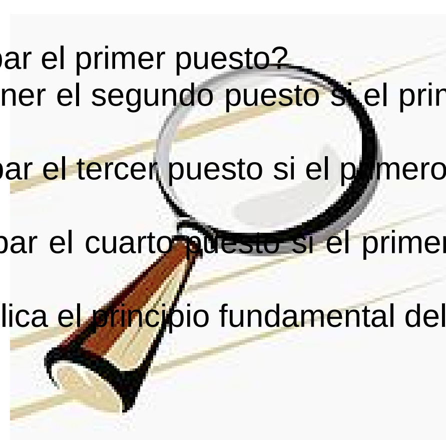


A continuación obtendrás las fórmulas de permutaciones y de combinaciones mediante la solución de ejercicios, pero antes realiza un rápido repaso a la definición de n! (ene factorial), ya que está involucrado en las fórmulas que obtendrás y usarás para la resolución de problemas.

Soluciona los siguientes ejercicios teniendo en cuenta las pistas.

1. ¿Cuántas maneras hay de asignar los cuatro primeros lugares de un concurso de creatividad que se verifica en las instalaciones de nuestro programa, si hay 14 participantes?

Pistas:
- ¿Cuántos participantes pueden ocupar el primer puesto?
- ¿Cuántos participantes pueden obtener el segundo puesto si el primer puesto ya esta ocupado?
- ¿Cuántos participantes pueden ocupar el tercer puesto si el primero y el segundo ya están ocupados?
- ¿Cuántos participantes pueden ocupar el cuarto puesto si el primero, segundo y tercero ya están ocupados?
- Luego de contestar las preguntas aplica el principio fundamental del conteo.



En general, para determinar el número de permutaciones de r objetos tomados de entre n objetos, todos diferentes, aplicas la fórmula:

$$ {}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)\,!} $$

Por otro lado, las combinaciones de r objetos tomados de entre n objetos puedes obtenerlas a partir de las permutaciones de r objetos tomados de entre n objetos, esto se debe a que como en las combinaciones no importa el orden de los objetos, entonces si tienes las permutaciones de esos objetos al dividirlas entre r!, le estas quitando el orden y por tanto transformándolas en combinaciones, de otra forma, también si deseas calcular permutaciones y tienes las combinaciones, simplemente multiplicas estas por el r! obtendrás las permutaciones requeridas. Es decir, se tiene:

$$ {}_nP_r = {}_nC_r\, r! $$

o

$$ \boxed{{}_nC_r = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}} $$

2. Para contestar un examen un joven debe contestar 9 de 12 preguntas, ¿Cuántas maneras tiene el alumno de seleccionar las 9 preguntas?

Consejitos…
Es muy importante que identifiques cuando combinas y cuando permutas al momento de que quieras cuantificar los elementos de algún evento.

Reúnete con un compañero o compañera y discute la solución de los ejercicios trabajados anteriormente. Luego, resuélvelos aplicando las fórmulas generales. Finalmente plantea la fórmula general para determinar el número de combinaciones de acuerdo con la relación que existe del cálculo del número de permutaciones.

Identifica cual o cuales de los siguientes enunciados es una combinación o una permutación. Luego resuélvelos en tu cuaderno, verificándolos mediante las fórmulas generales.

1. ¿Cuántos puntos de tres coordenadas (x, y, z), será posible generar con los dígitos 0, 1, 2, 4, 6 y 9?, Si:
   a. No es posible repetir dígitos.
   b. Es posible repetir dígitos.

2. Si se cuenta con 14 alumnos que desean colaborar en una campaña pro limpieza. Cuántos grupos diferentes de limpieza podrán formarse si:
   a. Se desea que consten de 5 alumnos cada uno de ellos.

.

Reflexionemos

La fórmula para hallar el número de permutaciones te permitirá obtener todos aquellos arreglos en donde el orden es importante y solo uses parte (r) de los n objetos con que se cuenta, además debes notar que no se pueden repetir objetos dentro del arreglo, esto es, los n objetos son todos diferentes.

Entonces, ¿Qué fórmula debes aplicar para arreglos en donde utilices los n objetos con que cuentas?

Misión

Soluciona los siguientes ejercicios en una hoja que anexarás al portafolio en el apartado correspondiente:

1. Se tienen 3 libros: uno de aritmética (A), uno de biología (B) y otro de cálculo(C), y se quiere ver de cuántas maneras se pueden ordenar en un estante.

2. ¿Cuántas permutaciones pueden formarse con las letras de la palabra BONDAD?

3. Un hospital cuenta con 21 cirujanos con los cuales hay que formar ternas para realizar guardias. ¿Cuántas ternas se podrán formar?

Para practicar….

Para facilitar el conteo cuentas con tres técnicas: La técnica de la multiplicación, de la permutación y de la combinación.

El azar

Guía No. 3

RETO
Serás capaz de obtener una estimación bastante exacta de la ocurrencia de un suceso o evento, mediante procesos algebraicos, racionales y gráficos.

PALABRAS CLAVES:
Cálculo de probabilidades:
Experimentos aleatorios, espacio muestral, definición y propiedades, probabilidad condicional, sucesos dependientes e independientes, diagramas de árbol.

Realiza tu lectura silenciosa por 15 minutos. Luego, no olvides escribir en tu cuaderno la agenda del día.

Para descansar un poco Killa, Carlos y Mavin están jugando con una moneda y un dado. Los lanzan y determinan quien obtuvo más veces cara, quien obtuvo más veces sello y quien obtuvo el mayor número.
De diez lanzamientos que realicé alguno de ellos, ¿Cuántas veces caerá cara? ¿Cuántas caerá sello? ¿Cuántas veces caerá el 6?
Preguntas de este estilo podrás responder a medida que vayas desarrollando la guía.

Los posibles resultados que pueden obtener al lanzar la moneda son sello y cara. Lo cual puedes representar como conjunto llamado **espacio muestral** denotado por la letra S.

S = {Cara, Sello}

> ***Sabias que….***
> Se llama **suceso** o **evento** a todo subconjunto del espacio muestral y se denotan por letras mayúsculas.

Es decir, los resultados están establecidos pero no puedes predecirlos con exactitud, dependen del azar. Este es un caso de un **fenómeno aleatorio**.
Algunos ejemplos de fenómenos aleatorios son: El obtener un as al sacar una carta de una baraja de naipes, el obtener un dos al lanzar un dado corriente, el sacar una balota azul de una urna que contiene balotas rojas, azules y verdes, etc.

Así, tienes:
Experimento: Lanzar una moneda.
Espacio muestral, **S**= {Cara, Sello}.
Sucesos o eventos, B: Obtener cara. B = {Cara}.
C: Obtener sello. C = {Sello}.

Ahora, realiza el mismo procedimiento para el experimento aleatorio de lanzar un dado.

Si lanzan la moneda y el dado al mismo tiempo, entonces el espacio muestral de este fenómeno aleatorio es:

S = {C1, C2, C3, C4, C5, C6, S1, S2, S3, S4, S5, S6}

Donde, C1 significa que salió cara en la moneda y 1 en el dado.
S2 significa que salió sello en la moneda y 2 en el dado.

Escribe en tu cuaderno los elementos de los siguientes sucesos o eventos:

A. Obtener un número par en el dado.
B. Obtener sello en la moneda.
C. Obtener cara en la moneda y un número impar en el dado.
D. Obtener sello.

Ahora, lee atentamente las siguientes frases:

Es poco **probable** de que al lanzar el dado, Killa obtenga todas las veces 6.

¿Será que en el tarde llueve?

No es **probable** que Carlos al lanzar la moneda obtenga un resultado diferente a sello o cara.

Es **seguro** que al lanzar el dado, Mavin obtenga un número natural menor o igual a 6.

Es poco **probable** que me gane la lotería.

Si estudio los contenidos correspondientes a la sesión es **casi seguro** que apruebe la evaluación.

Es **imposible** que al lanzar un dado de ocho lados obtenga 9.

¿Se te hacen familiar? ¿Las has escuchado alguna vez? ¿Las has expresado alguna vez? ¿Qué diferencias y semejanzas hay entre ellas? Comparte tus respuestas con tus compañeros y compañeras.

Todas estas afirmaciones expresan cierto grado de incertidumbre, es decir no se esta seguro de los sucesos. En algunos casos, las propiedades físicas permiten obtener una estimación bastante exacta de la ocurrencia de los sucesos.

El verdadero problema esta en si puedes utilizar la probabilidad para medir cualquier tipo de incertidumbre.

Sabias que….
La **probabilidad** mide la frecuencia con la que ocurre un resultado en un experimento bajo condiciones *suficientemente* estables, es decir es una medida de incertidumbre.

La probabilidad de un evento o suceso A escrita P(A) está definida por:

$$P(A) = \frac{\text{número de casos favorables}}{\text{número de casos posibles}} = \frac{\text{número de elementos del evento}}{\text{número de elementos del espacio mustral}}$$

Si todos los casos o resultados del experimento son igualmente posibles.

- ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar 10 veces un dado de seis caras salga un número par?

Experimento: Lanzar un dado 10 veces.
Espacio muestral: **S** = {1, 2, 3, 4, 5, 6}
Suceso o evento B: Obtener un número par. B = {2, 4, 6}

P(B) = número de casos favorables/número de casos posibles

P(B) = $\frac{3}{6}$ = 0,5

- ¿Cuál es la probabilidad de que caiga el número 6?

Experimento: Lanzar un dado 10 veces.
Espacio muestral: **S** = {1, 2, 3, 4, 5, 6}
Suceso o evento B: Obtener el número 6. B = {6}

P(B) = número de casos favorables/número de casos posibles

P(B) = $\frac{1}{6}$ = 0,16

- Al lanzar una moneda, ¿Cuál es la probabilidad de obtener cara o sello?

Experimento: Lanzar una moneda.
Espacio muestral: **S** = {Cara, Sello}
Suceso o evento B: Obtener cara o sello. B = {{Cara, Sello}

P(B) = número de casos favorables/número de casos posibles

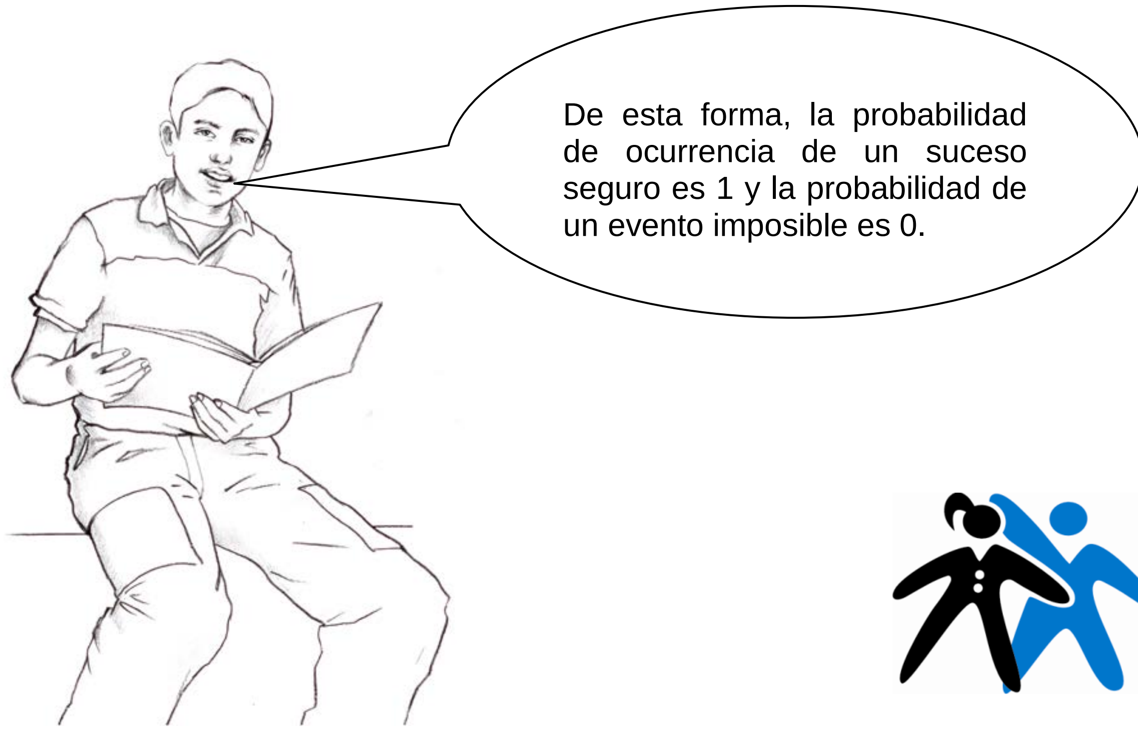
P(B) = $\frac{2}{2}$ = 1

- Al lanzar un dado de ocho caras, ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número mayor a 8?

Experimento: Lanzar un dado de ocho caras.
Espacio muestral: **S** = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}
Suceso o evento B: Obtener un número mayor a 8. B = ϕ

P(B) = número de casos favorables/número de casos posibles

P(B) = $\frac{0}{8}$ = 0



Junto con un compañero o compañera resuelve los siguientes ejercicios de acuerdo con la información proporcionada en el siguiente cuadro:

"Numero de víctimas de delincuentes para cada 1000 personas de 12 años o más de edad en los Estados Unidos De Norteamérica"

Sexo	Robo	Asalto	Ataque	Total
Hombre	5	18	42	65
Mujer	12	9	52	73
Total	17	27	94	138

¿Cuál es la probabilidad de que la víctima de uno de estos tres tipos de delito sea hombre?
¿Cuál es la probabilidad de que la víctima de uno de estos tres tipos de delito se mujer?
Si se sabe que se cometió un asalto ¿cuál es la probabilidad de que la víctima sea hombre?

Consejitos…
La probabilidad de un evento A cualquiera cumple las siguientes condiciones:

1. $0 \leq P(A) \leq 1$
2. ϕ es el suceso imposible $P(\phi) = 0$
3. S es el evento seguro entonces $P(S) = 1$
4. Si $A \cap B = \phi$ entonces $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
5. SI $A \cap B \neq \phi$ entonces $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
6. $P(A^C) = 1 - P(A)$ = probabilidad de que no ocurra A.

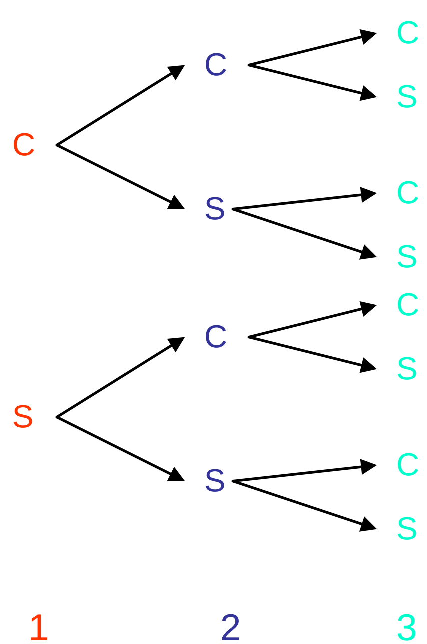
Sigue los consejitos para resolver las siguientes situaciones.

1. En una urna hay balotas numeradas de 1 a 9, sacar una balota marcada con el número 34.
2. Una persona compra todas las boletas para una rifa.
3. Si S = {1, 2, 3, 4, 5, 6} es el espacio muestral que corresponde al lanzar un dado corriente una vez y considera los eventos A = {sale número par mayor que 2} y B = {sale número impar}. Calcula P ($A \cup B$).
4. Calcula la probabilidad de que salga un número impar al lanzar un dado normal.

❖ Ahora, si se lanzan dos monedas al tiempo tres veces seguidas, ¿Cuál es la probabilidad de obtener en un lanzamiento dos veces cara?

Experimento: Lanzar dos monedas al tiempo tres veces seguidas.
En este caso no es sencillo enumerar los elementos del espacio muestral.
Primer lanzamiento: Puede obtener cara o sello.
Segundo lanzamiento: Si en el primer lanzamiento se obtuvo cara en el segundo se puede obtener cara o sello, de igual forma si en el primer lanzamiento se obtuvo sello.
Tercer lanzamiento: Si en el primer lanzamiento …

Como notas, es un procedimiento bastante tedioso. Pero, puedes resumirlo en un diagrama como el siguiente:



Si miras la columna del tercer lanzamiento concluirás que hay 8 elementos que pertenecen al espacio muestral, pero necesitas saber cuales son para armar el conjunto del evento y así calcular la probabilidad.
Cada elemento de S estará compuesto por 3 resultados, uno por cada lanzamiento. El diagrama te ayudará a seguir un orden:

C → C → C

(C, C, S)

(C, C → C → S C, C)

De esta forma,
Espacio muestral:

S = {(C,C,C), (C,C,S), (C,S,C), (C,S,C), (S,C,C), (S,C,S), (S,S,C), (S,S,S)}

Suceso o evento B: 2 de los lanzamientos son cara.

S = {(C,C,C), (C,C,S), (C,S,C), (C,S,S), (S,C,C), (S,C,S), (S,S,C), (S,S,S)}

P(B) = número de casos favorables/número de casos posibles

P(B) = $\frac{4}{8}$ = 0,5

Sabias que….
El diagrama que acabas de aplicar se conoce como **diagrama de árbol**. E s una representación gráfica de un experimento que consta de *r* pasos, donde cada uno de los pasos tiene un número finito de maneras de ser llevado a cabo.

Calcula la probabilidad de: Obtener por lo menos una cara. Obtener los tres lanzamientos iguales.

Hasta el momento suponías que toda la información antes de la prueba de un experimento aleatorio, estaba contenida en el espacio muestral, y a partir de aquí, calculabas la probabilidad de un suceso A.

Ahora, vas a suponer que tienes una información adicional, se trata de ver como el conocimiento de la ocurrencia de otro suceso, B, puede modificar la probabilidad de ocurrencia del evento A.

Con este objetivo se defina la **probabilidad condicionada** del suceso A al suceso B, P($\frac{A}{B}$), la cual se lee "Probabilidad del suceso A dado el suceso B" , de la siguiente forma:

$$P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Por ejemplo, al lanzar un dado, la probabilidad de obtener el número “2” es $\frac{1}{6}$. Sin embargo, si sabes que al lanzar un dado ha salido un número par pero no sabes cuál es, la probabilidad de que sea un “2” no es la misma que la anterior.

Sean A: Obtener el número 2. A = {2}
B: Obtener un número par. B = {2, 4, 6}

P($A \cap B$) = P(obtener el 2 y obtener par) =P(obtener el 2 dado que es par)
$= \frac{1}{6}$

P(B) = P(obtener un número par) $= \frac{3}{6}$

Luego, P($\frac{A}{B}$) = $\frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

$$= \frac{\frac{1}{6}}{\frac{3}{6}} = \frac{1}{3}$$

> ***Sabias que….***
> Un suceso A es **independiente** de un suceso B cuando la probabilidad de A no depende de la aparición de B. Es decir, A es independiente de B si y sólo si P($\frac{A}{B}$) = P(A).

Reúnete con un compañero o compañera y resuelve los siguientes ejercicios con su respectivo procedimiento en tu cuaderno:

1. Determina el espacio muestral correspondiente a los siguientes fenómenos aleatorios
   A. Extraer una carta de un naipe de 40 cartas.
   B. Extraer un tornillo de una muestra de 20 tornillos.
   C. Extraer una bola de una urna que contiene 12 bolas.
   D. Lanzar dos monedas normales.
   E. Lanzar un dado dos veces.
   F. Lanzar un trompo de 8 caras numeradas.
   G. Medir la congestión en una vía de una ciudad A, que tiene inscritos 10.000 vehículos automotores.

2. Con relación a los ejercicios anteriores escribe el conjunto correspondiente a los

siguientes sucesos aleatorios

A. Obtener un As en A
B. Obtener tornillo defectuoso en B sabiendo que el 20% son defectuosos.
C. Extraer bola roja sabiendo que hay 3 rojas en C
D. Obtener cara en D
E. Obtener suma mayor que 8 al sumar los puntos obtenidos en E
F. Obtener número impar en F

3. En el fenómeno aleatorio de lanzar dos dados, calcular la probabilidad de ocurrencia de los siguientes sucesos de:

A. Obtener la pareja (2, 5).
B. Obtener (7, 2).
C. Obtener (1, 1) ó (1, 2) ó (1, 3) ó (1, 4) ó (l, 5), ó (1, 6).
D. Obtener en suma de puntos un número inferior a 12.
E. Que salga un resultado diferente a (6, 6).
F. De que salga una pareja *(*a, b*)* tal que a + b = 5.

4. Una urna contiene 3 fichas blancas, dos negras y una roja. Si en un experimento se eligen al azar 2 fichas. Cuál es la probabilidad de elegir:

A. Una ficha negra y una blanca
B. Una ficha blanca y una roja

5. Se lanzan 4 monedas, calcular la probabilidad de:

A. Obtener exactamente tres caras
B. De obtener al menos dos caras
C. De no obtener caras

Realizar un diagrama de árbol que represente la situación.

6. Un restaurante ofrece en su menú 2 principios: Frijoles y lentejas, 2 jugos: Mora y naranja y 3 postres: Arroz con leche, pudín y gelatina. ¿De cuántas formas diferentes puede un cliente armar su plato?

7. Menciona dos ejemplos de eventos independientes y justifícalo utilizando la fórmula.

8. Se lanzan dos dados al mismo tiempo. Si la suma de los puntos obtenidos es 7. ¿Cuál es la probabilidad de que alguno de los dados hay salido un tres?

Reflexionemos

Probablemente cuando revises cálculos sobre probabilidades en noticieros, revistas, periódicos,… Notarás que estos datos no están expresados en forma racional o decimal. Por lo general están en términos porcentuales. Pero, ¡no te afanes! es sencillo pasar estas cifras a porcentaje.

Analiza cómo sería esta conversión. Puedes ayudarte con las ideas que generen tus compañeros.
Para que tengas una ayuda, observa el siguiente ejercicio:

La probabilidad de obtener cara al lanzar una moneda es 0,5, es decir, 50%.

Identifica la respuesta correcta de los enunciados 1, 2 y 3 justificando tu respuesta. Resuélvelos en hojas que irán al portafolio en el apartado correspondiente:

1. El espacio muestral al experimento "lanzar una moneda y un dado simultáneamente" corresponde a

A. $\{C, S, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
B. $\{C1, C2, C3, C4, C5, C6, S1, S2, S3, S4, S5, S6\}$
C. $\{C, C, C, C, C, C, S, S, S, S, S, S\}$
D. $\{CS1, CS2, CS3, CS4, CS5, CS6\}$

2. Se tiene una caja con 10 fichas blancas, 5 negras y 5 rojas. La probabilidad de sacar una ficha blanca de la caja es

A. $\frac{1}{2}$
B. $\frac{1}{10}$
C. $\frac{1}{5}$
D. $\frac{1}{20}$

3. Se han comprado 6 yogur de fresa y 4 de melocotón, al llegar a casa a uno se le había caído la etiqueta. De las siguientes afirmaciones, la verdadera es:

A. es más probable que la etiqueta sea de un yogur de melocotón.
B. es más probable que la etiqueta sea de un yogur de fresa.
C. es igualmente probable que sea de fresa o de melocotón.
D. es imposible determinar a que clase de yogur pertenece la etiqueta.

4. Realiza un glosario con los principales conceptos vistos en el cálculo de probabilidades.

5. Con los jugadores de un club de fútbol se forman dos equipos para jugar un partido de entrenamiento; entre los dos equipos se reúnen 6 defensas, 8 medios, 6 delanteros y 2 porteros.

El entrenador sabe que en estos partidos, la probabilidad de que se lesione un jugador es 0.22 si es delantero, 0.11 si es medio, 0.055 si es defensa y 0 si es portero.

a. Calcular la probabilidad de que se lesione uno cualquiera de los jugadores en este partido.
b. Si se sabe que un jugador se ha lesionado, determinar la probabilidad de que haya sido un defensa.

6. En una ciudad, el 35% vota al partido A, el 45% vota al partido B y el resto se abstiene. Se sabe además que el 20% de los votantes de A, el 30% de los de B y el 15% de los que se abstienen, son mayores de 60 años. Se pide:

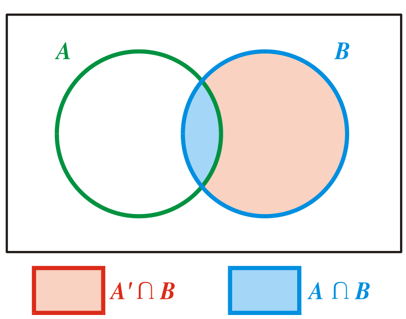
a. Halla la probabilidad de que un ciudadano elegido al azar sea mayor de 60 años.
b. Halla la probabilidad de que un ciudadano mayor de 60 años se haya abstenido.

7. En una urna hay 15 bolas numeradas de 2 al 16. Extraemos una bola al azar y observamos el número que tiene.

a. Describe los sucesos:
A = "Obtener par" B = "Obtener impar"
C ="Obtener primo" D = "Obtener impar menor que 9"

b. ¿Qué relación hay entre A y B? ¿Y entre C y D?
c. ¿Cuál es el suceso $A \cup B$? ¿y $C \cap D$?

8. Sean A y B los sucesos para eventos independientes tales que:
P(A) = 0,4 P(A' n B) = 0,4 P($A \cap B$) = 0,1
Calcula P($A \cup B$) y P(B).
Observa la siguiente figura[2] que te será de mucha ayuda:



> ***Para practicar…***
> ¿Qué tan aproximada es el cálculo de probabilidad de un evento con una situación real?
> Junto con un grupo de compañeros realiza una actividad de las trabajadas en la guía. Luego compara resultados y concluye.

Guía No. 4

RETO
Implementarás arreglos numéricos en el hallazgo de términos en posiciones tan grandes que te llevaría mucho tiempo calcularlos con lápiz y papel.

PALABRAS CLAVES:
Sucesiones: Cálculo del termino n-ésimo, clases de sucesiones.
Series: Clasificación, propiedades, clases de series.

Sintonicémonos

Realiz a tu lectura silenciosa por 15 minutos. Luego, no olvides escribir en tu cuaderno la agenda del día.

Karl Friedrich Gauss: El niño precoz de las Matemáticas.
Lee el siguiente artículo y averigua por que se le denomina de esta forma.

GAUSS, DE NIÑO, HACE UN DESCUBRIMIENTO

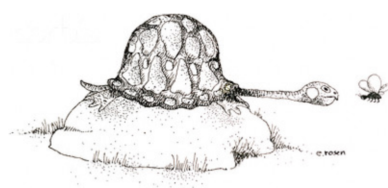
Gauss provenía de una familia muy modesta, su padre fue jardinero y pintor de brocha gorda. Las dotes matemáticas del joven Gauss se manifestaron muy pronto.
Se cuenta de él que un día a la edad de nueve años, cuando llegó a la clase de aritmética de la escuela primaria, el profesor les pidió a él y a sus compañeros que sumasen todos los números del uno al cien. Gauss se paró a pensar y en lugar de sumar todos, uno por uno, resolvió el problema en pocos segundos de la manera siguiente:
1+2+3+… + 98+99+100 = (1+100) + (2+99) +...+ (50+51) = 50x101=5050
es decir, descubrió el principio de la fórmula de la suma de los términos de una progresión aritmética. A consecuencia de estos éxitos sus maestros se interesaron por él. Gauss estudió matemáticas y llegó a ser catedrático de matemáticas de KAZÄN, catedrático de astronomía y director del observatorio astronómico de GOTINGA.

Si tomas tu dedo meñique y mides en donde inicia la uña hasta donde termina la uña y denominas a esa medida 1, posteriormente mides la distancia que hay entre donde termina la uña hasta donde termina la primera falange y si notas esta medida es nuevamente igual a la anterior, es decir 1. Luego mides la distancia entre donde termina la primera falange hasta donde termina la segunda falange notarás que es el doble de las distancias anteriores es decir 2 y luego mides la distancia que hay entre el final de la segunda falange hasta donde termina la tercera. Notarás que es tres veces la medida inicial. Es decir que ha encontrado los siguientes términos {1, 1, 2, 3. . .}.

En esta guía trataras un problema que fue planteado hace 2400 años, cuando el filósofo Griego Zenón De Elea (495-435 a. de C.) precipitó una crisis en la matemática de la época, estableciendo algunas paradojas.
Una paradoja clásica afirma que un corredor no puede llegar a la meta porque, para lograrlo, debe recorrer una distancia; pero no puede recorrer esa distancia sin primero recorrer la mitad de ella, y así sucesivamente ya que existe un número infinito de bisecciones en una distancia espacial, uno no puede recorrer una distancia en tiempo finito, a menos que acorte la distancia o aumente la velocidad.

Observa lo anterior a través del siguiente ejemplo:
Existe una competencia entre un atleta y una tortuga con la siguiente condición;

El atleta da cierta ventaja a la tortuga, en un tiempo t_1, el atleta recorre la mitad de la distancia que ha recorrido la tortuga, luego en un tiempo t_2 recorrerá la mitad de la distancia que lo separa de la tortuga.



Para analizar el razonamiento de Zenón se supone que el atleta parte de un punto marcado con 1 y corre hacia la meta marcada con 0, por lo tanto asumirá las posiciones marcadas con $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots \frac{1}{2n}$

Estas fracciones en donde cada una es la mitad de la anterior subdividen el trayecto en un número indefinido de partes cada vez más pequeñas. Puesto que para recorrer por separado cada una de sus partes se necesita una cantidad positiva de tiempo, parece natural afirmar que el tiempo necesario para el trayecto total ha de ser la suma total de cada una de sus cantidades.
Decir que el atleta nunca puede alcanzar la meta equivale a decir que nunca llega a ella en un tiempo finito; o dicho de otro modo, que la suma de un número infinito de intervalos positivos de tiempo no puede ser finita.

La teoría de Zenón de que un número ilimitado de cantidades positivas no puede tener una suma finita fue contra dicha 2000 años más tarde con la creación de las series infinitas.

Después de terminar la lectura, expresa tus comentarios, inquietudes y dudas acerca de esta al gran grupo.

Si tienes la fórmula: n^2, en donde n representa un número natural.
Reemplazando n por cada uno de los números naturales obtienes:
Si n = 1, $n^2 = 1^2 = 1$
Si n = 2, $n^2 = 2^2 = 4$
Si n = 3, $n^2 = 3^2 = 9$
Si n = 4, $n^2 = 4^2 = 16$
Si n = 5, $n^2 = 5^2 = 25$
Si n = 6, ...

Así, puedes reunir estos resultados en un conjunto. {1, 4, 9, 16, 25,…}

Sabias que….
Una **sucesión** se puede definir como un arreglo numérico determinado en donde el conjunto de partida son los números naturales y el conjunto de llegada son los números reales.

Una sucesión se representa como $a_1, a_2\ldots, a_n\ldots$ Las *a* son números o cantidades. $\boldsymbol{a_1}$ es el primer término, $\boldsymbol{a_2}$ el segundo, y así sucesivamente. Si el último término aparece en la expresión, es una sucesión finita; si no aparece, es infinita.

Una sucesión es definida o establecida si y sólo si existe una regla dada que determina el término *n*-ésimo correspondiente a un *n* entero positivo; esta regla puede estar dada por la fórmula del término *n*-ésimo.

De esta forma, en el ejemplo anterior es una sucesión, representada por:

La fórmula $a_n = n^2$

Define la sucesión $a_n = \{1, 4, 9, 16, 25,\ldots,n^2\}$

¡Es tu turno de demostrar si comprendiste!
Encuentra los términos de la sucesión cuyo n-ésimo término es $a_n = 2n$ y $n \in \{1,2,3,4\ldots\}$. Para encontrar el término a_1 de la sucesión se reemplaza **n** por 1, luego por 2 y así sucesivamente.

La sucesión $a_n = \left\{\frac{1}{n}\right\}$, esta conformada por los siguientes elementos:

$a_n = \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots \frac{1}{n}\right\}$ la **sucesión es decreciente**, puesto que al comparar los elementos de la sucesión se verifica que $a_{n+1} < a_n$, es decir:

$1 > \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$

$\frac{1}{3} > \frac{1}{4}$

y así sucesivamente.

> ***Consejitos…***
> Cuando veas una sucesión de números $a_n = \{a_1, a_2, a_{3..}.a_n\}$ tal que $a_n < a_{n+1}$, para todos los a_n, elementos de la sucesión, entonces dirás que es una **sucesión creciente.**

El siguiente conjunto:

C = {2, 4, 6, 8, 10}

Tiene un <u>valor</u> que es menor o igual que todo número del conjunto. Dicho valor recibe el nombre de **cota inferior**. Identifica cuál es.
De igual forma hay un valor que es mayor o igual que todo número del conjunto, el cual recibe el nombre de **cota superior**. ¿Ya sabes cuál es?

Cuando una sucesión posee una cota inferior se dice que está acotada inferiormente y si tiene cota superior está acotada superiormente.

> ***Sabias que….***
> Cuando una sucesión no está acotada superiormente, se dice que **no converge** a un punto determinado.

$a_n = \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots \frac{1}{n}\right\}$

Esta sucesión esta acotada superiormente por 1 pues es mayor que todo número del conjunto y esta acotada inferiormente por 0 así este elemento no pertenezca a la sucesión.

Esta sucesión se dice convergente pues todos los valores tienden a cero a sí nunca se tome este valor.

De las sucesiones trabajadas:
1. $a_n = n^2$

2. $a_n = 2n$

3. $a_n = \left\{ \frac{1}{n} \right\}$, determina junto con un compañero o compañera si tienes cotas inferior y superior, si es creciente o decreciente y si converge o no.

Dada la progresión: $a_n = \{2, 5, 8, 11,...\}$
El n-ésimo término puede ser escrito como:

$$a_n = a_{n-1}+3 \quad \text{con } a_1 = 2$$

En este ejemplo puedes observar que corresponde a una progresión aritmética cuyo primer término es 2 y la diferencia común es 3.
Observa la forma de encontrar el quinto término:

$$a_n = a_{n-1} + 3$$
$$a_1 = 2$$
$$a_2 = 2 + 3$$
$$a_2 = 5$$
$$a_3 = a_2 + 3$$
$$a_3 = 5 + 3$$
$$a_3 = 8$$

- ❖ Ahora, encuentra el séptimo término de la progresión aritmética cuyo primer término es 2 y cuya diferencia común es 4.

En la progresión: $a_n = \{2, 4, 8, 16, 32...\}$

$$a_1 = 2$$
$$a_2 = a_1 \times 2$$
$$a_2 = 2 \times 2$$
$$a_2 = 4$$
$$a_3 = a_2 \times 2$$
$$a_3 = 4 \times 2$$
$$a_3 = 8$$

Luego puedes obtener cada término multiplicando al que le precede por 2, de lo cual se puedes concluir que es una progresión geométrica con razón común 2. O también si se divide cada término entre el anterior obtenemos un cociente constante.

Sabias que….
Una sucesión para la cual todo término, excepto el primero, se obtiene adicionándole al término anterior una constante se llama **sucesión aritmética** o progresión aritmética.
Una **sucesión geométrica** es una sucesión tal que todo elemento después del primero se puede obtener multiplicando el elemento que le precede por una constante. También recibe el nombre de progresión geométrica.

Una de las aplicaciones de las progresiones se encuentra al intentar calcular los intereses de un cierto capital. Si el dinero se invierte al interés simple del 8%, entonces en n años la cantidad de dinero inicial P se ha convertido en $a_n = P + n \times (0{,}08)P$. El mismo producto $(0{,}08)P$ se añade cada año, por lo que las cantidades a_n forman una progresión aritmética. Si el interés es compuesto, las cantidades ahorradas forman una progresión geométrica, $g_n = P \times (0{,}08)^n$. En ambos casos, está claro que a_n y g_n llegarán a ser mayores que cualquier número entero imaginable.

Dada una sucesión a_n es posible formar una nueva sucesión S_n del siguiente modo:

$S_1 = a_1$
$S_2 = a_1 + a_2$
$S_3 = a_1 + a_2 + a_3$
$S_4 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4$
...
$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + ... + a_n$

La sucesión S_n se llama **serie** y se denota por:

$$\sum a_n$$

Los elementos a_1, a_2, a_3,..., a_n,... de la sucesión original son los términos de la serie y S_1, S_2, S_3,..., S_n,... se denominan las sumas parciales de la serie.
Es decir que una serie es una sucesión de sumas parciales.

1. Clasifica las siguientes sucesiones y justifica tu respuesta.
   a. $a_n = \{5, 7, 9, 11...\}$
   b. $a_n = \{4, 8, 11, 13,...\}$
   c. $a_n = \{3, -1, -5, -9...\}$
   d. $a_n = \{1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2} ...\}$
2. Escribe los cinco primeros términos de la sucesión cuyo término n-ésimo esta dado por:
   a. $a_n = 2n$
   b. $a_n = 2n + 1$
   c. $a_n = \frac{3}{n}$
   d. $a_n = \frac{3n-1}{2}$

3. Escribe los cinco primeros términos de la sucesión aritmética cuyo primer término es a_1 y cuya diferencia común es d:
   a. $a_1 = 2$; $d = 4$
   b. $a_1 = 3$; $d = -1/2$
   c. $a_1 = 1/3$; $d = -1/3$

4. Encuentra el término pedido de la progresión aritmética cuyo primer término es a_1 y cuya diferencia común es d:
   a. $a_1 = 2$; $d = 4$ el 25 término
   b. $a_1 = 4$; $d = 3$ el 8 término
   c. $a_1 = 14$; $d = -2$ el 12 término
   d. $a_1 = 2$; $d = 1/3$ el 8 término

5. Calcula las siguientes sumas
   a. $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$

b. $\frac{4}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{20}$

c. $2+\frac{1}{2}+\frac{1}{8}+\frac{1}{32}$

6. Halla la suma de todos los enteros positivos menores que 100.
7. Halla la suma de los 20 primeros números positivos múltiplos de 7

Algebraicamente has desarrollado habilidades que te permiten calcular términos que con un lápiz y papel sería muy tedioso. Pero, en situaciones reales, ¿Cómo las podrías implementar?

Seguramente has trabajo ejercicios en los cuales aplicas los conocimientos algebraicos adquiridos a lo largo de la guía. Es hora de poner en práctica estas herramientas solucionando las siguientes situaciones en hojas que irán al portafolio en el apartado correspondiente.

1. Una ciudad tiene una población de 100.000 habitantes. Si la población crece 10% cada cinco años. ¿Cual será la población dentro de cuarenta años?

2. Un padre promete dar a cada hijo 2 pesos el primer día, 4 pesos el segundo día y continúa doblando la cantidad cada día. Durante un total de 16 días.
¿Cuánto recibe cada hijo al final del 16 día?

3. El interior de un horno conserva una temperatura mínima de 5º C. Una vez prendido comienza a calentarse y su temperatura varia cada minuto según la sucesión; 5º C, 9º C,13º C, 17º C,...

- ✓ Construye en la tabla los datos en los que se relaciona la temperatura con el tiempo.

Tiempo	1	2	3	4
Temperatura				

Tiempo	5	6	7	8
Temperatura				

4. De acuerdo al ejercicio anterior:

A. Encuentra los primeros 15 términos de la sucesión de temperaturas que adquiere el horno.
B. ¿Cómo se comportan los números que representan las temperaturas obtenidas?
C. ¿Cuál es el término general de sucesión de temperaturas?
D. ¿Cómo clasificarías la sucesión determinada?
E. Determina la temperatura que alcanza el horno a los 15, 20 y 35 minutos.

5. Propón una fórmula matemática que relacione temperatura, tiempo y permita determinar la temperatura a los 4 a los 5 minutos o a cualquier minuto.

6. De las 21 filas con sillas que hay en un teatro, la primera fila tiene 10 sillas, la segunda fila tiene 12 sillas, la tercera 14, la cuarta 16 y así sucesivamente hasta llegar a la última fila. ¿Cuántas sillas tiene la última fila?

7. Realiza una consulta acerca de series para complementar tus contenidos. Deberás tener en cuenta: Ejercicios, clases de series y propiedades. Será tan claro y ordenado que cualquier compañero o compañera podrá entenderlo al leerlo.

Para practicar…

Si un recipiente de caucho en forma de cubo como parte de un experimento aumenta 2cm de lado cada hora. ¿En 58 horas cuál será su volumen si inicialmente tenía 1cm de lado? Expresa esta situación como una sucesión identificando sus características.

ANEXOS

ALFABETO GRIEGO

A B C D E F G H I J K L M N
Α Β Χ Δ Ε Φ Γ Η Ι ϑ Κ Λ Μ Ν

Ñ O P Q R S T U V W X Y Z
∇ Ο Π Θ Ρ Σ Τ Υ ς Ω Ξ Ψ Ζ

a b c d e f g h i j k l m n
α β χ δ ε ϕ γ η ι φ κ λ μ ν

ñ o p q r s t u v w x y z
〉 ο π θ ρ σ τ υ ϖ ω ξ ψ ζ

<u>GUÍA No. 1</u>

Misión

1. a. 4.782.969
b. 181.440
c. 60.480
d. 181.440

2. OSA, OAS, SOA, SAO, AOS, ASO.

<u>GUÍA No. 2</u>

Evaluemos

1. a. 120
b. 216

2. 240.240

Misión

1. 6

2. 720

3. 7.980

<u>GUÍA No. 3</u>

Evaluemos

1. a. S = {1, 2, 3,..., 40}
b. S = {1, 2, 3,..., 20}
c. S = {1, 2, 3,..., 12}
d. S = {CC, CS, SS}
e. S = {(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,4), (4,5), (4,6), (5,5), (5,6), (6,6)}
f. S = {1, 2, 3,..., 8}
g. S = {1, 2, 3,..., 10.000}

2. a. $\frac{1}{4}$
b. $\frac{1}{5}$
c. $\frac{3}{12}$
d. $\frac{2}{3}$
e. $\frac{1}{3}$
f. $\frac{1}{2}$

3. a. $\frac{2}{21}$
b. $\frac{2}{21}$
c. $\frac{1}{21}$
d. $\frac{20}{21}$
e. $\frac{20}{21}$
f. $\frac{2}{21}$

4. A. $\frac{1}{5}$
B. $\frac{1}{10}$

5. A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{11}{16}$

C. $\frac{1}{16}$

6. 12

8. $\frac{1}{3}$

Misión

1. B
2. A
3. B
5. a. 0,385
b. 0,2727…

6. a. 0,23
b. 0,03

7. b. $A \cap B = \Phi$**;** $D \subseteq C$**.**
c. $A \cup B$ = E, $C \cap D$ = D.

8. P($A \cup B$) = 0,96; P(B) = 0,66.

GUÍA No. 4

Evaluemos

1. a. Creciente.
b. Creciente.
c. Decreciente.
d. Creciente.

2. a. {2, 4, 6, 8, 10}
b. {3, 5, 7, 9, 11}
c. {3, $\frac{3}{2}$, 1, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{5}$}
d. {1, $\frac{5}{2}$, 4, $\frac{11}{2}$, 7}

3. a. {2, 6, 10, 14, 18}

b. {3, $\frac{5}{2}$, 2, $\frac{3}{2}$, 1}

c. {$\frac{1}{3}$, 0, -$\frac{1}{3}$, -$\frac{2}{3}$, -1}

4. a. 98
b. 25
c. -8
d. $\frac{13}{3}$

6. a. $\frac{15}{8}$
b. $\frac{21}{20}$
c. $\frac{85}{32}$

7. 4.950

8. 1.470

Misión

1. 214.359 habitantes.

2. $65.536

3. {5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33}

4. a. {5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, 37, 41, 45, 49, 53, 57, 61}
b. Crecientes
c. $a_n = a_1 + (n - 1)4$
d. Sucesión aritmética creciente.
e. $a_{15} = 61$
$a_{20} = 81$
$a_{35} = 141$

5. $a_n = a_1 + (n-1)4$

6. $a_{21} = 50$ sillas.

NOTAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] "Probabilidad", Enciclopedia Microsoft® Encarta® 99. © 1993-1998 Microsoft Corporation.

[2] PortalESO. Ejercicios Probabilidad. En línea: http://portaleso.homelinux.com/portaleso/trabajos/matematicas/probabilidad/probabilidad_sol.doc Consultada en Diciembre de 2007.

Tomado y adaptado: BACHILLERATO PARA ADULTOS BAC. Guías de matemáticas, ciclo 6. Colsubsidio.

Imágenes tomadas de Corbis. En línea: http://pro.corbis.com/